

Comparações de Métodos para Obtenção de Coordenadas de Pontos de Apoio e Temáticos de uma Poligonação

Alessandro Salles Carvalho¹
Prof. Dr. Dalto Domingues Rodrigues²
Flávio Henrique Eloi³
Geiza Coutinho Figueiredo⁴
Alessandra Lopes Braga⁵

UFV – Depto. de Engenharia Civil
36570-000 Viçosa MG
¹ ascufv@hotmail.com
² dalto@ufv.br
³ flavioeloi@hotmail.com
⁴ geizacf@hotmail.com
⁵ alessandralb@hotmail.com

Resumo: Uma das finalidades da topografia é a obtenção de coordenadas cartesianas de pontos referentes a temas de interesse, havendo para isso duas diferentes rotinas para o cálculo das coordenadas dos pontos de apoio e temáticos, levantados por poligonação onde são observados ângulos e distâncias horizontais naturalmente eivados de erros, sem empregar o ajustamento de observações. Uma delas processa primeiramente os pontos de apoio e só então os pontos temáticos, a outra processa conjuntamente os pontos de apoio e temáticos. O objetivo desse trabalho é comparar os resultados obtidos empregando essas duas diferentes rotinas que têm sido empregadas por diversos profissionais e, possivelmente, por alguns softwares. Os dados simulados de uma poligonação foram processados empregando um software comercial importado e, seguindo as duas diferentes rotinas empregando uma planilha eletrônica.

Palavras chaves: Topografia, Métodos de compensação, Pontos temáticos, Comparação.

Abstract: One of the topography purposes is the obtainment of cartesian coordinates of referring the point to interest themes, existing for that two different routines for the points coordinates calculation of support and thematic, survey by traverse where angles are observed and horizontal distances naturally carried of mistakes, without employing the observations adjustment. One their process firstly the support points and only then the thematic points, another process jointly the support points and thematic. The objective of this work is to compare the obtained results employing these two different routines that have been being employed by several professionals and, possibly, for some softwares. The data simulated of a traverse were processed employing imported commercial software and, following both different routines employing an electronic spreadsheet.

Keywords: Topography, Compensation Methods, Thematic points, Comparison.

1 Introdução

Uma das finalidades da topografia é a obtenção de coordenadas cartesianas de pontos referentes a temas de interesse - elementos do terreno que por sua importância, característica ou posição relativa, deve compor a planta topográfica. Tais elementos podem ser relevos, rios, lagos, lavouras, florestas, obras de engenharia, etc. Essas coordenadas são referidas a um sistema de eixo cartesiano plano ortogonal (XY), com origem estabelecida a partir do vértice de onde se mediu o azimute inicial. Em função da área a ser levantada e da finalidade do levantamento esta origem poderá estar no centro da área, sob a superfície física, no nível médio dos mares ou numa posição intermediária.

Os eixos X e Y desse sistema coincidem com as direções leste-oeste, norte-sul, respectivamente. (Loch e Cordini, 2000).

O levantamento topográfico consiste na medição de ângulos e distâncias para determinação dos pontos de apoio e temáticos. Estas medições são naturalmente eivadas de erros que podem ser de natureza sistemática, grosseira e aleatória.

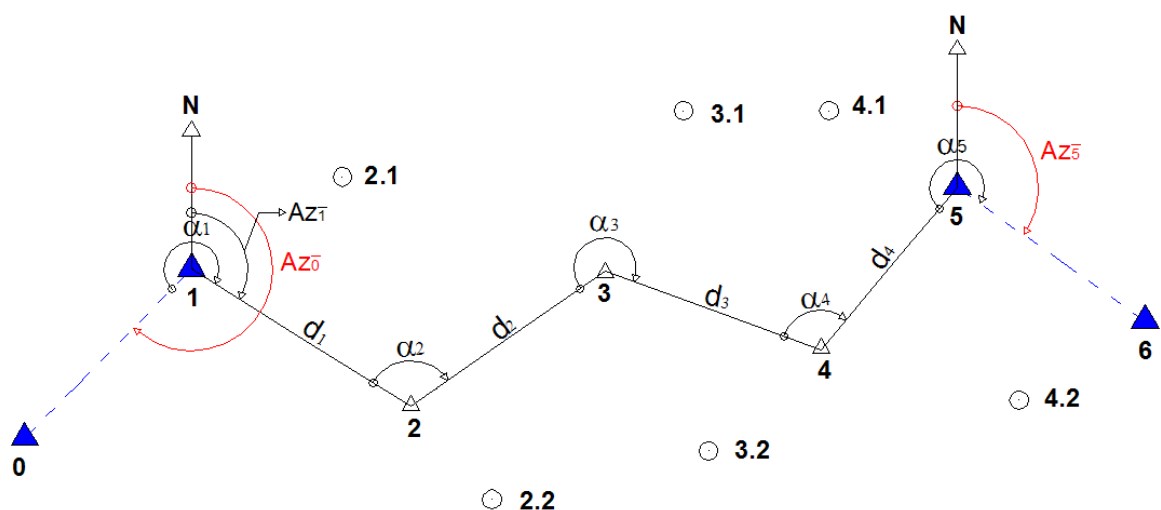
O levantamento dos pontos de apoio da poligonal pode ser feito conjuntamente com os pontos temáticos ou em separado. Entende-se por conjuntamente as observações de ângulos e distâncias dos lados da poligonação e dos pontos irradiados, já em separado, procede-se o levantamento de toda a poligonal, posteriormente reocupam-se os pontos de apoio e levantam-se os pontos temáticos. A vantagem em realizar o primeiro procedimento está na agilidade em que se realiza o levantamento, não precisando reocupar os pontos de apoio para determinação das irradiações.

No processamento de ângulos e distâncias observados, sem o emprego do ajustamento de observações para obtenção das coordenadas dos pontos de apoio e temáticos, há duas diferentes rotinas: uma processando separadamente os pontos de apoio e temáticos; outra, conjuntamente.

2 Objetivo

O objetivo geral deste trabalho foi comparar os resultados obtidos empregando as duas diferentes rotinas supracitadas, que têm sido empregadas por diversos profissionais e, possivelmente, por softwares (nacionais e internacionais).

3 Metodologia



- ▲ Estação (ou ponto ocupado com teodolito) com coordenadas conhecidas
- △ Estação (ou ponto ocupado com teodolito) com coordenadas desconhecidas
- Ponto visado (ou ponto não ocupado com teodolito) com coordenadas desconhecidas

Figura 1: Poligonal simulada, com respectivas irradiações

Utilizou-se para realização deste trabalho, um software comercial de topografia e uma planilha eletrônica, pertencentes a Universidade Federal de Viçosa UFV.

Utilizou-se para realização deste, os dados obtidos de uma poligonal simulada, sendo apoiada e fechada em pontos e direções distintas, classificada pela NBR-13.133 - Norma técnica para levantamentos topográficos, como poligonal tipo 3, conforme observa-se na figura 1.

Depois da fase de coleta de dados de campo, parte-se para o topo-processamento dos dados mensurados, seguindo alguns critérios, como comparação do erro angular e linear com as tolerâncias destes erros, e procedimentos para a distribuição dos mesmos. Os fluxogramas mostrados nas figuras 2 e 3 apresentam as duas diferentes rotinas em questão para o processamento das observações dos pontos de apoio e temáticos. O fluxograma da figura 2 mostra a rotina (1) a ser seguida para obtenção das coordenadas topográficas dos pontos de apoio e temáticos.

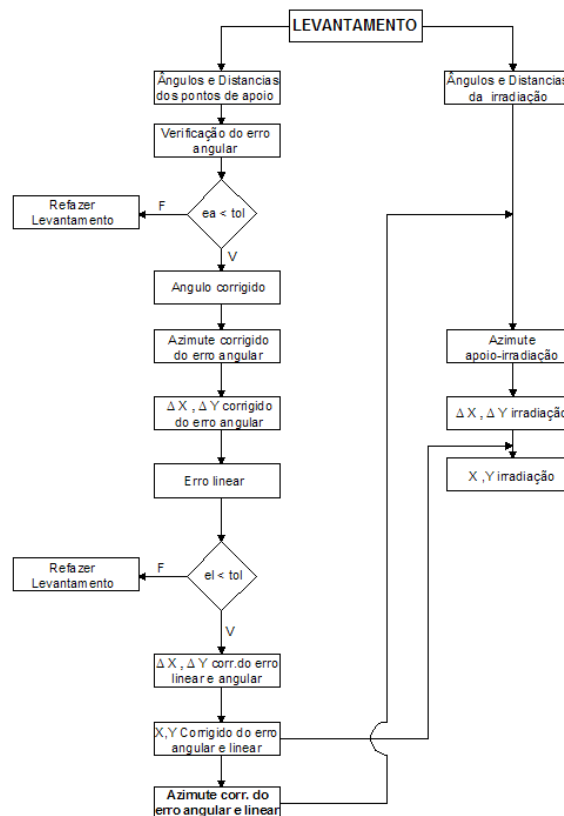


Figura 2: Rotina de cálculo para obtenção das coordenadas dos pontos de apoio e temático, com processamento em separado)

Segue-se a descrição do fluxograma da figura 2: De posse dos dados de campo (ângulos e distancias), procede-se o cálculo do erro de fechamento angular, verificando a tolerância, se estiver fora do limite estabelecido refaz-se o levantamento; caso contrário classifica-se a poligonal de acordo com a norma vigente e procede-se compensação do erro angular.

A seguir calculam-se os azimutes corrigidos do erro angular e de posse desses azimutes calculam-se as coordenadas relativas (ΔX , ΔY), o erro linear e verifica-se se o mesmo está dentro da tolerância. Se não estiver, refaz-se o levantamento; caso contrário classifica a poligonal e procede-se a correção do erro linear e obtêm-se as coordenadas topográficas finais dos pontos de apoio, compensadas dos erros angular e linear. Como parte final da rotina, tem-se a obtenção posicional das irradiações, que são função da posição do ponto de apoio (corrigido do erro angular e linear e do azimute do alinhamento calculado em função das coordenadas corrigidas dos erros angular e linear) e da distância do ponto base ao irradiado (Rodrigues, 2003).

Já a rotina (2), fluxograma da Figura 3 difere da primeira apenas na forma de cálculo dos azimutes das irradiações. Estes azimutes são calculados em função do azimute do alinhamento base, que nesta rotina é

corrigido apenas do erro angular (Comastri e Gripp, 1990).

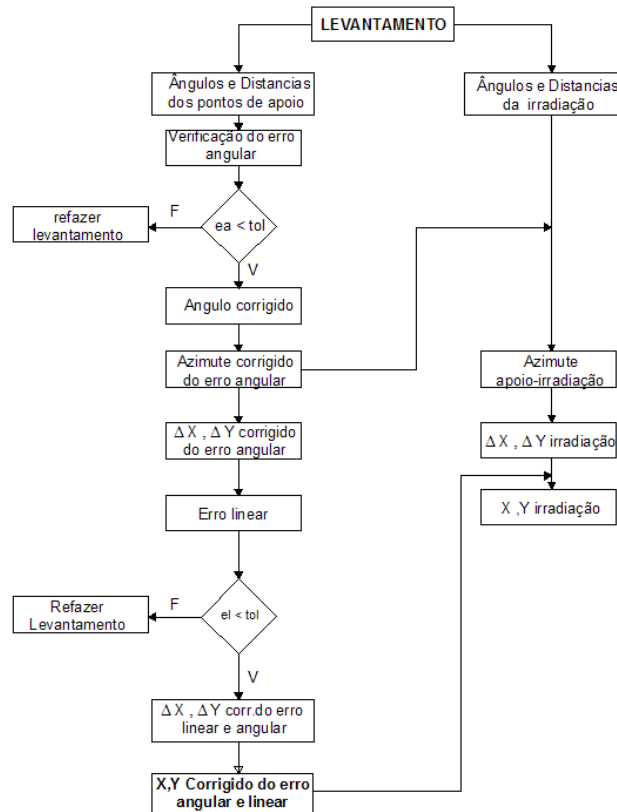


Figura 3: Rotina de cálculo utilizada para obtenção das coordenadas dos pontos de apoio e temático, com processamento em conjunto

Dentre os métodos analíticos de processamento dos dados observados, o de *Bowditch* que compensa o erro linear distribuindo-o proporcionalmente ao comprimento dos lados da poligonal (Cooper, 1987), (Caso 1) e o que realiza a distribuição proporcionalmente aos valores absolutos das projeções relativas (Borges, 1977), (Caso 2), optou-se pelo segundo, pois, o software aplicativo o empregava.

É importante ressaltar que após a realização das compensações dos erros nas grandezas mensuradas, não se pode afirmar que as grandezas compensadas estejam mais corretas que as originais e, muito menos, que as grandezas resultantes estejam isentas de erros. A compensação ou distribuição dos erros proporciona apenas um conjunto de valores geométrica e matematicamente coerentes, sem introduzir deformação excessiva na figura original (Loch e Cordini 2000).

3.1 Dados da Poligonal Simulada

Para realizar a comparação proposta neste trabalho, foi realizada uma simulação de uma poligonação, obtendo os seguintes valores de ângulos e distâncias da poligonal e dos pontos de irradiação conforme tabelas (1), (2) e (3) respectivamente.

Tabela 1 - Coordenadas dos Pontos de Apoio e Fechamento da Poligonal.

ID Ponto	X (m)	Y (m)
0	1.000,000	1.000,000
1	1.099,552	1.101,018
5	1.507,305	1.163,498
6	1.618,047	1.084,812

Tabela 2 - Ângulos Horizontais Horários

Em	De	Para	Ângulo Horário
1	0	2	257°19'25"
2	1	3	113°21'40"
2	1	2.1	41°23'05"
2	1	2.2	197°03'40"
3	2	4	234°39'20"
3	2	3.1	150°38'05"
3	2	3.2	274°46'10"
4	3	5	110°09'50"
4	3	4.1	71°59'50"
4	3	4.2	174°22'45"
5	4	6	265°18'30"

Tabela 3 - Distâncias Horizontais

Estação	Vante	Distância (m)
1	2	124,560
2	3	125,860
2	2.1	127,840
2	2.2	71,270
3	4	122,720
3	3.1	115,320
3	3.2	117,910
4	5	128,880
4	4.1	117,800
4	4.2	96,970

3.2 Compensação do Erro Angular

O erro angular cometido na poligonização é obtido pela equação (1) foi compensado, dividindo-se o erro angular total pelo número de estações (vértices), conforme equação (2). Obter-se-á então o valor de compensação a ser distribuído igualmente em todos os vértices da poligonal, obtendo-se então o ângulo observado compensado empregando-se a equação (3).

$$ea = Az_1 + \sum_{i=1}^n (\alpha_i - 180^\circ) - Az_5 \quad (1)$$

$$C_\alpha = -\frac{ea}{(n)} \quad (2)$$

$$\alpha_{\text{corrigido}} = \alpha_{\text{obs.}} + C_\alpha \quad (3)$$

Onde,

Az_1 = Azimute inicial,

Az_5 = Azimute final,

ea = erro angular,

n = n.º de estações da poligonal,

$\alpha_{\text{corrig}} = \text{Ângulo corrigido formado entre os alinhamentos.}$

3.3 Cálculo dos Azimutes da Poligonação

O cálculo dos azimutes corrigidos dos alinhamentos da poligonação foi calculado utilizando-se da equação 4:

$$Az_K = Az_1 + \sum_{j=2}^K \alpha_j^{corrig} - (K - 1) \times 180^0 \quad (4)$$

Onde,

$K = 1, 2, \dots, n,$

$n = n.^{\circ}$ de estações da poligonal,

$\alpha_j^{corrig} = \hat{\text{Ângulo horizontal compensado}}$

3.4 Cálculos das Coordenadas Relativas e Absolutas

As coordenadas topográficas relativas e absolutas dos pontos de apoio foram calculadas utilizando dos modelos (5), (6), (7) e (8).

$$\Delta X_j = dj \cdot \text{sen} Az_j \quad (5)$$

$$\Delta Y_j = dj \cdot \text{cos} Az_j \quad (6)$$

Onde: $j = 1, \dots, n-1.$

$$X_{K+1} = X_1 + \sum_{j=1}^{K-1} \Delta X_j \quad (7)$$

$$Y_{K+1} = Y_1 + \sum_{j=1}^{K-1} \Delta Y_j \quad (8)$$

Onde,

$n = n.^{\circ}$ de estações da poligonal,

$X_1 =$ Abscissa do marco conhecido,

$Y_1 =$ Ordenada do marco conhecido,

$\Delta X_j =$ Projeção em longitude,

$\Delta Y_j =$ Projeção em latitude,

$X_{k+1} =$ Abscissa do vértice a determinar,

$Y_{k+1} =$ Ordenada do vértice a determinar,

3.5 Cálculo do Erro Linear

O erro linear pode ser considerado como a distância que faltou ou sobrou para o fechamento geométrico da poligonal, este erro deve ser comparado com a tolerância fixado variando em função do tipo de levantamento.

O cálculo do erro linear total e o cometido na abscissa e na ordenada é obtido utilizando as seguintes expressões (9), (10), (10).

$$el_x = X_{final}^{calc.} - X_{final}^{conh.} \quad (9)$$

$$el_y = Y_{final}^{calc.} - Y_{final}^{conh.} \quad (10)$$

$$el = \sqrt{(el_x)^2 + (el_y)^2} \quad (11)$$

Onde,

el_x = Erro linear em longitude,

el_y = Erro linear em latitude,

$X_{final}^{calc.}$ = Abscissa calculada do ponto de fechamento,

$X_{final}^{conh.}$ = Abscissa conhecida do ponto de fechamento,

$Y_{final}^{conh.}$ = Ordenada conhecida do ponto de fechamento,

$Y_{final}^{calc.}$ = Ordenada calculada do ponto de fechamento,

el = Erro linear.

3.6 Compensação do Erro Linear e Cálculo das Coordenadas Corrigidas da Poligonal

A distribuição do erro linear foi utilizada os métodos de *Bowditch*, que realiza o ajuste considerando-se que as observações lineares e angulares são obtidas com igual precisão. (Cooper, 1987). Nesse método a distribuição da correção é feita proporcionalmente às distâncias entre as estações, da seguinte forma:

Calculando o perímetro da poligonal utilizando a equação (12), e de posse do erro linear em longitude e das distancias entre os alinhamentos, calculou-se uma constante (coeficiente) em longitude pela equação (13), que é o fator a ser multiplicado pela distancia entre os pontos mostrados na equação (14) para determinação da correção a ser feita nas projeções e a partir da equação (15) e (16) calcula-se a projeção em longitude e coordenadas finais compensadas. A mesma rotina é seguida para o eixo das ordenadas.

$$L = \sum_{j=1}^K dj ; \quad (12)$$

$$Coef.x = - \frac{el_x}{L} ; \quad (13)$$

$$C_{\Delta x_j} = Coef.x * dj ; \quad (14)$$

$$\Delta X_j^{corrig.} = \Delta X_j^{calc.} + C_{\Delta x_j} \quad (15)$$

$$X^{corrig.}_{K+1} = X_1 + \sum_{j=1}^{K-1} \Delta X_j^{corrig} \quad (16)$$

Para: $K= 1, \dots, n-1$.

Onde,

L = Perímetro da poligonal,

el_x = Erro linear em longitude,

d = Comprimento do alinhamento entre as estações,

$C_{\Delta x}$ = Correção a ser aplicada na projeção x,

$Coef.x$ = Constante de correção ser multiplicada pelo comprimento do alinhamento entre as estações,

$\Delta X_j^{corrig.}$ = Projeção em longitude corrigida,

$X^{corrig.}$ = Coordenada corrigida de os erros angular e linear,

Já o método que realiza o ajuste distribuindo o erro linear proporcionalmente ao valor absoluto das projeções relativas é feito seguindo a equações (17), (18), (19), (20) e (21).

$$\delta X = \sum_{j=1}^{n-1} |\Delta X_j| \quad (17)$$

$$Coef. x = -\frac{el_x}{\delta X} \quad (18)$$

$$C_{\Delta x_j} = -\frac{el_x}{\delta X} * |\Delta X_j| \quad (19)$$

$$\Delta X_j^{corrig.} = \Delta X_j^{calc.} + C_{\Delta x_j} \quad (20)$$

$$X^{corrig. K+1} = X_1 + \sum_{j=1}^K \Delta X_j \quad (21)$$

Onde:

δX = Deslocamento em longitude,

$Coef. x$ = Constante de correção ser multiplicada pelo valor absoluto da abscissa,

$|\Delta X_j|$ = Módulo da abscissa,

$C_{\Delta x_j}$ = Correção a ser aplicada na projeção x,

$\Delta X_j^{corrig.}$ = Projeção em longitude corrigida,

$X^{corrig.}$ = Coordenada corrigida de os erros angular e linear,

3.7 Cálculo dos Azimutes dos Pontos Temáticos

A determinação das direções dos pontos temáticos, ou seja, do azimute foram feitas de duas formas, uma utilizando o método 2 (processamento em separado), outra o método 1 (processamento em conjunto) descritas anteriormente. Para determinação dos azimutes foram utilizadas as seguintes equações (22), (23) e (24).

$$Az_L = Az_{ab}^{1^\circ \text{ método}} + \alpha_{pb} \quad (22)$$

$$AZ_{ab}^{2^\circ \text{ método}} = \Theta_{ab}^{2^\circ \text{ método}} = a \tan \frac{X_{x+1} - X_x}{Y_{x+1} - Y_x} \quad (23)$$

$$Az_L = Az_{ab}^{2^\circ \text{ método}} + \alpha_{pb} \quad (24)$$

Onde:

$\Theta_{ab}^{2^\circ \text{ método}}$ = Ângulo calculado que com análise de quadrante, chega-se ao azimute do alinhamento base ajustado dos erros angular e linear.

X_{x+1} = Abscissa ajustada do vértice base,

Y_{x+1} = Ordenada ajustada do vértice base,

X_x = Abscissa ajustada do vértice anterior,

Y_x = Ordenada ajustada do vértice anterior,

Az_L = Azimute do alinhamento do ponto base ao irradiado.

$Az_{ab}^{1^\circ \text{ método}}$ = Az do alinhamento base da poligonação corrigido do erro angular;

$Az_{ab}^{2^\circ \text{ método}}$ = Az do alinhamento base da poligonação corrigido dos erros angular e linear;

α_{pb} = Ângulo formado entre o alinhamento base e o alinhamento do ponto temático.

4 Resultados

A Tabela 4 mostra as coordenadas dos pontos de apoio determinadas pelo aplicativo e a tabela 5 as coordenadas dos mesmos pontos determinados com planilha eletrônica empregando os dois diferentes casos supracitados de compensação do erro linear.

Consultando o manual do software percebeu-se que o software utiliza-se do caso 2- (compensação do erro linear proporcionalmente aos valores absolutos das projeções relativas). Por isso, usar-se-á somente esse caso no processamento dos dados para comparar os métodos 1 e 2.

Tabela 4: Coordenadas dos vértices da poligonação obtidas pelo aplicativo.

Vértices	X(m)	Y(m)
2	1205,349	1035,143
3	1308,835	1106,805
4	1424,271	1064,961

Tabela 5 - Coordenadas dos vértices da poligonação obtidas utilizando das rotinas de cálculo descritas nos casos 1 e 2.

Vértice	Caso 1		Caso 2	
	X(m)	Y(m)	X(m)	Y(m)
2	1205,346	1035,141	1205,349	1035,143
3	1308,832	1106,804	1308,835	1106,805
4	1424,260	1064,943	1424,271	1064,961

Tabela 6 - Coordenadas dos pontos temáticos obtidas utilizando o aplicativo e às calculadas com auxílio de uma planilha eletrônica para os métodos 1 e 2.

ID Pto.	Aplicativo		Método 1		Método 2	
	X (m)	Y (m)	X(m)	Y(m)	X(m)	Y(m)
2.1	1168,599	1157,587	1168,591	1157,584	1168,598	1157,586
2.2	1252,134	981,379	1252,138	981,382	1252,135	981,379
3.1	1359,267	1210,513	1359,209	1210,541	1359,267	1210,513
3.2	1367,670	1004,622	1367,726	1004,655	1367,670	1004,623
4.1	1428,222	1182,695	1428,217	1182,695	1428,222	1182,695
4.2	1518,234	1041,003	1518,236	1041,007	1518,235	1041,003

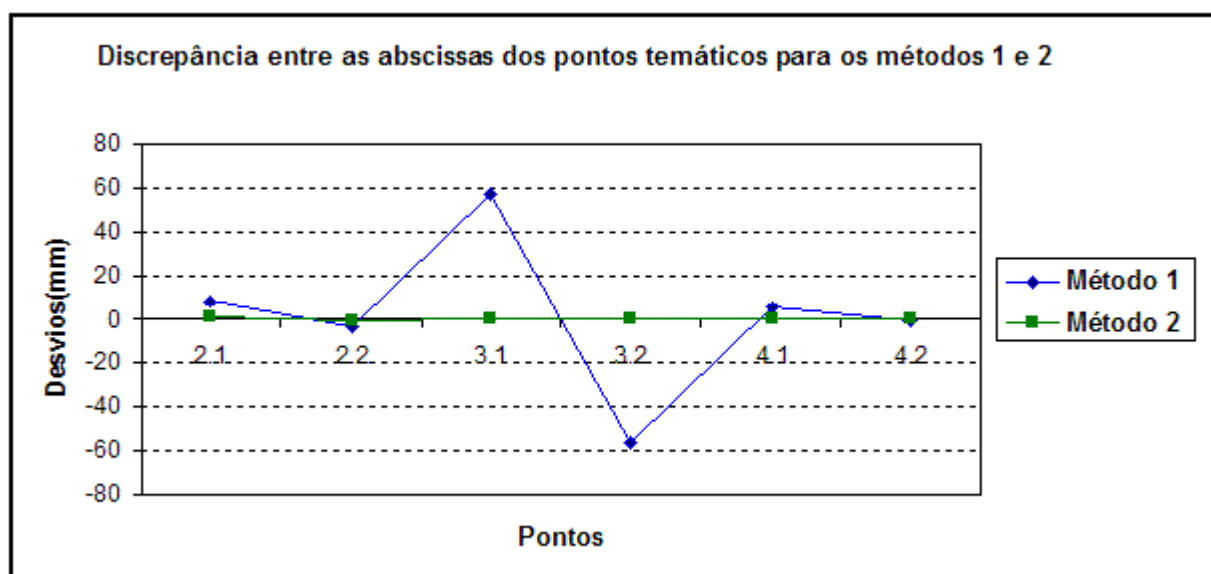


Figura 4: Discrepâncias nas abscissas dos pontos temáticos, obtidas utilizando os métodos 1 e 2 em relação ao aplicativo comercial)

A fim de visualizar melhor estas discrepâncias e semelhanças entre abscissas e ordenadas elaborou-se gráficos, Figura 4 e 5 respectivamente. A figura 4 trata das abscissas e a figura 5 das ordenadas.

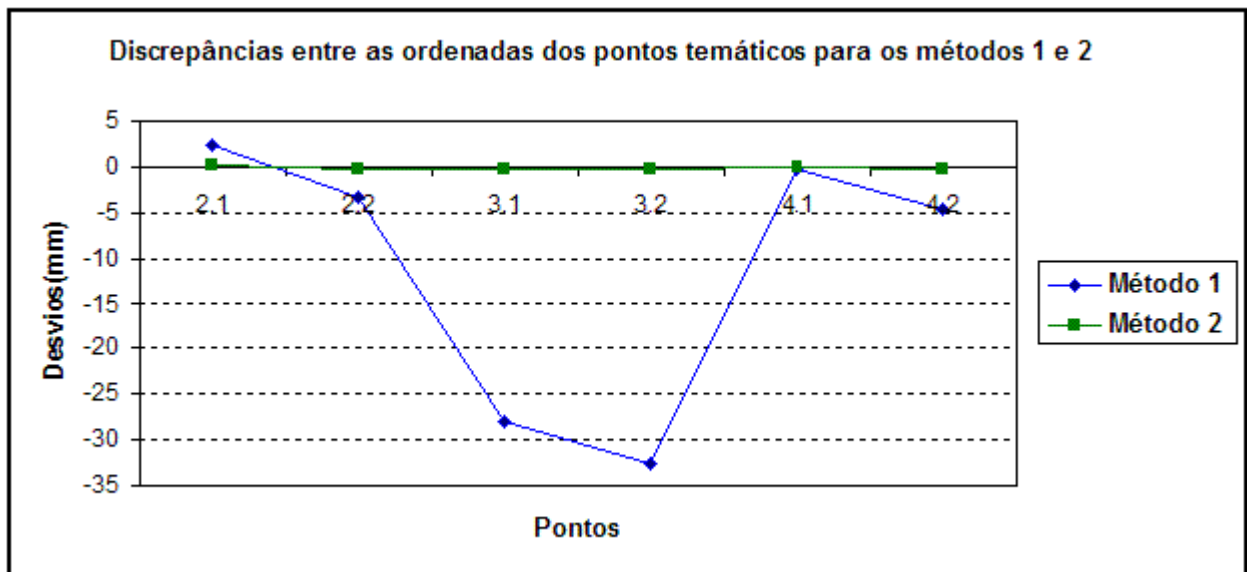


Figura 5: Discrepâncias nas ordenadas dos pontos temáticos, obtidas utilizando os métodos 1 e 2 em relação ao aplicativo comercial)

Analisando esses gráficos verifica-se a grande semelhança entre as coordenadas calculadas empregando o método 2 e o aplicativo e diferenças com o método 1.

5 Conclusões

Observou-se grande semelhança entre os resultados obtidos, utilizando o método 2 (processamento em separado dos pontos de apoio e temáticos) - calculados com a planilha e utilizando o aplicativo;

Observou-se pequenas diferenças entre os resultados obtidos, empregando o método 1 (processamento em conjunto dos pontos de apoio e temáticos) calculados com a planilha eletrônica – e os obtidos utilizando o software aplicativo;

Observou-se que as discrepâncias encontradas entre os métodos 1 e 2 tornam maiores quanto maiores forem os erros angular e linear e quanto maior for a distância base-irradiação;

Embora as diferenças, encontradas neste trabalho, entre os métodos 1 e 2 sejam pequenas, elas se devem única e exclusivamente ao método de cálculo.

Considerando o erro conceitual cometido no método 1, que não apresenta vantagens em relação ao método 2, conclui-se que deve-se empregar o método 2 onde primeiramente são determinadas as coordenadas dos pontos de apoio e só então as dos pontos irradiados.

6 Referências Bibliográficas

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1994. NBR13133: *execução de levantamento topográfico*. Rio de Janeiro, 1994.35p.

BORGES, A.: *Topografia aplicada à Engenharia Civil*. São Paulo. Edgard Blücher, Vol. 1, 1ª ed., 1977.

COMASTRI, J.: *Topografia – Planimetria*. Viçosa: Imprensa Universitária, 2. ed., 1992.

COMASTRI, J; **GRIPP, J.**: *Topografia Aplicada: Medição, Divisão e Demarcação*. Viçosa: Imprensa Universitária, 1º. ed.1990.

COOPER, M: *Control surveys in civil engineering*. Collins, London. [s.ed.], 1987. Cap. 4, p. 147-150.

RODRIGUES, D. D.: *Topografia I: Poligonação*. Notas de Aulas da UFV. Viçosa, 2003.

LOCH, C; CORDINI, J: *Topografia Contemporânea - Planimetria*. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2º. ed. rev., 2000.