

Carta Geoidal de Belo Horizonte : Fase Preliminar

Niel Nascimento Teixeira ¹
Luiz Danilo Damasceno Ferreira ²
Silvio Jacks dos Anjos Garnés ³

^{1,2} Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas - UFPR
Universidade Federal de Parana

³ Universidade para o Desenvolvimento do Estado e da Região do Pantanal

¹ ✉ nielnt@geoc.ufpr.br

² ✉ daniilo@geoc.ufpr.br

³ ✉ sjgarnes@geoc.ufpr.br

Conteúdo	
	1 Introdução
	2 Metodologia Utilizada
	2.1 Emprego relativo das ondulações geoidais
	2.2 Comparação de Resultados
	3 Considerações Finais
	4 Agradecimentos
	5 Referências Bibliográficas
	Anexo 1 – Carta Geoidal de Belo Horizonte

Resumo: O posicionamento por GPS permite a obtenção de coordenadas geodésicas elipsoidais (ϕ , λ , h) com alta precisão no modo relativo e em "curto" intervalo de tempo. Os desníveis obtidos por este processo em projetos de engenharia, em certos casos, não são convenientes pelo fato de não estarem relacionados com o campo gravitacional. Por outro lado, tais objetivos são atendidos pelo uso de altitudes "ortométricas" definidas pelas referências de nível (RNs). Com o conhecimento da ondulação geoidal em um ponto é possível relacionar estas duas altitudes. Deste modo, procurou-se neste trabalho, relatar o esforço para se obter a carta geoidal da cidade de Belo Horizonte, tendo como estratégia para a sua elaboração a diferença entre as altitudes geométricas obtidas com a ocupação das RNs, por um receptor GPS, e as altitudes ortométricas destas referências de nível.

Palavras chave: Ondulação Geoidal, Altitudes GPS

Abstract: The positioning GPS allows the obtaining the geodetic coordinates (ϕ , λ , h) with high precision in the relative method in "short" interval of time. The differences obtained by this process in engineering projects, in certain cases, are not convenient because those differences are not related with the gravitational field. On the other hand, such objectives are achieved by the use of orthometric heights defined by the reference levels (RN). With the knowledge of the geoid height in a point is possible to relate these two heights. In this way, this paper presents the effort to obtain the geoid map of the city of Belo Horizonte, using as strategy for its elaboration the difference between the ellipsoidal height obtained with the occupation of RNs, by a GPS receiver, and the orthometric heights of these reference levels.

Keywords: Geoid Height, Height with GPS

1 Introdução

O posicionamento por GPS permite a obtenção de coordenadas geodésicas (ϕ , λ , h) com alta precisão (com certos cuidados chega-se a ordem do milímetro). No entanto, o caráter puramente geométrico da altitude h , em certas aplicações da engenharia tem uso restrito. Essas restrições são eliminadas fazendo uso de uma altitude vinculada ao campo gravitacional da Terra, como por exemplo, a altitude ortométrica. Porém, a definição da altitude ortométrica de um ponto, distância deste ponto ao geóide contada ao longo da vertical, implica no conhecimento do valor médio da gravidade g_M . Na prática, essa altitude não é alcançada pelo fato de g_M não ser conhecida. Assim, a altitude utilizada é apenas uma aproximação da altitude ortométrica.

O datum vertical brasileiro adotado pelo IBGE é o nível médio local registrado pelo marégrafo de Imbituba, no litoral catarinense (Gemael, 1999). As altitudes ortométricas brasileiras são referidas ao zero desse marégrafo e transportadas através do nivelamento geométrico às RNs, levando-se em consideração apenas a correção do não-paralelismo das superfícies equipotenciais.

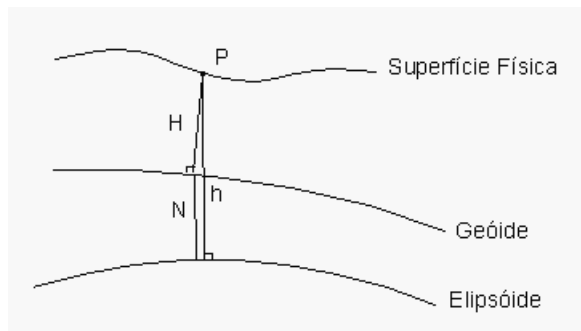


Fig. 1.1 : Relação entre altitude geométrica e ortométrica

A altitude geométrica (h) obtida pelo GPS pode ser transformada na ortométrica (H) usando a relação aproximada (fig. 1.1):

$$H = h - N$$

(1.1)

onde N é a ondulação geoidal.

Existem várias técnicas para determinar a ondulação geoidal (Gemael, 1999). No Brasil, para fins de aplicações práticas destacam-se os mapas geoidais: MGB-92 (IBGE/EPUSP) e o GEOB-93 (IAG/USP). O MGB-92 é o mapa geoidal oficialmente adotado no país, com precisão absoluta e relativa da ordem de 3 m e 1cm/km respectivamente (Mônico et al., 1996).

Neste trabalho, foram determinadas altitudes geométricas por GPS ocupando-se as RNs de altitudes ortométricas conhecidas, obtendo-se deste modo, pela eq.1.1, as ondulações geoidais.

2 Metodologia Utilizada

A área para elaboração da carta geoidal, foi a da cidade de Belo Horizonte, MG. As RNs ocupadas estão dispostas numa área de aproximadamente 13 x 25 Km.

Os equipamentos utilizados para a coleta de dados GPS foram um receptor Trimble 4600 LS e um receptor Pró-XR/GIS de frequência L₁. O receptor Trimble ficou como base, instalado na estação localizada na Faculdade de Engenharia de Agrimensura de Minas Gerais (FEAMIG) e o outro ocupou as demais RNs num total de 15 (Teixeira & Pessoa, 1999). As RNs, de 1º ordem, foram implantadas pela Empresa Brasileira de Aerofotogrametria (EMBRAFOTO).

A técnica de levantamento GPS utilizada foi a do estático clássico com duração mínima de rastreamento de 60 minutos a uma taxa de coleta de dados de 15 segundos.

Os dados coletados foram transformados para o formato *Receiver Independent Exchange* (RINEX) usando o *software* Pathfinder 2.04 da Trimble e processados com o *software* GPPS da Ashtech.

As coordenadas geodésicas GPS obtidas do pós-processamento no sistema WGS-84 foram transformadas para o sistema geodésico brasileiro (SAD-69) utilizando as fórmulas simplificadas de Molodensky (Cordini et al., 1998). Posteriormente, (φ , λ) foram transformadas para coordenadas planas (E, N) no sistema UTM.

A tab. 2.1 mostra as RNs com as respectivas coordenadas UTM (E,N), altitude geométrica, altitude ortométrica e ondulação geoidal.

Tab. 2.1 : Resultados (MC = 45°)

Estação	E (m)	N (m)	h (m)	H (m)	N=h-H (m)
RN067	613193.20846	7792431.60482	949,169	946,271	2,898
RN050	604504.02701	7797997.37274	848,726	845,654	3,072
RN007	604531.62633	7808363.94008	817,380	815,032	2,348
RN001	605583.44813	7810753.33179	816,340	814,245	2,095
RN085	612024.23536	7791441.57893	1102,199	1099,195	3,004
RN091	609983.61790	7788412.06633	1199,217	1195,331	3,886
RN041	607089.85465	7800610.28180	841,413	838,163	3,250
RN011	610178.13824	7809181.70529	758,035	755,345	2,690
RN006	614406.99938	7810614.93455	770,759	768,212	2,547
RN003	607847.82543	7811551.46358	851,347	849,063	2,284
RN015	616889.09558	7808885.65770	702,926	700,510	2,416
RN009	607489.27110	7808787.76892	830,736	828,229	2,507
RN071	605757.41235	7792554.10367	902,548	899,065	3,483
RN030	611733.70106	7803785.64549	779,074	776,350	2,724
RN026	604222.93250	7804266.19978	808,862	806,284	2,578

Deste modo, utilizando os dados da tab. 2.1, gerou-se através de interpolação linear com o *software* DataGeosis, a carta geoidal para a cidade de Belo Horizonte (ver Anexo 1).

2.1 Emprego relativo das ondulações geoidais

A ondulação geoidal quando interpolada diretamente, por exemplo, do MGB-92 tem a precisão de 3 m. Com essa precisão, a altitude ortométrica obtida a partir da geométrica não serve a propósitos práticos. Por outro lado, o uso das informações da ondulação geoidal do MGB-92 no modo relativo fornece uma precisão de 1 cm/km (Blitzkow et al., 1993). Com essa precisão, muitos propósitos práticos são satisfeitos.

Para ilustrar o procedimento do uso relativo da ondulação geoidal (fig.2.2) deve-se conhecer numa RN as coordenadas (φ , λ , h) e a

altitude ortométrica H ; a ondulação geoidal pode ser calculada pela eq. 1.1. Se num ponto P , próximo a RN, for determinada as coordenadas (φ, λ, h) , pode-se tanto neste ponto como também na RN, interpolar do mapa geoidal as ondulações do geóide.

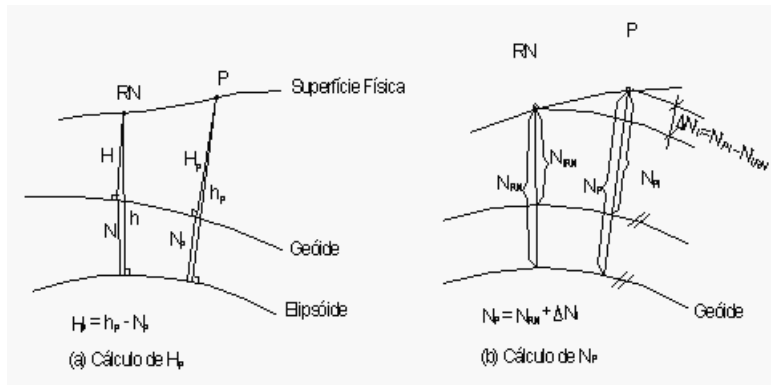


Fig. 2.2 : Aplicação relativa da ondulação geoidal

Da fig. 2.2 tira-se as seguintes relações:

$$H_P = h_P - N_P \quad (2.1)$$

$$N_P = N_{RN} + \Delta N_I \quad (2.2)$$

$$\Delta N_I = N_{PI} - N_{RNI} \quad (2.3)$$

onde:

H_P : altitude ortométrica a determinar de um ponto P ;

h_P : altitude geométrica conhecida;

N_P : ondulação geoidal conhecida do ponto P ;

N_{RN} : ondulação geoidal conhecida da RN;

ΔN_I : diferença das ondulações geoidais interpoladas;

N_{PI} : ondulação geoidal interpolada para o ponto P ;

N_{RNI} : ondulação geoidal interpolada para a RN .

Relacionando as eqs. 2.1, 2.2 e 2.3 pode-se escrever:

$$H_P = h_P - N_{RN} - (N_{PI} - N_{RNI}) = h_P - N_{RN} + N_{RNI} - N_{PI}, \quad (2.4)$$

$$H_P = h_P - (N_{RN} - N_{RNI}) - N_{PI}$$

A eq. 2.4 permite o cálculo da altitude ortométrica de um ponto onde foi obtida a geométrica por GPS, fazendo uso da informação relativa do mapa geoidal.

2.2 Comparação de Resultados

Em relação a qualidade da carta geoidal (ver Anexo 1) não há muito o que ser feito, pois ela é função da qualidade das ondulações geoidais utilizadas. O que pode ser melhorado é com relação ao interpolador, isto é, identificar qual interpolador se ajusta melhor a situação (essa análise não faz parte do objetivo deste artigo).

Entretanto, algum tipo de teste pode ser feito, como por exemplo, comparar altitude ortométrica de um ponto transportada por um nivelamento geométrico, com a altitude ortométrica calculada a partir da altitude geométrica deste ponto, e também realizar comparação com a altitude ortométrica calculada usando um mapa geoidal.

O ponto teste escolhido (aqui denominado por P), localizado na Praça da Estação no centro da cidade de Belo Horizonte, teve sua altitude ortométrica determinada por um nivelamento geométrico a partir de uma RN do IBGE. As coordenada geodésicas (φ, λ, h) foram obtidas por GPS e transformadas ao SAD-69. Os resultados foram:

$$H_P = 837,982 \text{ m};$$

$$\varphi_P = 19^\circ 54' 58,9526'' \text{ S};$$

$$\lambda_P = 43^\circ 56' 00,3704'' \text{ W};$$

$h_P = 841,205 \text{ m};$

$N_P = 3,223 \text{ m}.$

Para a interpolação a partir da carta geoidal (**Anexo 1**) é necessário transformar (φ_P, λ_P) para coordenadas UTM. As coordenadas transformadas e o valor da ondulação interpolada da carta foram:

$E_P = 611632,311 \text{ m};$

$N_P = 7797410,939 \text{ m};$

$N_{PI} = 2,925 \text{ m},$

e a altitude ortométrica para este ponto é:

$H_P = h_P + N_{PI} = 841,205 - 2,925 = 838,28 \text{ m}.$

A comparação com o MGB - 92 foi feita utilizando os dados da RN-50 (tab. 2.1). Os dados utilizados foram:

$\varphi = 19^\circ 54' 41,3014'' \text{ S};$

$\lambda = 44^\circ 00' 05,6417'' \text{ W};$

$h = 848,726 \text{ m};$

$H = 845,654 \text{ m};$

$N = 3,072 \text{ m}.$

A ondulação geoidal interpolada para a RN-50 e para o ponto P, a partir do programa MAPGEO-V2.0 foram:

$N_{RN} = 4,57 \text{ m};$

$N_{PI} = 4,66 \text{ m},$

e aplicando a eq. 2.4 resulta para a altitude ortométrica do ponto P:

$H_P = 841,205 - (3,072 - 4,57) - 4,66 = 838,043 \text{ m}.$

3 Considerações Finais

Neste trabalho foram relatadas as etapas de geração de uma carta geoidal, preliminar, para a cidade de Belo Horizonte. A ondulação geoidal extraída dela, foi interpolada graficamente e os resultados obtidos na seção 2.2 não se mostraram satisfatórios, pois a diferença entre as altitudes ortométricas no ponto P via nivelamento geométrico e GPS foram de 29,8 cm. Porém, a divulgação desses resultados deve ser vista como um incentivo para a continuidade do trabalho, onde a densificação de RNs e pontos GPS é tarefa primordial.

O artigo também mostra como aplicar as ondulações de um mapa geoidal na forma relativa. Os resultados da aplicação do programa Mapgeo V.2.0 na forma absoluta produziram um erro de 1,437 m no ponto teste P e 1,498 m para a RN-50. No modo relativo, o erro foi de apenas 6,1 cm em 7,152 km, precisão compatível com a prevista pelo programa de 1cm/km.

4 Agradecimentos

Os autores expressam seus agradecimentos ao Eng. Renato Souza Brumm pelo acompanhamento na coleta de dados, aos Engenheiros Eduardo Barreto Ribas, MSc e Dorivaldo Damasceno pelo treinamento dos *softwares* utilizados, a FEAMIG pelo empréstimo dos equipamentos utilizados e a EMBRAFOTO pelo fornecimento das informações relativas aos RNs.

5 Referências Bibliográficas

BLITZKOW,D.; CINTRA,J.P.; FONSECA JUNIOR,E.S.da; LOBIANCO,M.C.B.; FORTES,L.P.S.: *Mapa geoidal do Brasil - 1992*, EPUSP-PTR/IBGE - Departamento de Geodésia, Rio de Janeiro 1993

CORDINI,J.; GARNÉS,S.J.dos A.; MORAIS,C.V.de; NADAL,C.A.: *Transformações de referenciais geodésicos*, 3º COBRAC, Florianópolis 1998

GEMAEL,C.: *Geodésia física*, Editora UFPR, Curitiba 1999

MONICO,J.F.G.; CHAVES,J.C.; ISHIKAWA,M.I.: *Nivelamento de precisão usando o GPS e interpolação geométrica do geóide*, 7º CONEA, Salvador 1996

TEIXEIRA,N.N.; PESSOA,R.M.: *Nivelamento de precisão com a tecnologia GPS na cidade de Belo Horizonte*, Editora SME, Belo Horizonte 1999

Anexo 1 – Carta Geoidal de Belo Horizonte

