

Geração de Modelo Digital do Terreno para a Região Metropolitana de Curitiba com Interpolação Esferoidal

Prof. Dr. Silvio Rogério Correia de Freitas ¹

MSc. Eng^o. Alexandre A. de Oliveira Pires ²

MSc. Eng^o. Alfonso Tierra ³

UFPR, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas
Fone: (041) 361-3150, Fax (041) 266-2393, Caixa Postal 19011
81.531-990 - Curitiba, PR, Brasil

¹ ✉ sfreitas@cce.ufpr.br

² ✉ aapires@geoc.ufpr.br

| | |
|-----------------|--|
| Conteúdo | <p>1 Introdução</p> <p>2 Modelo Digital de Elevações (Digital Elevation Model)</p> <p>2.1 Conceitos</p> <p>2.2 Aplicações</p> <p>2.3 Aquisição de dados</p> <p>2.4 Funções de Interpolação aplicadas a um DEM - Modelo Digital de Elevações</p> <p>2.5 Geração de DEM</p> <p>2.5.1 Triangulação de Delaunay e Polígonos de Voronoi</p> <p>3 Modelo Digital de Elevações (Digital Elevation Model) com Base Esferoidal</p> <p>4 Modelo Digital de Elevações de Curitiba - PR</p> <p>4.1 Implementação dos algoritmos</p> <p>4.2 Tratamento dos dados e geração dos modelos</p> <p>4.3 Resultados obtidos</p> <p>5 Conclusão</p> <p>6 Bibliografia</p> <p>Anexo</p> |
|-----------------|--|

Resumo : A Cartografia Digital abriu caminho para a geração de Modelos Digitais de Elevações (DEM), a partir da extração de informações da toponímia, via algoritmos diferenciados, dependentes da técnica de interpolação utilizada e também da superfície de redução definida para o problema. As formas de extração atualmente em uso são as mais diversificadas, no entanto, de forma geral utilizando uma superfície de redução plana. No entanto, a Cartografia, mesmo em grandes escalas, adota uma superfície de referência esférica. Tal fato, por si só, estabelece uma distorção significativa ou não, em vista da extensão da superfície envolvida. Com o presente trabalho, implementou-se uma técnica de geração do Modelo Digital de Elevações com base em superfície elipsoidal e também para superfície plana. Os resultados são testados no âmbito do perímetro urbano de Curitiba, considerando alguns pontos de teste.

Abstract : The Digital Cartography opened ways for the generation of Digital Elevation Model (DEM), from the extraction of features, through differentiated algorithms, dependent of the interpolation technique used and also dependent of defined surface of reduction for the problem. Now a days the use of extraction forms are very diversified, but in a general form they are based on plane reduction. However, the Cartography, even in great scales, adopts a surface of spheroidal reference this fact, by itself, can establish or not a significant distortion, taking account the extension of the involved surface. With this work, it was implemented a digital elevations models technique based on spherical and plane surfaces. The results are tested in the urban perimeter of Curitiba, considering some test points.

1 Introdução

Na história, verificamos que a representação da superfície da Terra sempre foi uma preocupação do homem, o que o fez desenvolver técnicas manuais para elaboração de mapas com o objetivo de expressar a forma, o relevo e o conteúdo de suas terras e a distribuição de suas reservas.

Robinson (1971) apud Watson (1992), apresenta que o primeiro mapa com curvas de isovalores, foi produzido por Bruinss em 1584 para representar variações de profundidades no mar. Cintra (1985) relata o uso de curvas de nível pelo engenheiro holandês Cruquius (1728 ou 1730) para representar o fundo do rio Merwede, e em 1737, e por Buache que as usou para representar profundidades no Canal da Mancha. Porém, segundo Cintra (1985), o primeiro mapa usado para representação terrestre foi elaborado para a França em 1791 por Dupain-Triel.

Com o desenvolvimento tecnológico, os métodos manuais para a criação de mapas plani-altimétricos deram espaço ao uso de recursos computacionais, sendo que o MIT – Massachusetts Institute of Tecnology na década de 50 foi o primeiro a usar a representação de superfícies através de computadores em projetos de estradas (Campos - 1994).

Este trabalho visa apresentar uma investigação sobre os principais conceitos envolvidos na geração de modelos digitais de elevação sobre superfícies planas de referência e a implementação de interpolação sobre superfície esférica através da técnica de análise de vizinhos naturais.

Quando se deseja representar apenas uma pequena área, um modelo digital de elevações - DEM (*digital elevation model*) gerado sobre uma superfície plana de referência é suficiente. Porém, quando a representação engloba grandes áreas, ou ainda se deseja o compartilhamento destas a fenômenos físicos, como temperatura, pressão, gravidade, potencial magnético em pontos na superfície da Terra, a utilização de interpolação esférica que considere a curvatura, pode ser de grande importância para a mensuração do fenômeno em relação a uma determinada posição espacial de tais pontos. Como exemplo, Moore (1998) vem trabalhando com grade geodésica em Paleoclimatologia, para evitar distorções provocadas pela convergência das linhas de longitude para os pólos.

Neste trabalho são comentados os métodos de aquisição e tratamento de dados, e através de um quadro sinóptico, as principais funções de interpolação aplicadas aos procedimentos para geração de DEM, com suas características fundamentais e desvantagens. Concluindo o trabalho, são mostrados resultados preliminares dos testes que envolveram a aplicação da técnica de análise e interpolação de vizinhos naturais sobre superfícies plana e esférica, utilizando a base de dados da rede de nivelamento de Curitiba com 12007 pontos cotados.

2 Modelo Digital de Elevações (Digital Elevation Model)

Com o aperfeiçoamento tecnológico tanto de equipamentos como das técnicas de aquisição de dados, as técnicas para representação e traçado do relevo foram evoluindo.

Segundo Hutchinson & Gallant (1999), a importância central dos Modelos Digitais de Elevação está na poderosa ferramenta para avaliação e gerenciamento de recursos naturais, através da acuracidade e capacidade de incorporar aspectos ambientais e físicos a representação espacial do terreno, e com o SIG - Sistemas de Informações Geográficas, os modelos digitais de terreno tiveram a oportunidade de modelar, analisar e gerar visualizações espaciais de fenômenos relativos à topografia e outras superfícies (Weibel & Heller - 1991).

2.1 Conceitos

Vários autores (Hutchinson & Gallant –1999; Garg – 1994; Weibel & Heller – 1991; Tsai – 1993; Burrough - 1986) utilizam a sigla DEM – Digital Elevation Model ou em português, Modelos Digitais de Elevações, como a representação matemática das variações contínuas do relevo, gerada a partir de dados espaciais de uma superfície real. Já o termo DTM – Digital Terrain Model, ou Modelo Digital de Terreno, refere-se a representação matemática de uma superfície física, cujos atributos do terreno estão associados ao modelo.

De acordo com Cintra (1985), partir do momento em que se deseja representar tais superfícies em um computador, deve-se estabelecer modelos digitais, estes podendo estar definidos sob a forma de equações analíticas onde $z=f(x,y)$, através de métodos de interpolação ou aproximação, globais ou locais, ou podem ser definidos ainda através de uma rede de pontos, distribuídos de forma ordenada ou aleatória.

2.2 Aplicações

Um Modelo Digital de Elevações não está relacionado apenas à representação de uma área sobre a superfície física da Terra, sendo que métodos para modelagem de superfícies podem ser aplicados na definição de qualquer tipo de conjunto de dados tridimensionais.

A principal importância de um Modelo Digital está no processo de automação que o mesmo proporciona, e os subprodutos mais comuns de um DEM são: geração de curvas de nível, cálculo de volumes, perfis e seções transversais, mapas de declividades, aspectos do terreno, sombreamentos, análise de corte e aterros para uso em projeto de estradas, visualização tridimensionais, mapas topográficos, bem como superfícies climáticas, análises geomorfológicas, superfícies equipotenciais do campo gravitacional da Terra, ondulações do geóide e outras

2.3 Aquisição de dados

Os dados necessários para a produção de um DEM, podem ser adquiridos de várias maneiras, desde o uso das técnicas clássicas com levantamentos topográficos a técnicas sofisticadas como por exemplo, o uso de sensores aerotransportados.

As principais formas para aquisição segundo Campos (1994) são através de levantamentos topográficos, através de Stereoplotters, conversão manual de cartas topográficas para arquivos vetoriais em mesas digitalizadoras, ou conversão automática através de varredura (scanner). Hutchinson & Gallant (1999) apontam para as novas tendências em aquisição de dados para geração de modelos como sistemas laser e radares desenvolvidos para plataformas aeroespaciais.

De acordo com Campos (1994), em função do método de aquisição de dados por amostragem, eles podem ser classificados em :

Malha regular (quadrada, triangular ou retangular);

Malha irregular (pontos aleatórios);

Malha semi-irregular (pontos irregulares sobre perfil e malha heterogênea).

2.4 Funções de Interpolação aplicadas a um DEM - Modelo Digital de Elevações

Uma superfície pode ser descrita através de funções de interpolação ou de aproximação, cujas bases primárias são as mesmas, de acordo com Silva (1990) *apud* Campos (1994).

As funções de interpolação são requeridas para a geração do DEM a partir de pontos ou curvas de nível, e os métodos de interpolação podem agir de maneira global, onde todos os pontos exercem influência entre si; local ou pontual (Hutchinson & Gallant – 1999 e Campos – 1994).

A tabela a seguir adaptada de Watson (1992) apresenta os principais métodos de interpolação aplicados à geração de Modelos Digitais de Elevação.

Tabela 2.1: Métodos computacionais de interpolação. Fonte: Watson 1992/1998

| Método | Hipótese | Caracterização | Desvantagem |
|-------------------------------|----------------------|----------------------|-------------------------|
| Funções de ajuste | | | |
| Lagrange | Analítica | Clássica | Instabilidade |
| Colocação | Curva característica | Suavização | Inversão de matrizes |
| Curvatura Mínima | Curva característica | Suavização | Inversão de matrizes |
| Kriging | Curva característica | Suavização | Inversão de matrizes |
| Relaxação | Densidade de dados | Iterativo | Loop |
| Aproximação | Resíduos | Regressão | Generalização |
| Baseado em Triângulos | | | |
| Linear | Triangulação correta | Faces | Depende da triangulação |
| Não-linear | Triangulação correta | Gradientes | Depende da triangulação |
| Baseado em Retângulos | | | |
| Bilinear | Densidade de dados | Faces | Dupla-univariável |
| Hermite | Densidade de dados | Gradientes | Inversão de matrizes |
| Bezier | Densidade de dados | Probabilística | Pontos de controle |
| B-Spline | Densidade de dados | Probabilística | Pontos de controle |
| Taylor | Analítica | N-derivadas | Inversão de matrizes |
| Tensão | Forma preferida | Preservação da forma | Monotônica |
| Fourier | Periódica | Trigonométrica | Dupla-univariável |
| Baseado em vizinhanças | | | |
| Linear | Não assume | Dados locais | Loop |
| Não-linear | Não assume | Gradientes | Lento |
| Esférica | Não assume | Gradientes e vetores | Lento |

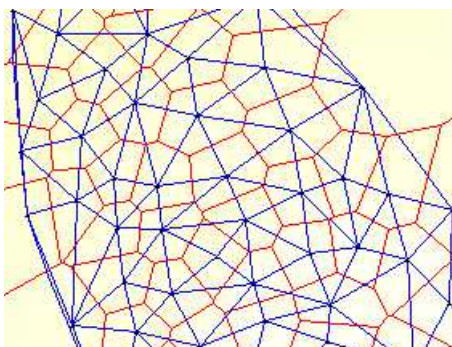
2.5 Geração de DEM

A modelagem digital pode utilizar malhas regulares e irregulares. No caso de uma rede de triângulos irregulares (TIN), a superfície da Terra é representada por um conjunto contínuo de faces triangulares geradas a partir de pontos distribuídos irregularmente sobre a superfície (Tsai - 1993).

O uso de rede de triângulos irregulares apresenta a vantagem de poder descrever a superfície com diferentes níveis de resolução, além de descrever superfícies complexas com pouco esforço computacional e pequeno tempo de processamento.

2.5.1 Triangulação de Delaunay e Polígonos de Voronoi

A relação espacial determinada por um conjunto de círculos vizinhos tem duas representações gráficas em comum: os Diagramas de Voronoi e a Triangulação de Delaunay (Watson – 1994).



A fase inicial e fundamental da Triangulação de Delaunay, é a classificação e ordenação dos dados. A classificação é requerida para selecionar subconjuntos de vizinhança de dados adjacentes. Os subconjuntos são usados para a estimativa de tendências locais da superfície ou gradientes, cálculo de coordenadas locais, e para interpolação de conjuntos de dados.

A grande vantagem da triangulação de Delaunay está na configuração da rede de triângulos, sendo estes o mais equiângulos possíveis.

Durante a triangulação de Delaunay, o algoritmo inicialmente cria uma circunferência a partir de três pontos iniciais. Através da inserção automática e aleatória dos pontos seguintes, são executados testes para verificação da posição dos mesmos em relação à circunferência inicial. Para cada inserção de um novo ponto, são geradas novas circunferências, chamadas de círculos vizinhos naturais. Os centros desses círculos ao fim da execução do algoritmo

Fig. 2.1 : Triangulação de Delaunay e Polígonos de Voronoi

definem os polígonos de Voronoi.

A construção da rede de triângulos envolve esse processo de verificação, o que resultará na configuração ideal da rede para o conjunto de dados. Nas figuras 2.2 e 2.3 são apresentados os processos de verificação de configuração de triângulos de Delaunay em função da inserção de pontos internos e externos a circunferência.

No caso do método de análise de vizinhos naturais aplicado sobre uma base plana, o teste é executado a partir da definição das coordenadas do centro e do valor do raio dos círculos que passam por três pontos. Ao ser inserido um quarto ponto, a rotina verifica analiticamente se as coordenadas do ponto estão ou não dentro da circunferência, e a distância entre ele e pontos adjacentes.

As coordenadas do centro de uma circunferência que passa por três vértices de um triângulo pode ser obtidas a partir de:

$$\begin{aligned} x_c &= (d_{2,3}x_1 + d_{3,1}x_2 + d_{1,2}x_3) / p \\ y_c &= (d_{2,3}y_1 + d_{3,1}y_2 + d_{1,2}y_3) / p \end{aligned} \quad (1)$$

Onde

$$p = d_{1,2} + d_{2,3} + d_{3,1} \quad (2)$$

e $d_{i,j}$ é o comprimento dos lados definidos por (x_i, y_i)

e (x_j, y_j) .

Se o ponto estiver interno a circunferência, o triângulo tem sua aresta próxima ao ponto apagada da lista, e são adicionadas três novas arestas, ligando o ponto inserido aos três vértices do triângulo inicial, conforme é mostrado na figura 2.2.

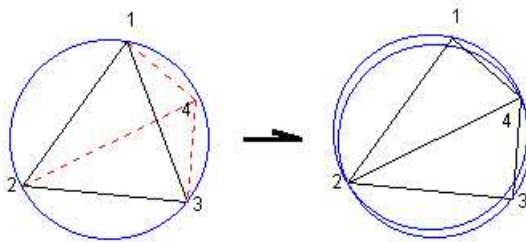


Fig. 2.2 : Relação entre um triângulo e um ponto inserido dentro da circunferência

Note que com a inserção do ponto 4, a aresta 1-3 foi destruída, sendo criadas 3 novas aresta, ou seja, 2-4, 1-4 e 4-3.

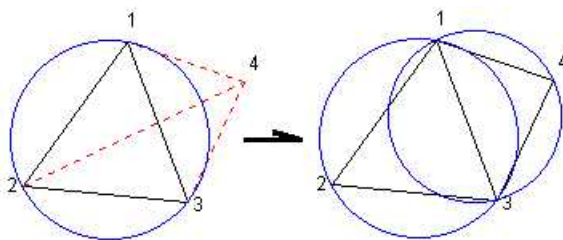


Fig. 2.3 : Relação entre um triângulo e um ponto inserido fora da circunferência

No caso do ponto inserido estar externo a circunferência, são criadas duas novas arestas ligando o novo ponto aos seus dois vizinhos mais próximos. Note na figura 2.3, que com a inserção do ponto 4 fora da circunferência passante pelos pontos 1-2-3, o algoritmo irá adicionar apenas duas arestas, ou seja, ligando os pontos 1-4 e 4-3.

Os pontos são inseridos um a um, e o algoritmo aplica este teste até concluir a triangulação. A partir da lista de triângulos classificados e ordenados, contendo cada vértice da triangulação de Delaunay são definidos os vizinhos naturais de cada um dos pontos e armazenados em outra lista.

Segundo Cintra (1985), a escolha dos vizinhos de Voronoi, garante a melhor utilização da configuração geométrica da superfície, pois cada ponto tem um número de vizinhos variável, sendo que os pontos de fronteira apresentam características diferentes dos pontos internos, e assim, definem vizinhos mais "naturais",

pois não são pré-fixados e apresentam as vantagens apresentadas pela teoria de Voronoi, ou seja, esses vizinhos além de próximos, distribuem-se espacialmente de forma otimizada.

De acordo com Watson (1992) Os subconjuntos de vizinhos naturais obtidos a partir da rede de triângulos são usados para estimar o gradiente entre um pontos e seus vizinhos adjacentes; prover subconjuntos de dados de pontos de interpolação; e calcular coordenadas locais dos vizinhos naturais requeridas para as funções de interpolação e estimativa de gradientes.

A interpolação linear por vizinhos naturais é uma média ponderada de um subconjunto de dados que são os vizinhos naturais do ponto de interpolação. Os pesos são conseqüências geométricas da configuração do subconjunto e do ponto de interpolação, apresentam valores positivos e a somatória desses pesos é igual a um. A posição relativa do ponto de interpolação em um subconjunto é especificada por estes pesos. (Watson - 1998)

Inicialmente calcula-se as coordenadas relativas dos vizinhos naturais, e a média ponderada é obtida pelo somatório do produto de cada coordenada relativa com o valor funcional associado ao ponto de referência. Para a coordenada relativa dos vizinhos naturais l_i e valor funcional $f(P_i)$, o valor interpolado para uma dada posição X será:

$$f(X) = \sum_i \lambda f(P_i) \quad (3)$$

As coordenadas relativas definem a linha de vizinhança para cada elemento do subconjunto de vizinhos naturais no ponto de interpolação, e são calculadas precisamente a partir de combinações específicas da área dos triângulos.

O uso de interpolação não linear baseada em vizinhança apresenta melhores resultados frente à variação funcional, quando existe grande densidade de dados.

A interpolação não linear por vizinhos naturais (equação 4) é realizada por estimativa de gradiente para cada ponto de referência, que é misturado com a superfície linear suavizada. Esta atenuação dos pesos aplicados aos vizinhos, é expressa pelas coordenadas relativas dos vizinhos e por uma função de mistura, que é controlada por um índice l_i denominado *outlier* (Watson - 1994) e por dois parâmetros específicos de tensão aplicados à superfície do modelo.

$$f(X) = \sum_i \lambda f(P_i) + h(\lambda, l_i) \left(g(\lambda, l_i) - \sum_i \lambda f(P_i) \right) \quad (4)$$

onde:

$g(\lambda, l_i)$ é o valor do plano gradiente na posição do ponto de interpolação;

$h(\lambda, l_i)$ é a função de mistura (equações 5 e 6) que fornece o peso que é aplicado na diferença entre o plano gradiente e a superfície linear de vizinhos naturais na posição da interpolação. Esta diferença ponderada é adicionada a superfície linear.

A função de mistura possui forma exponencial, e fornece o peso que varia entre zero e um. Ela é usada para assegurar uma variação gradual e controlada na distribuição da influência do gradiente nas regiões adjacentes ao ponto de interpolação.

$$h(\lambda, l_i) = \left((2\lambda)^k / 2 \right)^{1/r}, \text{ para } \lambda \leq 0,5 \quad (5)$$

$$h(\lambda, l_i) = \left((1 - (2(1 - \lambda))^k) / 2 \right)^{1/r}, \text{ para } \lambda > 0,5 \quad (6)$$

onde:

$$\begin{aligned} k &= b_1 - |b_1(b_1 - 1)| \\ r &= kb_2 \end{aligned} \quad (7)$$

Os parâmetros de tensão $b_1 > 1$ e $b_2 > 1$ controlam a forma geral da função de mistura, e afetam diretamente na declividade da função no ponto de inflexão da mesma, o que provoca o aumento ou diminuição da intensidade da influência do gradiente.

O *outlier index* l_i fornece um controle local na influência dos gradientes. Ele é definido a partir da diferença entre o valor interpolado e o valor associado ao ponto de referência (d), padronizado para a área do polígono de Voronoi de referência, e indica a consistência do ponto em relação aos seus vizinhos.

$$l_i = 1 - \frac{r^2}{r^2 + d^2} \quad (8)$$

onde:

d é a diferença entre o valor interpolado e o valor associado ao ponto de referência;

r é o raio da área que cerca os vizinhos naturais do ponto de referência;

A estimativa do gradiente para a posição de interpolação é obtida através do vetor soma dos produtos vetoriais de todos os triângulos que envolvem o ponto de referência. O plano gradiente estimado é perpendicular a este vetor soma, que pode ser entendido como a média espacial das declividades dos triângulos adjacentes ao ponto.

3 Modelo Digital de Elevações (Digital Elevation Model) com Base Esferoidal

Qualquer ponto na superfície de uma esfera tem suas coordenadas definidas por um vetor a partir do centro da esfera, sendo as componentes deste vetor, relativas a três eixos ortogonais com origem no centro da esfera.

As proporções entre essas componentes não dependem do raio da esfera, o que favorece em termos computacionais. Mudando o raio da esfera, as magnitudes das componentes irão alterar, porém, as proporcionalidades entre elas não sofrerão alterações, ou seja, essas proporções não mudam quando o raio da esfera é multiplicado por um fator de escala.

Assim, podemos tratar qualquer conjunto de dados esféricos em uma esfera de raio unitário. O procedimento para escalonar vetores é apresentado a seguir:

Dado o vetor \vec{U} deseja-se obter o vetor unitário: $\vec{U} = \{u_x, u_y, u_z\}$

$$u_x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad u_y = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad u_z = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (9)$$

Os conceitos empregados para interpolação por vizinhos naturais sobre superfície esférica e superfície plana são exatamente os mesmo já apresentados no item anterior. A diferença principal entre os métodos está no modo em que as áreas dos triângulos são computadas, sendo que no espaço Euclidiano, usa-se determinantes e para a esfera, trabalha-se com produtos vetoriais e produtos escalares.

Medidas de distâncias e áreas na superfície de uma esfera são feitas de modo mais conveniente em medidas esféricas. A distância sobre a superfície de uma esfera dividida pelo seu raio, é uma expressão do ângulo subtendido por um segmento de grande círculo sobre essa distância. A área na superfície de uma esfera, é uma expressão de um ângulo sólido subtendido por um polígono esférico associado a esta área.

Watson (1998) cita a expressão de L'huilier para cálculo da área de triângulos esféricos:

$$A = 4 \arctg \left(\left[\operatorname{tg} \left(\frac{s}{2} \right) \operatorname{tg} \left(\frac{s - a_1}{2} \right) \operatorname{tg} \left(\frac{s - a_2}{2} \right) \operatorname{tg} \left(\frac{s - a_3}{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \right) \quad (10)$$

onde:

$$s = (a_1 + a_2 + a_3) / 2 \quad (11)$$

$$\alpha_1 = \arccos\left(\frac{P_2 \cdot P_3}{|P_2||P_3|}\right), \alpha_2 = \arccos\left(\frac{P_1 \cdot P_3}{|P_1||P_3|}\right), \alpha_3 = \arccos\left(\frac{P_2 \cdot P_1}{|P_2||P_1|}\right) \quad (12)$$

P_1, P_2, P_3 são os vértices dos triângulos esféricos.

O algoritmo para definição da configuração da rede de triângulos de Delaunay em um conjunto de dados radiais é uma parte essencial da modelagem.

A idéia inicial é a criação de um grande tetraedro que contenha todo o conjunto de dados em seu interior. Através de inserção automática dos pontos, o algoritmo procura seqüencialmente os vizinhos naturais do novo ponto, e através de análise da posição deste em relação ao tetraedro de referência, é desenvolvida a configuração da rede.

Cada face triangular criada, definida no espaço Euclidiano, tem três vértices que são dados radiais. A circunferência que passa pelos tem seu centro definido a partir das componentes dos vértices do triângulo. O ângulo entre o vetor do centro da circunferência e qualquer um dos três vértices, é o elemento que irá estabelecer se cada novo ponto inserido está dentro ou fora do círculo de vizinhos naturais.

Os centros dos círculos da triangulação de Delaunay são os vértices dos polígonos de Voronoi, e os centros dos polígonos de Voronoi são os vértices dos triângulos de Delaunay, conforme são mostrados na figura 3.1.

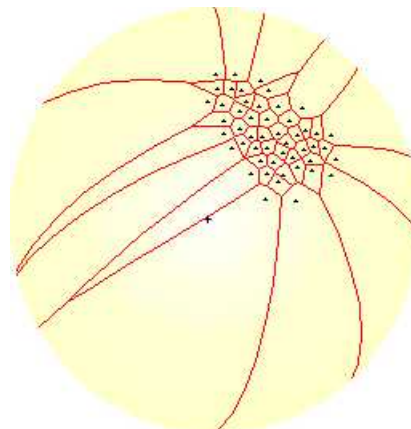


Fig. 3.1 : Polígonos de Voronoi sobre superfície da esfera

Para definir o centro do círculo que passa pelos três vértices de um triângulo de Delaunay, ou quaisquer três dados radiais, se utiliza dois vetores calculados por subtração da componente de um ponto de referência em relação aos outros dois pontos. O produto vetorial destes dois vetores é um vetor perpendicular ao plano da seção da esfera que intercepta os três dados radiais.

Quando o produto vetorial é escalonado para vetor unitário, ele irá definir o centro da circunferência que passa pelos pontos.

Dados dois vetores: $\vec{A} = \{x_0, y_0, z_0\}$ e $\vec{B} = \{x_1, y_1, z_1\}$, o produto vetorial é obtido através de:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \{(y_0 z_1 - y_1 z_0), (z_0 x_1 - z_1 x_0), (x_0 y_1 - x_1 y_0)\} \quad (13)$$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}|\sin \theta$$

E o produto escalar:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = x_0 x_1 + y_0 y_1 + z_0 z_1 = |\vec{A}||\vec{B}|\cos \theta \quad (14)$$

Desde que os vértices de Delaunay são dados radiais, então os centros dos círculos são conhecidos, e assim ambas as malhas podem ser criadas (Watson - 1998).

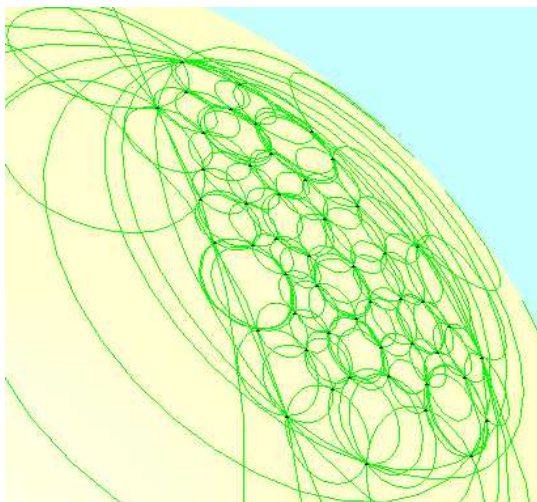


Fig. 3.2 : Círculos Vizinhos Naturais sobre a esfera

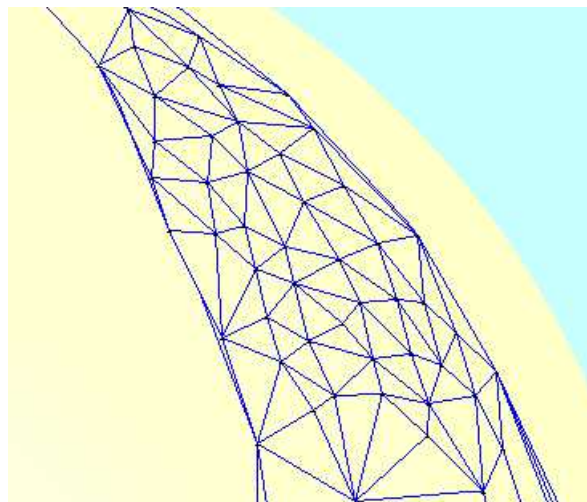


Fig. 3.3 : Triangulação de Delaunay sobre a esfera

Os lados dos polígonos de Voronoi são conectados aos centros dos círculos de dois triângulos contínuos de Delaunay através de segmentos de grandes círculos.

O passo seguinte é o estabelecimento da malha de interpolação, que utiliza a mesma técnica mostrada no item 3.

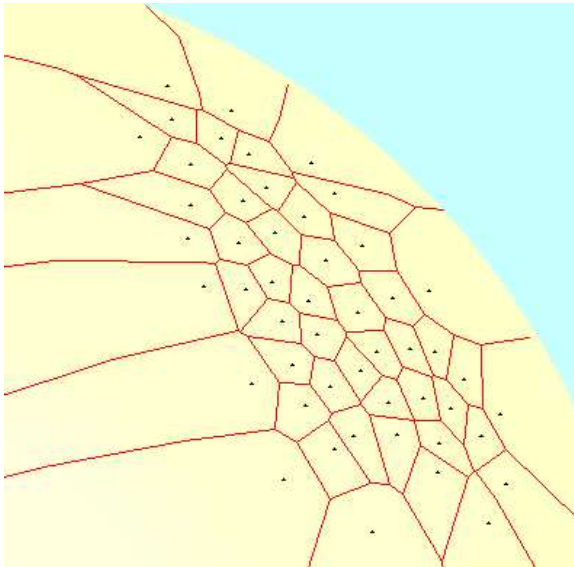


Fig. 3.4 : Detalhe dos Diagramas de Voronoi sobre a esfera

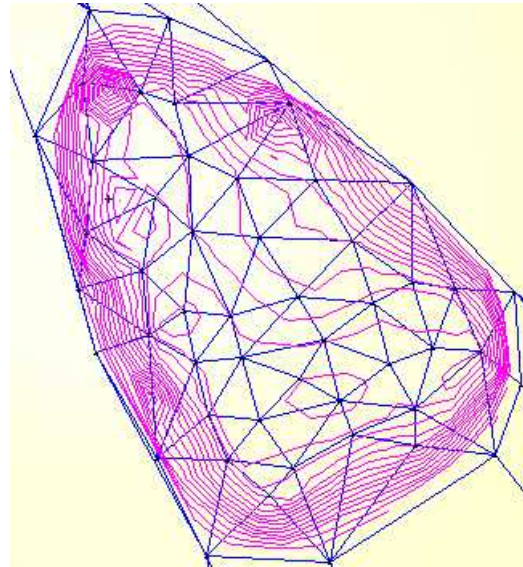


Fig. 3.5 : Visualização plana das curvas de nível geradas com DEM com base esférica.

A geração de curva de nível é um dos produtos extraídos através de funções de interpolação usadas pelo modelo digital criado, como mostra a figura 3.5.

Outro produto é a visualização tridimensional do modelo. O aplicativo MODEMAP criado por Watson (1998) na linguagem Java possui visualização tridimensional dinâmica do esferóide e do DEM criado, porém, testes executados com os 12007 pontos cotados da base digital de Curitiba, mostraram um excessivo esforço computacional, o que prejudica a função de visualização dinâmica.

Logo para poucos pontos, a visualização é instantânea. Na figura 3.6 é apresentada uma visualização tridimensional do modelo criado com o aplicativo MODEMAP (Watson - 1998) sobre um esferóide.

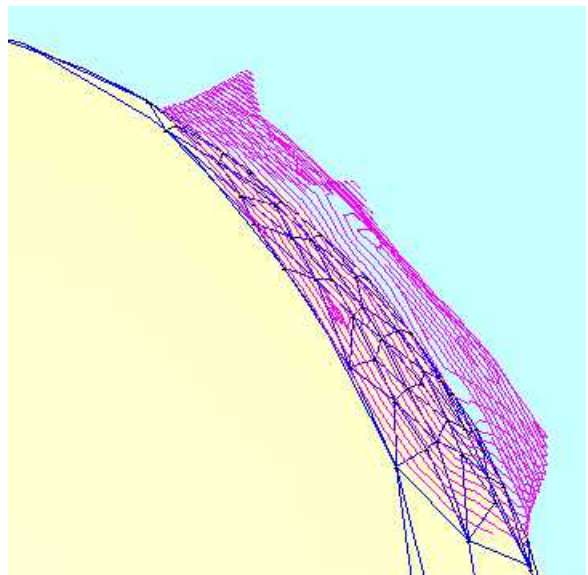


Fig. 3.6 : Visualizações tridimensionais com duas posições diferentes do observador.

4 Modelo Digital de Elevações de Curitiba - PR

Neste item apresenta-se a aplicação do método frente aos dados altimétricos da cidade de Curitiba – PR, e a análise preliminar dos resultados em relação ao modelo digital de elevações gerado sobre uma superfície plana de referência.

4.1 Implementação dos algoritmos

As rotinas implementadas em linguagem Delphi com a técnica proposta, compõem a unidade matemática DEMDATA (Gaspar & Pires - 1997), a qual utiliza interpolação de vizinhos naturais sobre superfícies planas.

Com tal procedimento, foi possível a geração dos modelos sobre superfícies de referência plana e esférica a partir do mesmo conjunto de dados, e a posterior superposição de ambos os modelos gerados, para avaliação das diferenças entre eles.

4.2 Tratamento dos dados e geração dos modelos

Como o método proposto utiliza uma esfera de raio unitário como superfície de referência para a geração de modelos digitais de terreno, existe a necessidade dos dados de entrada estarem formatados em coordenadas cartesianas tridimensionais geocêntricas ou em coordenadas esféricas.

As rotinas implementadas contam com a transformação de coordenadas geodésicas em vetores tridimensionais relativos ao centro da esfera.

Os dados usados para a etapa experimental deste trabalho, referem-se a base digital da rede altimétrica da cidade de Curitiba, fornecida pelo IPPUC – Instituto de

Pesquisa e Planejamento Urbano de Curitiba, e é composta por 12007 pontos cotados divididos em 74 regiões da cidade, em coordenadas planas UTM, referenciadas ao SAD69.

Utilizando o Software Topográfico DataGEOSIS 1.32 e rotinas implementadas em MATLAB 5.1, as coordenadas plano-retangulares UTM dos pontos foram transformadas em coordenadas geodésicas j (latitude), l (longitude) e H (altitude).

Para a geração dos modelos digitais de terreno utilizou a rotina DEMDATA (Gaspar & Pires - 1997) implementada com Interpolação de Vizinhos Naturais sobre superfície esferoidal (Watson - 1998).

A figura 4.1 a seguir, mostra rede de triângulos irregulares (TIN) sobre uma superfície plana.gerada para a cidade de Curitiba.

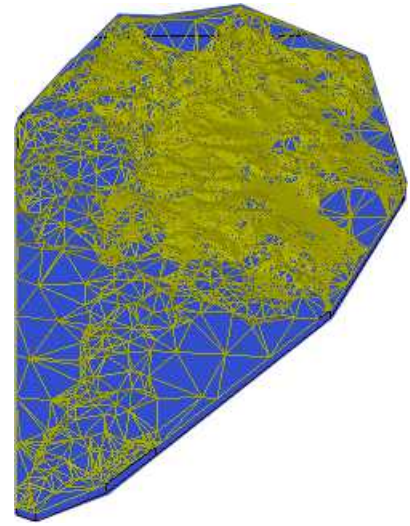


Fig. 4.1 : Rede de Triângulos Irregulares (TIN) para Curitiba - PR.

4.3 Resultados obtidos

Para poder avaliar as diferenças entre os modelos produzidos pelas duas técnicas, adotou-se pontos de controle com cotas conhecidas, os quais, não utilizados para a geração dos modelos. Desse modo, é possível calcular os desvios entre o valor real e os valores obtidos através das interpolações de ambos os métodos.

Tabela 4.1 : Diferença entre as cotas do DEM com base plana e o DEM com base esférica

| Nº Ponto | Latitude | Longitude | Norte(UTM) | Este(UTM) | Alt.(m) | AltP(m) | Alt.E(m) | Alt.R-Alt.P | Alt.R-Alt.E | Alt.P-Alt.E |
|----------|----------|-----------|------------|-----------|---------|---------|----------|-------------|-------------|-------------|
| 1 | -25,5437 | -49,3027 | 7173751,90 | 670526,65 | 928,360 | 925,550 | 925,669 | 2,810 | 2,691 | 0,119 |
| 500 | -25,4281 | -49,2726 | 7186513,08 | 673714,68 | 910,290 | 910,404 | 910,409 | -0,114 | -0,119 | 0,005 |
| 1000 | -25,4421 | -49,2529 | 7184932,22 | 675676,87 | 885,400 | 886,278 | 886,208 | -0,878 | -0,808 | -0,070 |
| 1500 | -25,4279 | -49,3001 | 7186565,96 | 670948,88 | 931,900 | 930,891 | 930,942 | 1,009 | 0,958 | 0,051 |
| 2000 | -25,4047 | -49,2651 | 7189098,82 | 674511,73 | 932,820 | 931,546 | 931,813 | 1,274 | 1,007 | 0,267 |
| 2500 | -25,4311 | -49,2287 | 7186118,45 | 678129,03 | 919,030 | 917,854 | 918,325 | 1,176 | 0,705 | 0,471 |
| 3000 | -25,4617 | -49,2177 | 7182716,45 | 679191,29 | 918,000 | 913,759 | 914,058 | 4,241 | 3,942 | 0,299 |
| 3500 | -25,4478 | -49,2538 | 7184309,44 | 675580,68 | 884,610 | 885,141 | 885,141 | -0,531 | -0,531 | 0,000 |
| 4000 | -25,4735 | -49,2941 | 7181517,53 | 671490,08 | 934,320 | 932,883 | 933,807 | 1,437 | 0,513 | 0,924 |
| 4500 | -25,4049 | -49,2821 | 7189095,30 | 672795,05 | 931,280 | 932,159 | 931,806 | -0,879 | -0,526 | -0,353 |
| 5000 | -25,3805 | -49,2921 | 7191809,68 | 671825,70 | 943,000 | 952,310 | 953,690 | -9,310 | -10,690 | 1,380 |
| 5500 | -25,4075 | -49,2409 | 7188753,03 | 676939,00 | 925,240 | 924,330 | 924,556 | 0,910 | 0,684 | 0,226 |
| 6000 | -25,4084 | -49,2188 | 7188621,64 | 679164,97 | 889,000 | 887,582 | 887,140 | 1,418 | 1,860 | -0,442 |
| 6500 | -25,4836 | -49,2798 | 7180372,14 | 672912,99 | 907,390 | 908,408 | 907,442 | -1,018 | -0,052 | -0,966 |
| 7000 | -25,4810 | -49,3289 | 7180728,50 | 667984,31 | 886,985 | 887,292 | 887,045 | -0,307 | -0,060 | -0,247 |
| 7500 | -25,439 | -49,3216 | 7185341,50 | 668777,28 | 937,490 | 930,570 | 931,891 | 6,920 | 5,599 | 1,321 |
| 8000 | -25,3742 | -49,2724 | 7192484,09 | 673821,55 | 994,000 | 983,983 | 986,858 | 10,017 | 7,142 | 2,875 |
| 8500 | -25,3811 | -49,2179 | 7191652,69 | 679289,29 | 924,000 | 927,105 | 927,192 | -3,105 | -3,192 | 0,087 |
| 9000 | -25,5080 | -49,2225 | 7177547,38 | 678515,09 | 877,896 | 878,053 | 878,337 | -0,157 | -0,441 | 0,284 |
| 9500 | -25,5135 | -49,2693 | 7177139,19 | 673907,04 | 892,971 | 891,904 | 891,430 | 1,067 | 1,541 | -0,474 |
| 10000 | -25,5142 | -49,3114 | 7177026,82 | 669906,60 | 893,370 | 898,538 | 898,540 | 0,117 | 0,115 | 0,002 |
| 10500 | -25,3935 | -49,3378 | 7190942,77 | 668105,52 | 968,000 | 963,709 | 965,817 | 4,291 | 2,183 | 2,108 |
| 11000 | -25,5467 | -49,2603 | 7173213,07 | 675152,61 | 894,000 | 887,809 | 887,737 | 6,191 | 6,263 | -0,072 |
| 11500 | -25,6431 | -49,3552 | 7163131,80 | 664828,50 | 865,300 | 865,631 | 865,631 | -0,331 | -0,331 | 0,000 |
| 12000 | -25,4851 | -49,3537 | 7180655,00 | 665465,00 | 947,000 | 934,051 | 936,201 | 12,949 | 10,799 | 2,150 |

A tabela 4.1 mostra as coordenadas geodésicas (latitude e longitude) dos 25 pontos de controle em graus decimais, suas respectivas

coordenadas plano-retangulares UTM e suas altitudes reais (*Alt.*) extraídas da base de dados altimétricos de Curitiba. Os itens referentes às colunas 7 a 11 da tabela 4.1 são:

1. $\cdot Alt.P$ é a altitude calculada a partir do DEM gerado sobre superfície plana;
2. $\cdot Alt.E$ é a altitude calculada a partir do DEM gerado sobre superfície esférica;
3. $\cdot Alt.R - Alt.P$ é a diferença entre a altitude real do ponto e a $\cdot Alt.P$ é a altitude calculada a partir do DEM gerado sobre superfície plana;
4. $\cdot Alt.R - Alt.E$ é a diferença entre a altitude real do ponto e a $\cdot Alt.E$ é a altitude calculada a partir do DEM gerado sobre superfície esférica;
5. $\cdot Alt.E - Alt.P$ é a diferença pontual entre a altitude calculada a partir do DEM gerado sobre superfície esférica e a altitude calculada a partir do DEM gerado sobre superfície plana;

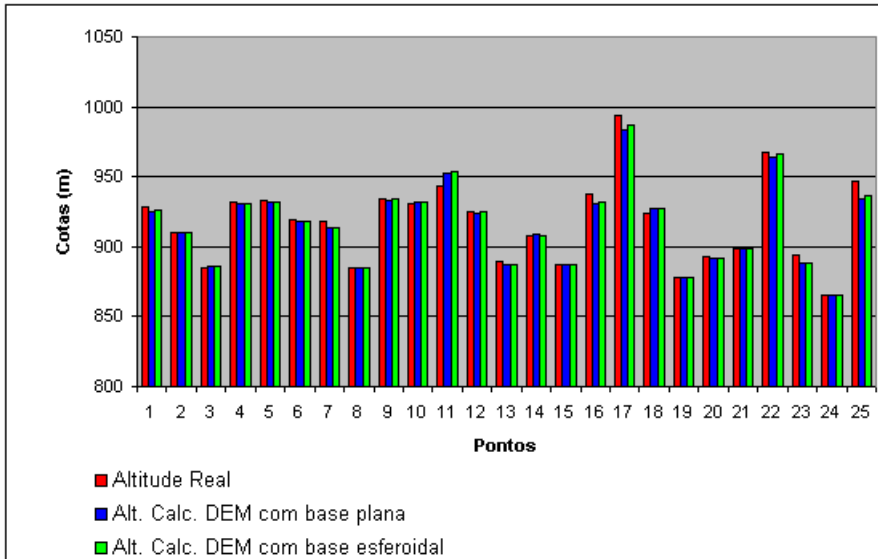


Fig. 4.1 : Altitudes reais e calculadas através dos Modelos Digitais de Elevação.

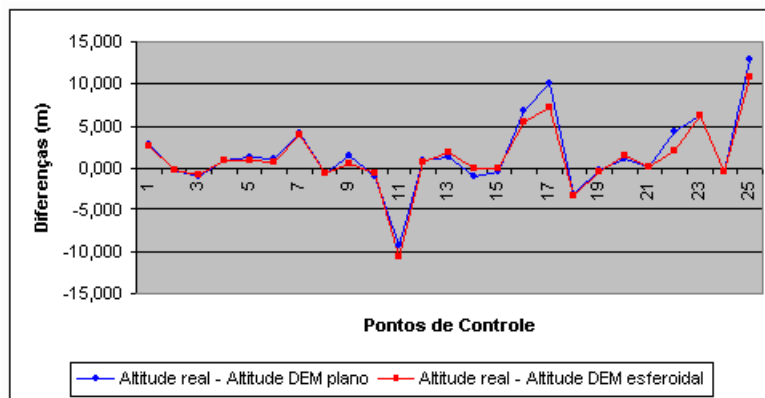


Fig. 4.2 : Diferenças entre as altitudes calculadas através dos Modelos Digitais de Elevação sobre superfícies plana e esférica

5 Conclusão

O DEM – Modelo Digital de Elevações (Digital Elevation Model) representa uma importante ferramenta para as engenharias de um modo geral, porém sua acuracidade poderá estar vinculada a qualidade dos dados utilizados e aos elementos do relevo adotados para a geração do modelo, tais como taludes, hidrografia, divisores de água, talwegues, etc.

Ao analisar a tabela 4.1, pode-se verificar que existem diferenças entre os dois modelos gerados, porém são pequenas. Embora o número de pontos de controle não represente uma amostra suficiente para análises estatísticas em relação aos 12007 pontos utilizados, percebe-se que a técnica que emprega interpolação por vizinhos naturais sobre a superfície esférica apresentou resultados mais próximos dos valores conhecidos, porém novos testes deverão ser executados.

Na maioria dos pontos, a diferença entre o valor real da altitude e o valor calculado foi inferior a dois metros para ambas as técnicas, o que demonstra que dependendo da escala ou da precisão desejada, a aplicação de DEM é satisfatória. Porém em alguns pontos foram verificadas diferenças maiores que foram provadas por interpolações em regiões de fronteira do modelo, e em regiões onde há má distribuição de pontos. Um modo de obter melhores resultados, é utilizar dados em uma região maior que a desejada, e utilizar a representação de elementos do relevo como hidrografia, talwegues, divisores de água, taludes, e outros, chamados de linhas de quebra (em inglês: *breaklines*)

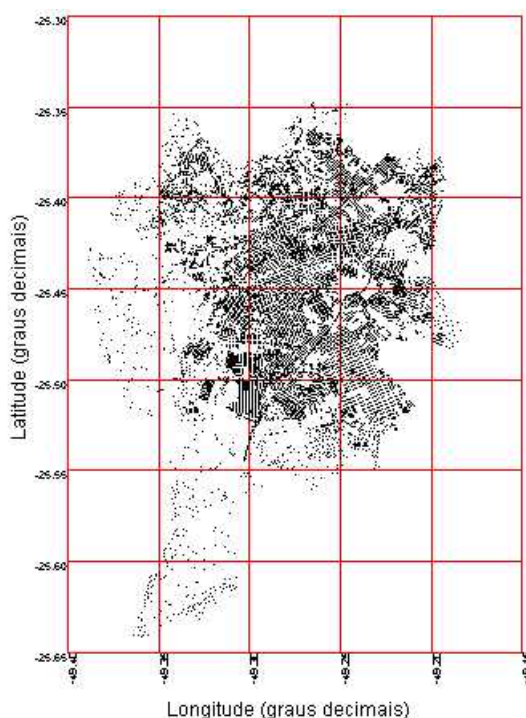
Em termos computacionais, a geração de Modelos Digitais de Elevações sobre bases planas é mais rápida, ao passo que o uso de interpolação por vizinhos naturais sobre a superfície esférica requer maior esforço computacional, tanto para a geração do DEM como para a visualização.

O tempo de processamento para 12007 pontos para o primeiro método, em computador Pentium II – 450 Mhz esteve na marca de 7 minutos e meio, enquanto que para o método implementado, o tempo foi de 29 minutos, o que comprova que o esforço computacional é muito superior.

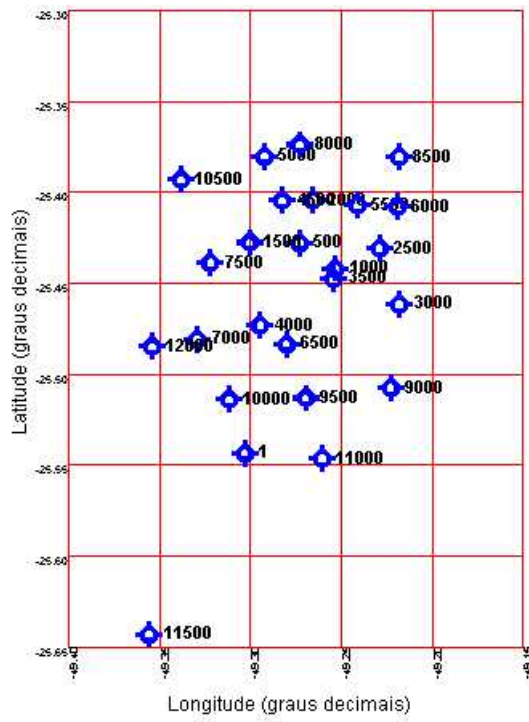
6 Bibliografia

1. **F.M.**, (1983), *Geodesia Y Cartografia Matemática*, Universidad Politécnica de Madrid, Espanha, 423p.
2. **BANERJEE, P.**, (1998), *Gravity measurements and terrain corrections using a Digital Terrain Model in the NW Himalaya*, Computer & Geosciences, Elsevier Science Ltd, Vol. 24, N° 10, p. 1009-1020.
3. **BURROUGH, P.A.**, (1986), *Principles of Geographical Informations Systems for Land Resources Assessment*, Clarendon Press, Oxford.
4. **CAMPOS, I.O.**, (1994), *Análise de técnicas para o estabelecimento de Modelos Digitais de Terrenos – DTM*, Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 85p.
5. **CINTRA, J.P.**, (1985), *Contribuição ao estudo de representação de superfícies com o auxílio do computador*, Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.
6. **N.K., SEN, D.J.**, (1994), *Determination of watershed features for surface runoff models*, ASCE, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 120, N°4, April, p.427-448.
7. **GASPAR, E., PIRES, A.A.O.**, (1997), *DEM DATA*, unidade matemática desenvolvida para o Software Topográfico DataGEOSIS, v. 1.0, Alezi Teodolini, SP.
8. **HUTCHINSON, M.F., GALLANT, J.C.**, (1999), *Representation of Terrain*, In Longley, P.A., Maguire, D.J., Goodchild, M.F., Rhind, D.W. (eds), *Geographical Information Systems: principles and technical issues*, John Wiley & Sons Inc. Vol. 1, 2ª edition, Printed in USA.
9. **MOORE, T.L.**, (1998), *A software "Tool Kit" in C for the application of Spherical Geodesic Grids in Paleoclimatology*, Computer & Geosciences, Elsevier Science Ltd, Vol. 24, N° 10, p. 965-978.
10. **NELSON, E.J., JONES, N.L., MILLER, A.**, (1994), *Algorithm for precise drainage-basin delineation*, ASCE, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 120, N°3, March, p.298-312.
11. **W.H.S.**, (1999), *Técnicas de cálculos em Geodésia Física*, Seminário apresentado no Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Outubro.
12. **V.J.D.**, (1993), *Delaunay triangulations in TIN creation: an overview and linear-time algorithm*, International Journal of Geographical Information System, Vol. 7, N°6, p. 501-524.
13. **VANICEK, P., KRAKIWSKY, E.J.**, (1986), *Geodesy: The Concepts*, 2ª edition, Elsevier Science B.V., P.O. BOX 211, 1000, AE Amsterdam, The Netherlands, ISBN 0-444-87777-0. 697p.
14. **WATSON, D.F.**, (1992), *Contouring: A guide to the analysis and display of spatial data*, Pergamon Press, ISBN 0-08-040286-0, 321p.
15. **WATSON, D.F.**, (1994), *NNGRIDR An implementation of Natural Neighbor Interpolation*, Vol. 1 in the Natural Neighbor Series, Published by David Watson, P.O. Box 734, Claremont, WA 6010, Australia, 170p.
16. **WATSON, D.F.**, (1998), *MODEMAP: An implementation of Natural Neighbor Interpolation on the sphere*, Vol. 3 in the Natural Neighbor Series, Published by David Watson, P.O. Box 734, Claremont, WA 6010, Australia, 171p.
17. **WEIBEL, R., HELLER, M.**, (1991), *Digital Terrain Modelling*, In Maguire, D.J., Goodchild, M.F., Rhind, D.W. (eds), *Geographical Information Systems: principles and applications*. Harlow, Longman - NewYork, John Wiley & Sons Inc. Vol. 1, 649p.

Anexos



Anexo Fig. 1 : Pontos usados para a geração dos modelos digitais de terreno em Curitiba



Anexo Fig. 2 : Pontos de controle usados para avaliação dos modelos digitais de terreno