

## Análise das Precisões das Coordenadas no Ajustamento de Redes GPS

Heloísa Alves da Silva <sup>1</sup>  
Prof. Dr. João Francisco Galera Monico <sup>2</sup>

UNESP - Depto. de Cartografia  
19060-900 Presidente Prudente SP

<sup>1</sup> [heloh2o@gmail.com](mailto:heloh2o@gmail.com)

<sup>2</sup> [galera@fct.prudente.unesp.br](mailto:galera@fct.prudente.unesp.br)

**Resumo:** No Brasil, várias têm sido as aplicações do GPS e, com o advento da Lei 10.267/2001, a qual, dentre outras disposições, trata do georreferenciamento de imóveis rurais, mais uma aplicação foi adicionada a já extensa lista. No entanto, a maioria dos *softwares* comerciais de processamento e ajustamento de dados GPS não permite aos usuários avaliar de forma confiável os seus resultados. Como por exemplo, as injunções são utilizadas de forma absoluta, o que proporcionam resultados com precisões muito otimistas. A adoção de análises adicionais e a implementação de aplicativos podem reduzir esses problemas. Sendo assim, está em desenvolvimento na FCT/UNESP um *software* de ajustamento de redes GPS, visando atender de forma confiável os requisitos da Lei 10.267/2001. Dentro deste contexto, neste trabalho foram realizadas análises de ajustamentos de uma rede GPS, utilizando injunções absolutas e posicionais. No caso desta última, os ajustamentos foram feitos considerando e não considerando as correlações.

**Palavras chaves:** Redes GPS, ajustamento de redes geodésicas, georreferenciamento de imóveis rurais.

**Abstract:** In the Brazil, several have been the applications of GPS and with the introduction of the Law 10.267/2001 that among other dispositions, it treats of the georeferencing of the rural parcels. However, most of the commercial softwares of processing and adjustment of GPS data doesn't allow that the users may evaluate their results in a reliable way. For example, the constraints are, normally, used as absolute, which provides results with precisions very optimists. The adoption of additional analyses and the implementation of softwares can reduce these kinds of problems. Thus, it is in development one software for adjustment of GPS networks, aiming to assist in a reliable way the requirements of the Law 10.267/2001. In this context, in this work it is analyzed the adjustments of one GPS network, utilizing absolute and relative constraints. In the case of the last one, the adjustments were accomplished considering and not considering the correlations.

**Keywords:** GPS network, adjustment of geodetic network, georeferencing of the rural parcels.

## 1 Introdução

Com o advento da Lei 10.267/2001, que trata do georreferenciamento de imóveis rurais, dentre outras disposições, abrem-se novas oportunidades para o uso do GPS no Brasil. Essa lei foi estabelecida em 28 de agosto de 2001 e consiste num marco da organização territorial brasileira das áreas rurais. A apresentação dos vértices da propriedade na planta e no memorial descritivo devem estar no sistema de projeção UTM (*Universal Transverse Mercator*), cuja precisão posicional estabelecida pelo INCRA (Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária) deve ser melhor que 0,50 metros a um nível de confiança de 1 sigma (68,3%) (INCRA, 2003; PORTARIA nº 954, 2002). Um fator importante que deve ser levado em consideração é o termo precisão posicional, o qual está relacionado à resultante das coordenadas. Sendo assim, é necessário analisar a precisão de cada componente, bem como da resultante.

Para a realização do georreferenciamento de imóveis rurais, podem ser utilizadas várias metodologias. No caso de posicionamento com receptores GPS, diversos são os métodos factíveis de serem utilizados, onde se pode classificá-los como Posicionamento Estático e Cinemático, ou ainda como DGPS (*Differential GPS*). No método estático, há dois modos de posicionamento: o relativo e o posicionamento por ponto preciso (PPP), sendo este último também denominado posicionamento absoluto. No posicionamento relativo cinemático convencional, onde apenas duas estações são envolvidas, a precisão é da ordem de poucos centímetros, dependendo da distância em relação à estação base. Dispondo de um sistema de comunicação, pode-se realizar posicionamento em tempo real RTK (*Real Time Kinematic*) (MONICO, 2000). Porém, devido a de-correlação espacial dos erros, principalmente devido à ionosfera, a distância entre a estação de referência e o usuário, no posicionamento RTK convencional, é geralmente limitada a 20 km ou menos. Dessa forma, tem sido investigado o conceito de RTK em rede, o qual utiliza uma rede de estações de referência. Nesse tipo de posicionamento, os dados das estações de referência da rede são utilizados para gerar as chamadas "correções da rede", ou até mesmo, dados de uma estação localizada nas proximidades do usuário, denominada *Virtual Reference Station* (VRS) (ALVES et al., 2005).

No geral, realiza-se o levantamento no modo pós-processado, no qual se utilizam *softwares* comerciais ou científicos de processamento de dados GPS. Primeiramente, são processadas todas as linhas de bases individualmente e, posteriormente, pode-se realizar o ajustamento de uma rede GPS, quando o *software* fornece tal opção. A maioria dos *softwares* comerciais não permite que se introduzam as incertezas das coordenadas dos pontos de controle (injunção absoluta), seja no processamento das linhas de base ou no ajustamento de redes GPS. Logo, os resultados fornecidos por esses *softwares* são extremamente otimistas, visto que as incertezas das coordenadas dos pontos de controle não são propagadas para as coordenadas a serem determinadas. Claro que outros problemas ocorrem, como por exemplo, modelo estocástico não adequado (MONICO, 2005).

A adoção de algumas análises adicionais àquelas disponíveis nos *softwares* comerciais, juntamente com a implementação de um aplicativo para ajustamento de redes GPS, poderá reduzir esses problemas. Dessa maneira, visando atender de forma confiável os requisitos da Lei 10.267/2001, está sendo implementado na FCT/UNESP de Presidente Prudente-SP um *software* para ajustamento de redes GPS, denominado AJURGPS.

Neste artigo serão apresentados uma introdução ao *software* AJURGPS em desenvolvimento, bem como os resultados dos ajustamentos de uma rede GPS advinda de um levantamento realizado no assentamento Florestan Fernandes no município de Presidente Bernardes, onde serão feitas diversas análises quanto às precisões das coordenadas resultantes dos ajustamentos. Numa primeira etapa, a rede foi ajustada considerando injunções absolutas, em seguida considerando injunções posicionais sem correlação e finalmente injunções posicionais com correlação.

## 2 Objetivos

Os objetivos deste artigo são analisar a precisão de redes GPS dentro do contexto da Lei 10.267/2001 e demonstrar o aplicativo AJURGPS, o qual está sendo desenvolvido com o intuito de complementar os resultados de processamento e ajustamento de dados GPS que não atendam de forma confiável a exeqüibilidade dessa Lei.

### 3 Softwares de Processamento de Dados e Ajustamento de Redes GPS

Nem todos os *softwares* comerciais disponíveis no mercado realizam o ajustamento da rede envolvendo diretamente os dados GPS. Em geral, processa-se cada linha de base individualmente e adota-se como observáveis no ajustamento da rede, as componentes  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  e  $\Delta Z$  das várias linhas de base (ou azimute, distância e diferença de elevação) associadas às respectivas Matrizes de Variância-Covariância (MVCs) (MONICO, 2000). Dessa forma, quando o ajustamento da rede é realizado não se considera a correlação entre as várias linhas de base. Outro problema que ocorre com frequência na maioria desses *softwares* é a não consideração das variâncias e covariâncias dos vértices com coordenadas conhecidas, tratando-se assim de injunções absolutas.

No processo de ajustamento das observações, quando as injunções são absolutas, suas incertezas não são transferidas para os parâmetros incógnitos aos quais elas estão ligadas. Dessa maneira, a solução obtida, apesar de ser mais atraente por apresentar valores numéricos de dispersão menores, não representa a realidade, pois contrariam a lei de propagação das covariâncias. Porém, ao se utilizar injunções posicionais as incertezas das injunções são transferidas aos parâmetros incógnitos e por isso apresentam valores de dispersão maiores, porém, mais realísticos (MARINI, 2002 p. 69).

Devido a toda essa problemática envolvida no ajustamento de redes GPS, está em desenvolvimento na FCT/UNESP de Presidente Prudente-SP o *software* AJURGPS. A partir deste *software* o usuário terá a opção de ajustar a rede GPS com a introdução de injunções posicionais considerando ou não as correlações, ou seja, variâncias e covariâncias das injunções. Além disso, tem-se a possibilidade de realizar o controle de qualidade do ajustamento através do Teste Qui-quadrado ( $\chi^2$ ) para testar a qualidade global do ajustamento e o *Data Snooping* para a detecção de erros grosseiros, caso ocorram. O AJURGPS é desenvolvido em linguagem de programação C++ Builder, no qual são utilizadas, a partir de DLLs, algumas sub-rotinas que otimizam os cálculos, as quais foram desenvolvidas em linguagem de programação Fortran 90. A Figura 1 mostra a interface principal do AJURGPS.

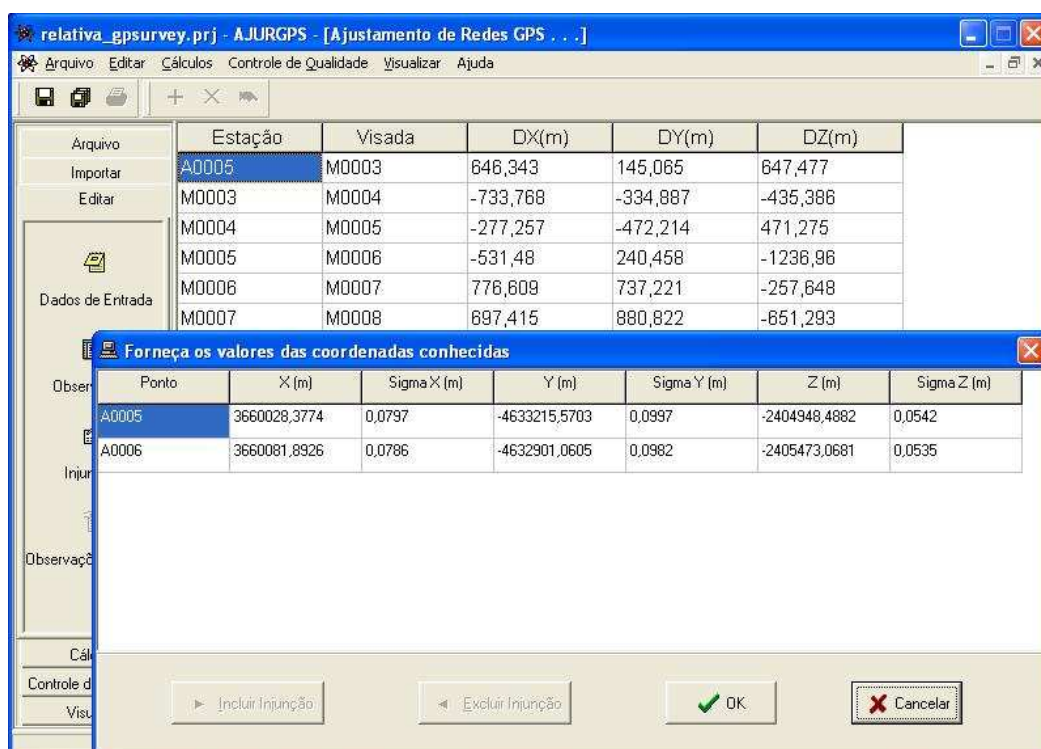


Figura 1 : Interface do AJURGPS

Até o momento foi implementado no AJURGPS a leitura de dados advindos do processamento de linhas de base do *software* GPSurvey. O GPSurvey foi desenvolvido pela *Trimble Navigation* e contém o módulo "WAVE" (*Weighted Ambiguity Vector Estimator*), para processamento de linhas de base, além do módulo "TRIMNET Plus Network Adjustment" para realizar o ajustamento de redes GPS. Nesse caso, as

coordenadas das estações conhecidas são injuncionadas sem considerar sua precisão (injunções absolutas).

Após o processamento das linhas de base pelo módulo WAVE são fornecidas diversas informações, dentre elas as componentes  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  e  $\Delta Z$  do vetor da linha de base e suas respectivas MVCs. Dessa maneira, após o processamento no GPSurvey, o usuário tem a opção de salvar as linhas de base processadas em um arquivo no formato texto. A partir deste arquivo o *software* AJURGPS extrai as informações necessárias para ajustar a rede.

#### 4 Ajustamento de Redes GPS

O ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) pode ser efetuado usando o método paramétrico (método das equações de observações), o dos correlatos (método das equações de condição) ou o combinado. Neste trabalho foi utilizado o método paramétrico para o ajustamento da rede GPS. Uma descrição detalhada sobre os métodos de ajustamento pode ser encontrada em GEMAEL (1994).

De posse das observações  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  e  $\Delta Z$ , obtidas a partir do processamento das linhas de base, é realizado o ajustamento da rede GPS, cujo modelo matemático a partir do método paramétrico é dado por:

$$\begin{aligned}\Delta X_{ij} &= X_j - X_i \\ \Delta Y_{ij} &= Y_j - Y_i, \\ \Delta Z_{ij} &= Z_j - Z_i\end{aligned}\quad (1)$$

onde,  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  e  $\Delta Z$  são as observações advindas do processamento GPS e  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  as incógnitas.

A introdução de injunções no AJURGPS é feita na forma de pseudo-observações, acrescentando à matriz  $A$ , as linhas correspondentes aos coeficientes e, na matriz peso as injunções absolutas ou posicionais são definidas como sub-matrizes (MARINI, 2002).

O ajustamento em sua forma convencional utiliza matrizes de grandes dimensões. Com o objetivo de otimizar os cálculos, foram implementadas sub-rotinas, em linguagem de programação Fortran que trabalham de forma vetorizada. Elas são utilizadas em forma de DLLs em um *software* para ajustamento de redes de nivelamento, denominado Ajunível (SILVA; MONICO, 2004). Para trabalhar com estas sub-rotinas no AJURGPS, foram realizadas algumas adaptações relacionadas às dimensões dos vetores envolvidos no ajustamento. A Tabela 1 mostra a dimensão das matrizes e vetores do ajustamento em sua forma convencional e em sua forma otimizada, sendo que:

- $n$  - número de observações;
- $u$  - número de parâmetros;
- $A$  - matriz *design*;
- $P$  - matriz peso;
- $L$  - vetor de observações;
- $\Sigma x_a$  - MVC dos valores ajustados;
- $V$  - vetor de resíduos.

**Tabela 1** - Dimensões das matrizes e vetores no ajustamento

MATRIZES E VETORES	DIMENSÃO NA FORMA CONVENCIONAL	DIMENSÃO NA FORMA OTIMIZADA
$A$	$n \times u$	$(n^*2) \times 1$
$P$	$n \times n$	$n \times 1$
$L = L_0 = L_b$	$n \times 1$	$n \times 1$
$\Sigma x_a = N$ (simétrica)	$u \times u$	Triang. sup. em forma de vetor $(u^*(u+1)/2)$
$V = U = X_a$	$u \times 1$	$u \times 1$

Na tabela 1 pode-se verificar a otimização na dimensão das matrizes e vetores envolvidos no ajustamento. Desta maneira, o programa utiliza uma quantidade menor de memória do sistema operacional e os cálculos são efetuados com maior rapidez. Um exemplo deste processo de otimização pode ser demonstrado com a geração da matriz A, que é a matriz de derivadas parciais do modelo matemático (equação 1). Essa matriz na sua forma convencional é composta por vários elementos nulos (A) e na forma otimizada ( $A_{\text{vetor}}$ ) é composta somente com valores 1 e -1, sendo que a posição desses elementos na matriz A é armazenada em um vetor (Loca\_A) e é representada da seguinte maneira:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots \end{bmatrix}$$

$$A_{\text{vetor}} = [1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad \dots]. \quad (2)$$

$$\text{Loca\_A} = [1 \quad 4 \quad 2 \quad 5 \quad 3 \quad 6 \quad \dots]$$

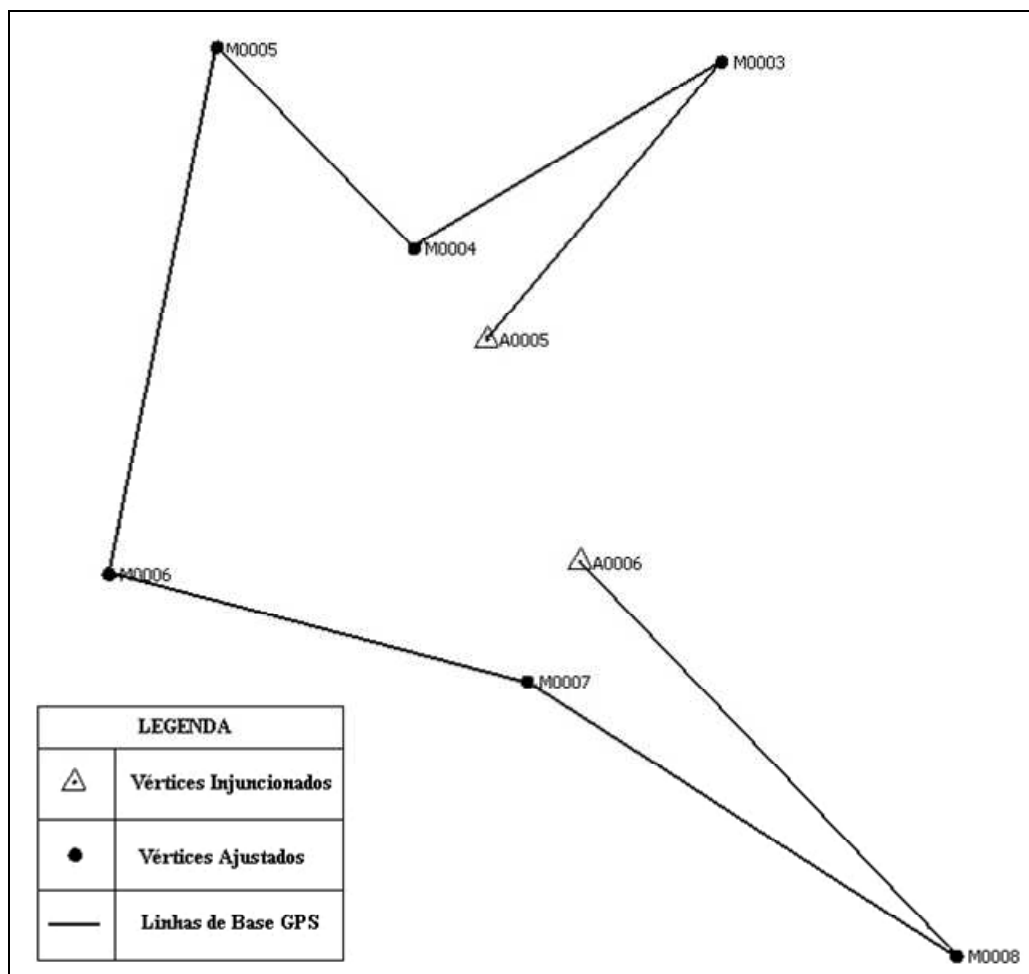
## 5 Resultados e Análises das Precisões dos Ajustamentos

Com o intuito de realizar uma análise das precisões das coordenadas resultantes do ajustamento de redes GPS, foram realizados três experimentos envolvendo uma rede GPS, no qual o levantamento foi realizado numa área teste localizada no assentamento Florestan Fernandes em Presidente Bernardes-SP (LEITE; SOUZA; ANJOLETE JÚNIOR, 2004). Considerando que o AJURGPS está em fase de implementação, utilizou-se o *software* MatLab para auxiliar e conferir os cálculos. No primeiro experimento foram utilizadas injunções absolutas, no segundo injunções posicionais sem considerar a correlação entre as coordenadas e, no terceiro foram consideradas as injunções posicionais com correlação. Para todos os experimentos foi adotado um fator de variância a priori com valor igual a 1,0.

As observações do levantamento ( $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  e  $\Delta Z$ ) foram extraídas do arquivo de processamento de linhas de base gerado pelo GPSurvey e podem ser visualizadas na Tabela 2, considerando que as informações relativas às variâncias e covariâncias dessas observações estão contidas nesse arquivo e são da ordem de  $10^{-7} \text{ m}^2$ . A Figura 2 mostra a configuração da rede envolvida.

**Tabela 2 - Observações do levantamento**

ESTACÃO	VISADA	$\Delta X$ (m)	$\Delta Y$ (m)	$\Delta Z$ (m)
A0005	M0003	646,3430	145,0650	647,4770
M0003	M0004	-733,7680	-334,8870	-435,3860
M0004	M0005	-277,2570	-472,2140	471,2750
M0005	M0006	-531,4800	240,4580	-1236,9600
M0006	M0007	776,6090	737,2210	-257,6480
M0007	M0008	697,4150	880,8220	-651,2930
A0006	M0008	524,3560	881,9720	-937,9410
A0005	M0003	646,3430	145,0650	647,4770



**Figura 2** : Configuração da rede GPS gerado pelo GPSurvey

A partir dos dados da Tabela 2 juntamente com outras informações, foi realizado o ajustamento da rede considerando os vértices A0005 e A0006 como pontos de controle, sendo esses injuncionados na forma absoluta, onde para efeito de cálculos as precisões destes pontos foram adotadas com o valor de 0,0010 mm. Foram realizados também os ajustamentos considerando os vértices A0005 e A0006 com injunções posicionais, sendo que num experimento não se consideraram as correlações e num outro, essas foram consideradas. Os valores das precisões e das correlações dos pontos A0005 e A0006 utilizadas como dados de entrada nos ajustamentos podem ser vistos na Tabela 3.

**Tabela 3** - Injunções posicionais dos pontos de controle

Vértices	$\sigma_x$ (mm)	$\sigma_y$ (mm)	$\sigma_z$ (mm)	$\sigma_{xy}$	$\sigma_{xz}$	$\sigma_{yz}$
A0005	79,7000	99,7000	54,2000	0,0404	0,0091	0,0187
A0006	78,6000	98,2000	53,5000	0,0381	0,0087	0,0177

Após realizados todos os ajustamentos obteve-se as informações relativas ao controle de qualidade a partir do Teste Qui-quadrado, como pode ser visto na Tabela 4.

**Tabela 4** - Qualidade dos ajustamentos realizados

Experimentos	Fator de variância a posteriori ( $\hat{\sigma}_0^2$ )	$\chi^2_{\text{calculado}}$	$\chi^2_{\text{tabelado}}$	Ajustamento aceito ao nível de confiança de 95%?
Injunção Absoluta	37,0581	111,1742	7,8147	NÃO
Injunção Posicional Sem Correlação	0,0185	0,0554	7,8147	SIM
Injunção Posicional Com Correlação	0,0185	0,0554	7,8147	SIM

Na tabela 4 pode-se observar que o fator de variância a posteriori teve o valor de 37,0581 com a utilização de injunção absoluta, sendo que com o uso de injunção posicional este valor reduziu para 0,0185, com ou sem correlação. Nota-se também que somente nos casos com injunção posicional o ajustamento foi aceito no Teste Qui-quadrado a um nível de confiança de 95% de probabilidade. As precisões resultantes obtidas a partir da MVC das coordenadas (X, Y e Z) ajustadas podem ser visualizadas na Tabela 5.

**Tabela 5** - Precisões resultantes das coordenadas ajustadas

Vértices	Injunção Absoluta (mm)	Injunção Posicional Sem Correlação (mm)	Injunção Posicional Com Correlação (mm)
A0005	0,0002	13,2341	13,2356
A0006	0,0002	13,2337	13,2352
M0003	1,6366	13,2340	13,2355
M0004	2,2799	13,2340	13,2355
M0005	2,5375	13,2340	13,2355
M0006	2,6598	13,2340	13,2355
M0007	2,7156	13,2339	13,2354
M0008	2,5567	13,2338	13,2353

A partir da Tabela 5 verifica-se que as precisões resultantes das coordenadas ajustadas tiveram valores em torno de 2,5 mm ao utilizar injunções absolutas e, ao utilizar injunções posicionais estes valores ficaram em torno de 13,2 mm. Sendo assim, pode-se observar que com o uso de injunções absolutas as precisões resultantes são muito otimistas e, já com o uso de injunções posicionais, apesar dos valores das resultantes serem maiores, esses são mais realísticos. Vale salientar que os valores contidos na MVC das observações são muitos pequenos, em torno de  $10^{-7} \text{ m}^2$ , o que contribui para os baixos valores das precisões das coordenadas ajustadas.

## 6 Conclusão

Nesse trabalho foram apresentados alguns problemas que ocorrem na maioria dos *softwares* comerciais, os quais estão relacionados, principalmente, com a não utilização de injunções posicionais no ajustamento de redes GPS. Além disso, foi apresentado o *software* AJURGPS para ajustamento de redes GPS, o qual está em desenvolvimento na FCT/UNESP de Presidente Prudente-SP e complementarará alguns *softwares* comerciais utilizados atualmente.

Com o intuito de fazer uma análise das precisões das coordenadas advindas de redes GPS ajustadas, foram realizados três ajustamentos envolvendo a rede GPS localizada no assentamento Florestan Fernandes de Presidente Bernardes-SP. Sendo que numa primeira etapa, a rede foi ajustada considerando injunções absolutas, numa segunda considerando injunções posicionais sem correlação e,

por fim considerando injunções posicionais com correlação.

No que concerne aos resultados, verificou-se que ao utilizar injunções absolutas, embora os valores das precisões resultantes das coordenadas ajustadas sejam mais atraentes, estes são muito otimistas. Já ao utilizar injunções posicionais os valores das precisões são mais condizentes com a realidade.

Numa próxima etapa serão implementados no AJURGPS a detecção de erros grosseiros e uma alternativa para o modelo estocástico, além de implementar a extração de arquivos provindos de outros *softwares* tais como o TGO da Trimble, o SKI da Leica e o GPSeq (FCT/UNESP).

## 7 Agradecimentos

Este trabalho contou com o apoio da FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo), através de bolsa de iniciação científica.

## 8 Referências Bibliográficas

**Alves, D. B. M., Souza, E. M., Fortes, L. P., Monico, J. F. G.** *Formulação Matemática para o Cálculo da VRS no RTK em Rede*. In: XXII CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 2005, Macaé, RJ, Anais...

**Brasil.** Portaria nº 954, de 13 de novembro de 2002. Diário Oficial – Nº 222 – Seção 1, segunda-feira, 18 de novembro de 2002. Disponível em <<http://www.incra.gov.br>>. Acesso em 06 de set. de 2005.

**Gemael C.** *Introdução ao ajustamento de observações: Aplicações Geodésicas*. Curitiba: UFPR, 1994.

**Incra.** *Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais*. Brasília, Nov. 2003.

**Leite, C. C. P., Souza, C. R. R., Anjoletto Júnior, N.** *Metodologias para Levantamentos de Propriedades Rurais para Atender a Lei 10.267/2001*. 2005. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Cartográfica) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente-SP, 2005.

**Marini, M. C.** *Integração da Rede GPS ITESP ao Sistema Geodésico Brasileiro*. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2002.

**Monico, J. F. G.** *Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: Descrição, Fundamentos e Aplicações*. 1.ed. São Paulo: Unesp, 2000. 287p.

**Monico J. F. G.** *Ajustamento das observáveis GPS no contexto de posicionamento geodésico*, Tese de Livre Docência, - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2005.

**Silva, H. A., Monico, J. F. G.** *Integração de Linguagens de Programação*. Relatório interno de estágio não-obrigatório - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2004.