

Confiabilidade e Precisão de Redes Geodésicas

Henrique Lima Baião ¹
Alexandro Campos de Jesus ²
Prof. Antônio Simões Silva ²
Prof. Vladimir Oliveira Di Iorio ¹

¹ UFV – Depto. de Informática
36570 000 Viçosa MG
hlb@dpi.ufv.br

² UFV – Depto. de Engenharia Civil
36570 000 Viçosa MG
asimoes@ufv.br

Resumo: Este é um projeto que tem como objetivo implementar um software, utilizando-se a linguagem Java, para traduzir os conceitos de otimização de redes de levantamentos e propiciar ao usuário a possibilidade de interação com o programa, de forma a otimizar as redes geodésicas segundo a análise dos critérios de precisão, em que se deve buscar a variância a posteriori mínima para cada ponto monitorado, e confiabilidade, para avaliar o número de redundâncias e com isto a influência dos erros grosseiros nos parâmetros ajustados.

Como resultado deste projeto, já se obteve um software capaz de fazer o ajustamento de conjuntos de dados composto por observações angulares, distâncias, azimutes e coordenadas planas referidas a algum sistema de projeção, além do próprio software responsável pela otimização da rede, que deve sugerir mudanças na rede ao usuário de acordo com as possibilidades e necessidades desse.

Palavras chave: Otimização, Confiabilidade.

ABSTRACT: This is a project that aims at the implementation of a software, using language java, to express the concepts of optimization of survey networks and to propitiate to the user the possibility of program interaction, being made possible to optimize the geodesic networks according to analysis of the precision criteria, on where it must search the a posteriori minimum variance for each monitored point; reliability, to evaluate the number of redundancies and, done that, the influence of the gross errors in the adjusted parameters.

As result of this project, a software was developed to make the adjustment of data sets of angular observations, distances, azimuths, and plain coordinates related to some system of projection. It was developed also a proper responsible software for the optimization of the network, that suggests changes in the network, in accordance with the user's necessities.

Keywords: Optimization, Reliability.

1 Introdução

À medida que novos tipos de instrumentos se tornam disponíveis é às vezes conveniente fazer novas observações para melhorar a qualidade das coordenadas ou da rede de levantamentos existente. Surgem então questões sobre o tipo e a maneira de serem feitas essas medidas. Para tentar responder este tipo de questão um modelo matemático foi desenvolvido baseado em critérios de otimização. Estes critérios de otimização de redes planas de levantamento têm como base a precisão e a confiabilidade da rede, tal que:

a) critério de precisão: a variância *a posteriori* de cada ponto monitorado deve ser mínima;

b) critério de confiabilidade: o número de redundância de uma rede deve ser máximo e a influência dos erros grosseiros não detectados deve ser mínima nos parâmetros;

A precisão das coordenadas pode ser avaliada através da matriz de variância-covariância *a posteriori* estimada pelo método dos mínimos quadrados.

A confiabilidade da rede é sua habilidade de detectar erros grosseiros.

2 Revisão de Literatura

2.1 Redes Geodésicas

Uma rede geodésica é estabelecida pela necessidade de apoio e amarração dos trabalhos cartográficos. Numa rede geodésica tem-se uma malha de pontos, os quais são levantados empregando-se métodos de levantamentos geodésicos. O método a ser utilizado no levantamento da rede irá depender da finalidade para a qual está sendo elaborado. Na busca de se minimizarem os erros na determinação da posição dos pontos da rede vários recursos são utilizados, recursos estes que vão desde a escolha da melhor geometria para distribuição dos pontos até a escolha do melhor método para processar os dados.

A determinação da geometria mais adequada é de grande importância para determinação *a priori* das observações que darão melhores resultados. Ao longo da história da geodésia, vários métodos foram estudados para otimizar a configuração das redes geodésicas. No Brasil, o IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, órgão responsável pela elaboração da cartografia nacional, buscando elaborar uma rede geodésica que abrangesse todo o país e que prestasse de apoio aos levantamentos geodésicos realizados, elaborou uma triangulação espaçada de dois em dois graus, nas direções norte-sul e leste-oeste, onde a geometria das figuras foi estudada por meio por um artifício matemático denominado rigidez relativa das figuras, que indicava qual o melhor caminho para se proceder o processamento dos quadriláteros completos da triangulação, bem como o momento em que seria necessária a implantação de uma nova base. Na época atual em que as grandes triangulações para fins geodésicos estão em desuso, com os novos recursos computacionais, como a simulação computacional que possibilita a otimização de grandes conjuntos de dados, e os equipamentos que minimizam erros sistemáticos, novos métodos de levantamentos para fins geodésicos foram estudados para acompanhar os avanços tecnológicos.

Além das redes geodésicas, utilizam-se métodos geodésicos para medir pequenos movimentos e deformações de camadas de solo. Isto pode estar ligado a atividades vulcânicas, a instabilidades relacionadas à dureza do solo e resistência a tensão/tração, a alteração no nível do lençol freático, entre outros. (Richardus, 1983).

Normalmente estruturas feitas pela construção civil estão sujeitas à deformações, sendo essas deformações/acomodações monitoradas em alguns casos apenas para fins de controle, e em situações mais extremas, para fins de avaliação da qualidade e das condições de uso da estrutura.

2.2 Erros de Observação

Nota-se que por mais que se repitam observações em condições supostamente iguais, obtêm-se valores diferentes. Esta diferença ocorre devido aos inevitáveis erros de observação, que podem estar atribuídos à falibilidade humana, imperfeição do equipamento em uso e influência das condições ambientais entre outras causas. (Gemaël, 1994).

Tradicionalmente os erros de observação são classificados em grosseiros, quando relativos à desatenção do observador, erros sistemáticos, que são produzidos por causas conhecidas e que podem ser eliminados com técnicas especiais ou então modelados matematicamente e corrigidos *a posteriori*, e os erros acidentais ou aleatórios que não podem ser atribuídos a nenhuma causa conhecida, porém apresentam distribuição normal e tendem a se neutralizarem quando se aumenta o número de observações.

2.3 Precisão

A precisão é o principal indicador da qualidade dos parâmetros determinados de uma rede geodésica, e é determinada utilizando-se a matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados. A precisão necessária da rede geodésica ou de monitoramento é especificada de acordo com sua finalidade, o que facilita a escolha dos materiais e métodos a serem utilizados na coleta das observações, porém em redes elaboradas para finalidade gerais, essa escolha passa a não ser tão fácil.

2.4 Confiabilidade

O conceito de confiabilidade de uma rede está relacionado à capacidade que esta tem de detectar erros grosseiros tão pequenos quanto possíveis. Segundo Nascimento (2003), utilizam-se testes estatísticos para localizar possíveis erros embutidos nas observações. Estes testes têm a finalidade de avaliar a compatibilidade entre as observações e o modelo matemático utilizado. Porém a aplicação destes métodos estatísticos altera os valores das coordenadas dos pontos da rede geodésica. Por isso, é necessária a utilização de medidas que indiquem o quanto essas observações são confiáveis, as quais chamamos de medidas de confiabilidade que se subdividem em confiabilidade interna e confiabilidade externa.

2.4.1 Confiabilidade Interna

A confiabilidade interna quantifica a menor porção do erro existente, em uma dada observação, que pode ser localizado com uma dada probabilidade, ou seja, indica o erro mínimo que se encontra em uma observação que é sensível ao teste.

Estima-se estatisticamente o valor mínimo do erro detectável (∇I_{0i}) na observação (l_i) como sendo:

$$\nabla I_{0i} = \left| \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}} \sigma_{l_i} \right|, \quad (i = 1, \dots, n) \quad (1)$$

Em que: δ_0 , σ_{l_i} e r_i são respectivamente, o parâmetro de não-centralidade, o desvio padrão da i -ésima observação e sua respectiva redundância parcial.

A equação (1) mostra que ∇I_{0i} depende:

- a - Da precisão das observações, a qual é descrita pelo desvio padrão σ_{l_i} ;
- b - Da geometria da rede, caracterizada pela redundância parcial r_i ;
- c - Do nível de significância α ;

2.4.2 Confiabilidade Externa

A confiabilidade externa trata da influência, nas coordenadas dos pontos, dos erros não detectáveis. Deste modo, o vetor das correções X na presença de um erro grosseiro (∇I_i) é expresso por:

$$\hat{X} = N^{-1} A^T P (L - l_i \nabla I_i) = N^{-1} A^T P L + N^{-1} A^T P l_i \nabla I_i = X + \nabla X \quad (2)$$

Em que:

- N - matriz dos coeficientes das equações normais;
- A - Matriz das derivadas das equações de observação em relação às incógnitas;
- P - Matriz dos pesos das observações;

L - Vetor da diferença entre o vetor dos valores calculados e o vetor dos valores observados;
 I_i - i-ésima coluna de uma matriz identidade.

Assim, o efeito do erro grosseiro (∇I_i) no vetor solução é dado por:

$$\nabla X = N^{-1} A^T P I_i \nabla l_i \quad (3)$$

2.5 Acurácia

A acurácia pode ser definida como a combinação entre a precisão, traduzida por repetitividade, e a confiabilidade (Richardus, 1983). Apesar dos termos precisão e acurácia parecerem sinônimos, a precisão está relacionada apenas a efeitos aleatórios, ou seja, à dispersão dos valores em torno do valor mais provável, enquanto a acurácia está vinculada aos efeitos aleatórios e sistemáticos (Gemael, 1994) que são avaliados utilizando as medidas de confiabilidade.

3 Métodos

Como previsto, buscou-se um aprimoramento dos conhecimentos da linguagem de programação Java, onde foram usados vários livros no formato digital e impresso e fóruns de discussões sobre a linguagem Java na Internet, além da própria documentação das bibliotecas nativas da linguagem, os quais ajudaram na solução de problemas específicos.

Também foram necessários estudos sobre o ajustamento de observações e a otimização de redes geodésicas, incluindo cada um dos critérios de otimização.

A linguagem Java foi adotada para possibilitar o uso do software num ambiente de software livre, além de manter as vantagens da orientação a objetos e da grande variedade de bibliotecas existente.

O início dos trabalhos se deu com estudos, além de um projeto de interfaces. Então foi realizado um planejamento da estrutura do programa, aproveitando ao máximo a orientação a objetos para tentar se criar um software facilmente expansível e adaptável. Só então se iniciou a construção do programa de otimização e a adaptação do programa responsável pelos ajustamentos, desenvolvido no primeiro ano da pesquisa.

Para processar o ajustamento das observações pelo método dos mínimos quadrados, utilizou-se o método paramétrico, que pode ser aplicado a qualquer conjunto de dados onde os valores observados ajustados podem ser expressos explicitamente como uma função dos parâmetros ajustados, isto é, quando se verifica o modelo matemático:

$$L_a = F(X_a) \quad (4)$$

$$L_a = L_b + V \quad (5)$$

$$X_a = X_0 + X \quad (6)$$

Em que:

L_b - vetor (nx1) dos valores observados;

V - vetor (nx1) dos resíduos;

L_a - vetor (nx1) dos valores observados ajustados;

n - número de observações;

X_0 - vetor (ux1) cujos componentes são os valores aproximados dos parâmetros;

X - vetor (ux1) das correções;

X_a - vetor (ux1) dos parâmetros ajustados (um dos nossos objetivos);

u - número de parâmetros.

Substituindo o primeiro membro de (4) pela (5) e linearizando-o segundo a fórmula de Taylor, tem-se:

$$L_b + V = F(X_0 + X) = F(X_0) + \frac{\partial F}{\partial X_a} \Big|_{X_a = X_0} X \quad (7)$$

Designando a função de parâmetros aproximados por L_0 :

$$L_0 = F(X_0) \quad (8)$$

e a matriz das derivadas parciais por A :

$$A = \frac{\partial F}{\partial X_a} \Big|_{X_0} \quad (9)$$

a equação (7) se escreve sucessivamente por:

$$L_b + V = L_0 + AX \quad (10)$$

$$V = AX + L_0 - L_b \quad (11)$$

E finalmente, fazendo:

$$L = L_b - L_0 \quad (12)$$

Obtemos o modelo matemático linearizado do método dos parâmetros:

$${}_n V_1 = {}_n A_{uu} X_1 - {}_n L_1 \quad (13)$$

Percebe-se que a (13) sintetiza, na extraordinária concisão da linguagem matricial, n equações de observação do tipo $[pvn] = \text{mínimo}$, onde p é o peso atribuído a cada observação e v é o resíduo de cada observação,

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial X_{a1}} & \frac{\partial f_1}{\partial X_{a2}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial X_{au}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial X_{a1}} & \frac{\partial f_2}{\partial X_{a2}} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial X_{au}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial X_{a1}} & \frac{\partial f_n}{\partial X_{a2}} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial X_{au}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \dots \\ l_n \end{bmatrix} \quad (14)$$

O índice na parte inferior direita da matriz dos coeficientes das incógnitas lembra que as derivadas parciais são calculadas numericamente com os valores aproximados das incógnitas.

Para se definir as equações normais, minimiza-se a forma quadrática fundamental, buscando-se otimizar a correção das observações, ou seja,

$$\varphi = V^T P V = (AX - L)^T P (AX - L) = \text{mínimo} \quad (15)$$

$$\varphi = (X^T A^T - L^T) P (AX - L) = X^T A^T P A X - X^T A^T P L - L^T P A X + L^T P L = \text{mínimo} \quad (16)$$

Igualando-se a zero a derivada primeira em relação a X :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial X} = 2A^T P A X - 2A^T P L = 0 \quad (17)$$

$$A^T PAX - A^T PL = 0 \tag{18}$$

$$X = (A^T PA)^{-1} (A^T PL) \tag{19}$$

A partir da qual, convertem-se os parâmetros aproximados em ajustados usando a equação (7).

Além das equações normais para se determinar o vetor das correções, determinam-se outros elementos importantes:

- Matriz Variância-Covariância dos Parâmetros

$$\sum_{X_a} \hat{\sigma}_0^2 (A^T PA)^{-1} \tag{20}$$

- Matriz Variância-Covariância dos valores observados ajustados

$$\sum_{L_a} \hat{\sigma}_0^2 A (A^T PA)^{-1} A^T \tag{21}$$

- Variância a posteriori

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T PV}{n - u} \tag{22}$$

Ajustar um conjunto de observações pelo método dos mínimos quadrados usando o método paramétrico se torna um processo iterativo, cuja regra de decisão sobre encerrar o processamento será, ou avaliar um critério de convergência, que neste caso é satisfeito quando todos os valores, em módulo, dos elementos do vetor das correções (X) forem menores que um valor de convergência aceitável, ou pela decisão do usuário.

The screenshot shows a software window titled 'Otimização' with a menu bar (Arquivo, Editar, Adicionar, Otimizar) and a toolbar. Below the toolbar are three tabs: 'Observações', 'Coordenadas', and 'Elipses'. The 'Observações' tab is active and contains two tables: 'Distâncias' and 'Azimutes'.

ante	σ (")	Redundância
	0.16	0.01
	1.27	0.56
	1.47	0.59
	1.08	0.24
	1.5	0.53
	1.19	0.33
	3.15	0.88
	3.21	0.90
	2.87	0.50
	1.42	0.36
	0.62	0.10

Distâncias				Azimutes	
Estação	Ponto Visado	σ (mm)	Redundância	Origem	Ponto Visado
ETA	MET	0.7	0.00	ETA	MET

Figura 1: Exibição das observações

Como apresentado nas equações anteriores, ajustar um conjunto de observações usando o método dos mínimos quadrados envolve um razoável trabalho de resolução de equações, tornando o método pouco praticável para ser resolvido manualmente.

Neste projeto é utilizado como critério para a otimização da redundância da rede a minimização da soma dos quadrados das redundâncias parciais de cada observação. Visando assim uma melhor distribuição, desfavorecendo a existência de observações com baixa redundância.

Para a otimização da rede é utilizado o método da simulação, analisando cada observação e verificando os resultados.

4 Resultados

Como produto deste trabalho obteve-se um software capaz de aperfeiçoar uma rede geodésica sugerindo observações que melhorem a precisão dos parâmetros da rede.

As observações são exibidas separadamente, sendo possível tanto acrescentar quanto excluir alguma observação de forma fácil.

A cada alteração nos dados da rede a precisão e redundância dos parâmetros são recalculadas, informando sempre que alguma observação essencial nos cálculos da rede for excluída.

De modo a facilitar a visualização, as elipses dos erros são exibidas em um painel contendo a escala das elipses. Sendo possível adequar as escalas e as cores do painel.

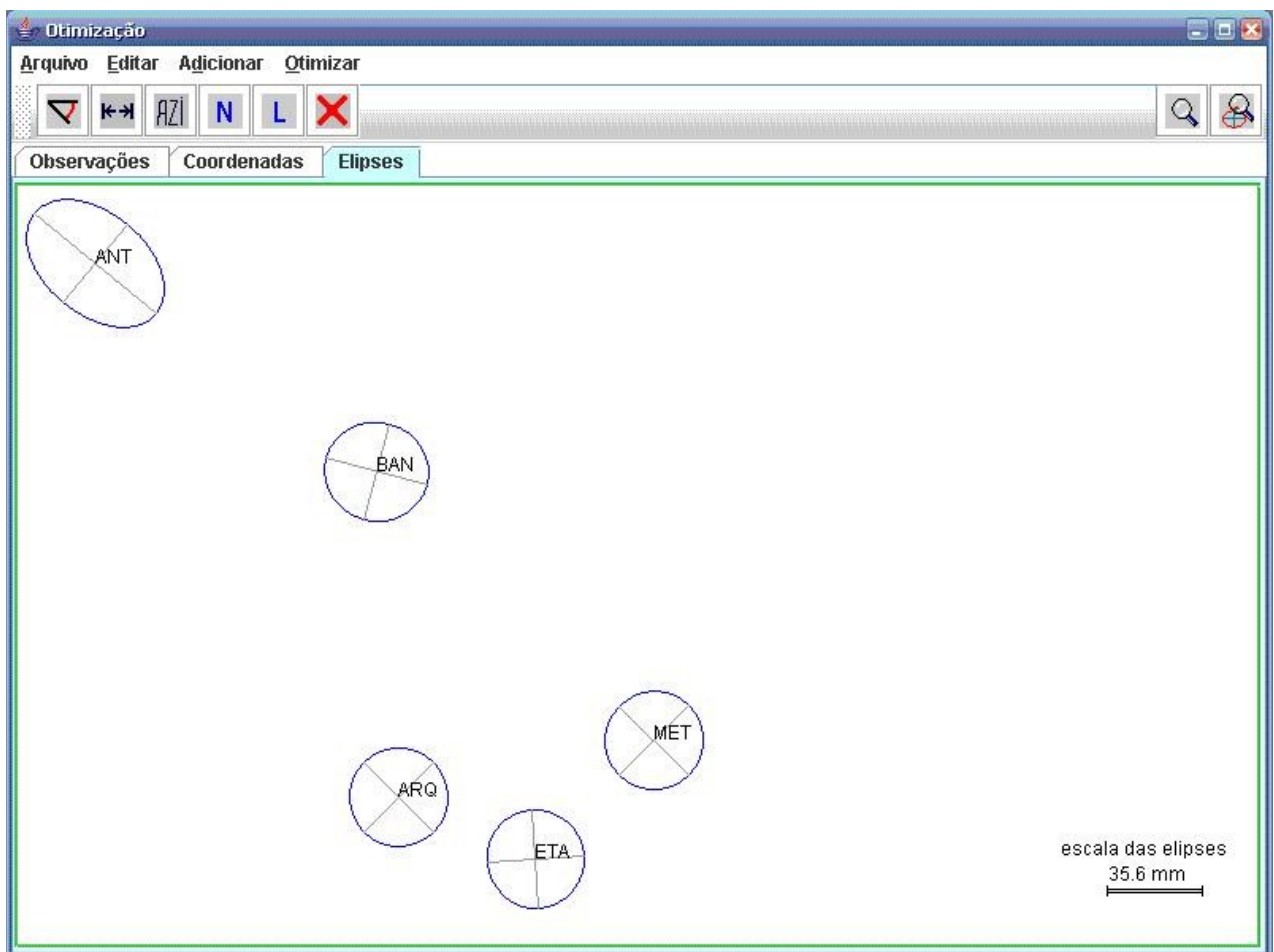


Figura 2: Exibição das elipses da rede

Ao ser requisitado, o programa informa ao usuário as observações que fornecem melhores contribuições às precisões dos dados da rede. Cabendo ao usuário decidir por usá-las ou não, avaliando sua aplicabilidade.

Figura 3: Formulário de otimização

Observação	ANT σ_x (mm)	ANT σ_y (mm)
Ângulo: BAN - ANT - ARQ	4.5187E1	4.8826E1
Ângulo: MET - ANT - ARQ	4.5739E1	4.9550E1
Ângulo: BAN - ANT - ETA	4.5925E1	4.9734E1
Ângulo: ANT - BAN - ARQ	4.6185E1	4.9946E1
Ângulo: MET - ANT - ETA	4.6371E1	5.0331E1
Ângulo: ANT - BAN - ETA	4.6430E1	5.0286E1
Ângulo: ANT - ARQ - MET	4.6453E1	5.0578E1
Ângulo: ANT - MET - ETA	4.6672E1	5.0406E1
Ângulo: ANT - MET - ARQ	4.6576E1	5.0533E1
Ângulo: ANT - ARQ - BAN	4.6487E1	5.0628E1

Figura 4: Sugestões de ângulos para a otimização de um ponto

Foram implementadas duas formas diferentes de otimização neste programa:

- 1- Retirando-se a observação que menos contribui para a precisão ou redundância da rede.
- 2- Acrescentando-se a observação que mais contribui para a precisão ou redundância da rede.

Assim, obteve-se um programa que otimiza a precisão dos pontos e a distribuição das redundâncias das observações, além de ser de fácil uso pelo usuário.

A possibilidade de se acrescentar observações GPS está sendo projetada no momento e espera-se ser acrescida ao programa o mais breve possível.

5 Referências Bibliográficas

GEMAEL, C: *Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas*, Editora UFPR, 1994.

SILVA, A.S.: *Ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados em Ciências Geodésicas*, Curso de Engenharia de Agrimensura, Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Viçosa, Viçosa

– MG, 2003.

NASCIMENTO, N.T.; DANILO, L. D. F.: *Artigos*, Boletim de Ciências Geodésicas, Curitiba, v. 9, nº 2, 2003, p. 199-216.

RICHARDUS, P.: *Project surveying: General adjustment and optimization techniques whith applications to engeneering surveying, second edition*, 1983.

Livros no formato digital:

Horstmann, C.S.; CORNELL, G.: *Core Java™ 2: Volume I – Fundamentals formato digital*, Prentice Hall PTR, 2000.

Horstmann, C.S.; CORNELL, G.: *Core Java™ 2: Volume II – Advanced Features formato digital*, Prentice Hall PTR, 2001.