

Estratégias para Retificação de Imagens Digitais

Sidney Andrade de Lima ¹
Prof. Ph.D. Jorge Luís Nunes e Silva Brito ²

¹ 2° Ten CGR, - SOC – Seção de Operação de Campo
CEP. 20021-130 Rio de Janeiro RJ
Lev-ica@decea.gov.br

² UERJ – Depto. de Engenharia Cartográfica
CEP. 20559-900 Rio de Janeiro RJ
jsilvabr@gmail.com

Resumo: Este artigo descreve as principais estratégias para retificação de imagens digitais provenientes de sensores remotos, enfatizando a modelagem matemática necessária à sua execução. O trabalho insere-se no contexto da fotogrametria digital, cujas técnicas e algoritmos são implementados em ambientes computacionais.

Palavra chave: Retificação, modelagem matemática para retificação de imagens digitais

Abstract: This article shows the main strategies for rectification of remotely-sensed digital imagery. This paper emphasizes the mathematical models necessary for execution of image rectification. This work is inserted in the context of digital photogrammetry, whose techniques and algorithms are implemented in digital computers.

Keyword: Imagery rectification, mathematical model for rectification of digital imagery.

1.1 Introdução

O trabalho tem por finalidade descrever as principais estratégias para a retificação de imagens, visando a sua utilização para fins cartográficos, ou seja, extrair de imagens retificadas as feições do terreno de interesse, dentro de um padrão de exatidão cartográfica, que é definido pelos requisitos técnicos dos projetos de mapeamento. A implementação dos modelos propostos possibilitará a extração de informação das imagens digitais, a partir do conhecimento dos modelos de correção dos erros ocorridos na obtenção da imagem. A pesquisa apresenta um resumo de um projeto final de graduação em engenharia cartográfica da UERJ.

O interesse da pesquisa ora desenvolvida pela área de fotogrametria digital se deu pela importância que possui a fotogrametria na confecção de originais e bases cartográficas. Outro fator que desperta grande interesse é a ortorretificação de imagens, que possibilita a transformação de imagens de perspectiva cônica, obtidas pelo método fotográfico, em imagens ortogonais; ou seja, o feixe perspectivo de raios que convergem para o centro da imagem, tornam-se paralelos, tendo-se neste caso o centro perspectivo no infinito.

O entendimento dos modelos matemáticos que fundamentam as ferramentas de retificação de imagens digitais, disponibilizadas nos softwares comerciais, que realizam ajustes de imagens conhecendo-se as coordenadas de pontos de controle na imagem e no terreno é o embasamento teórico e a inspiração do presente artigo.

O trabalho tem por objetivos a descrição e a implementação das principais técnicas e modelos matemáticos que fundamentam as correções geométricas de imagens digitais, visando utilizá-las no mapeamento fotogramétrico. Estes modelos apresentam os mesmos fundamentos teóricos na fotogrametria analógica, analítica e digital.

2 Fundamentação Teórica

Uma imagem se comporta com uma matriz, onde são definidas linhas, colunas e conteúdo informativo para a interseção de cada uma destas linhas e colunas, denominado “pixel”. Então se pode dizer que uma matriz se comporta como um sistema cartesiano e o “pixel” como um ponto, associado a valores de tons de cinza ou armazenados num vetor que terá o nível para cada banda. Assim trata-se este sistema com modelos matemáticos que retifiquem os erros ocorridos na obtenção da imagem.

Assim como se faz a retificação de imagens para corrigir os erros sistemáticos e distorções, também se pode utilizar as transformações geométricas acima citadas para relacionar as coordenadas da imagem com as coordenadas do sistema de referência cartográfico desejado. Neste caso, serão ligados o sistema de imagem com o sistema de terreno, operação denominada de georreferenciamento.

2.1 O PROBLEMA DAS DISTORÇÕES GEOMÉTRICAS EM IMAGENS FOTOGRÁFICAS.

Inúmeras são as fontes de erro em imagens fotográficas. Essas fontes devem-se tanto às condições ambientais, quanto ao sensor. Para a retificação de imagens digitais, utiliza-se um modelo matemático para interligar dois sistemas de coordenadas: o sistema das marcas fiduciais e o sistema da imagem digital (linha e coluna). A complexidade do modelo matemático deve ser compatível com a precisão requerida para o trabalho de mapeamento fotogramétrico. Este fato pode ser exemplificado no caso da distorção da imagem devido à refração, sendo tanto maior quanto a camada de ar existente entre o espaço imagem e o espaço objeto. Sendo assim, tal distorção será mais evidenciada nos sensores orbitais que nos sensores terrestres, havendo então uma maior necessidade de correção de tal distorção para o primeiro caso do que para o segundo. Tais modelos são aproximados, sendo melhorados com o conhecimento das distorções geométricas inerentes a um sistema fotográfico.

2.2 RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

O estudo da resolução de sistemas de equações lineares é de grande importância para o entendimento do cálculo dos parâmetros de transformação de um sistema de coordenadas cartesianas para outro qualquer, conhecendo-se apenas coordenadas de pontos homólogos em ambos os sistemas de origem e destino. Por exemplo, pode-se calcular os parâmetros de transformação entre o espaço imagem e espaço objeto.

Para a resolução de equações lineares utilizar-se-á o método matricial em que, dado um sistema de equações possível e determinado (SPD), pode-se resolvê-lo pelo método matricial. Este método consiste em representar matricialmente o sistema, obtendo-se a matriz quadrada dos coeficientes “A”, a matriz coluna das incógnitas “X” e a matriz coluna dos valores observados “L”, Para resolver a equação matricial 2.1 basta explicitar a matriz das incógnitas, conforme a equação matricial 2.2 abaixo:

$$A.X = L \quad (2.1)$$

$$X = A^{-1}.L \quad (2.2)$$

2.3 MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS (MMQ)

Quando o número de equações for maior do que o número de incógnitas, tem-se um sistema possível e indeterminado. Para resolver este tipo de sistema, utiliza-se o método dos mínimos quadrados, que estima um valor para as incógnitas de modo a minimizar a soma dos quadrados dos desvios ou resíduos em relação à média. Dado o sistema genérico abaixo:

$$\begin{aligned}
 a_{11}.X_1 + a_{12}.X_2 + \dots + a_{1n}.X_n &= L_1 \\
 a_{21}.X_1 + a_{22}.X_2 + \dots + a_{2n}.X_n &= L_2 \\
 a_{31}.X_1 + a_{32}.X_2 + \dots + a_{3n}.X_n &= L_3 \\
 \dots &= \dots \\
 a_{m1}.X_1 + a_{m2}.X_2 + \dots + a_{mn}.X_n &= L_m
 \end{aligned}$$

Sistema de Equações Possível e Indeterminado (SPI)
(O número de equações "m" é maior que o número de incógnitas "n").

Onde:

$$A := \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Matriz dos Coeficientes das Incógnitas

$$X := \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \dots \\ X_n \end{pmatrix}$$

Matriz das Incógnitas

$$L := \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ \dots \\ L_n \end{pmatrix}$$

Matriz das Observações

Para resolver o sistema de equações ora em questão, basta explicitar a matriz das incógnitas, partindo-se da mesma premissa do SPD, mas notando que a matriz "A", neste caso, não é quadrada, sendo necessário o seguinte desenvolvimento:

$$\begin{aligned}
 A \cdot X &= L \\
 (A^T \cdot A) \cdot X &= A^T \cdot L \\
 (A^T \cdot A)^{-1} \cdot (A^T \cdot A) \cdot X &= (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot L \\
 I \cdot X &= (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot L \\
 X &= (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot L
 \end{aligned}$$

(2.3)

Conhecendo-se as variâncias das observações adota-se a matriz peso das observações "P", para se ter uma ponderação das observações, atribuindo-se assim as observações um peso tanto maior quanto menor for a variância de uma dada observação. Para tal utiliza-se os seguintes procedimentos:

$$P = \sigma_0^2 \cdot (\Sigma L_b)^{-1} \quad \text{Matriz Peso das observações}$$

(2.4)

Onde:

σ_0^2 - Variância de referência (valor arbitrário)
 ΣL_b - MVC das observações

Utilizando-se o mesmo desenvolvimento realizado no cálculo da equação 2.3 e acrescentando a matriz peso das observações, obtém-se a fórmula geral da matriz das incógnitas ajustadas pelo (M.M.Q.) equação 2.5:

$$X = (A^T \cdot P \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot P \cdot L \quad \text{Matriz dos parâmetros Ajustados}$$

(2.5)

Para a estimativa das variâncias dos parâmetros calculados de X, efetuam-se os seguintes cálculos:

$$V = A \cdot X - L \quad \text{Vetor Resíduos}$$

(2.6)

$$\sigma_0^2 \text{chp} = (V^T \cdot P \cdot V) / (n - u) \quad \text{Variância a Posteriori}$$

(2.7)

Onde:

n - Número de observações
u - Número de parâmetros

$$\Sigma X = (A^T \cdot P \cdot A)^{-1} \quad \text{MVC dos Parâmetros ajustados} \quad (2.8)$$

$$La = A \cdot X \quad \text{Observações ajustadas} \quad (2.9)$$

$$\Sigma La = A \cdot \Sigma X \cdot A^T \quad \text{MVC das observações ajustadas} \quad (2.10)$$

Para a obtenção de informações mais detalhadas a respeito do assunto, vide (Gemael, 1994).

2.4 MODELOS LINEARES

Entende-se por modelos lineares aqueles em que as variáveis de um sistema de equações estão multiplicando apenas uma constante. Tais modelos já foram utilizados nos capítulos anteriores para a determinação da matriz dos coeficientes "A". Segue um exemplo.

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_n \cdot x_n = L \quad (2.11)$$

Onde:

(a₁, a₂, ..., a_n) - Vetor dos coeficientes da equação.

(x₁, x₂, ..., x_n) - Vetor das incógnitas da equação.

L - Vetor dos termos independentes, ou dos valores observados, ou ainda o valor da função F(x₁, x₂, ..., x_n).

2.5 MÉTODOS DE REAMOSTRAGEM DE UMA IMAGEM DIGITAL

Pode-se definir uma imagem como sendo uma matriz "B", com "m" linhas e "n" colunas, onde cada elemento "bij" é um inteiro, cujo domínio é função da resolução radiométrica da imagem. Para cada um destes valores associa-se um determinado tom de cinza. Assim, ao representar esta matriz com seus respectivos tons de cinza associados ao número natural de cada elemento bij, tem-se uma imagem, conforme a figura 1.

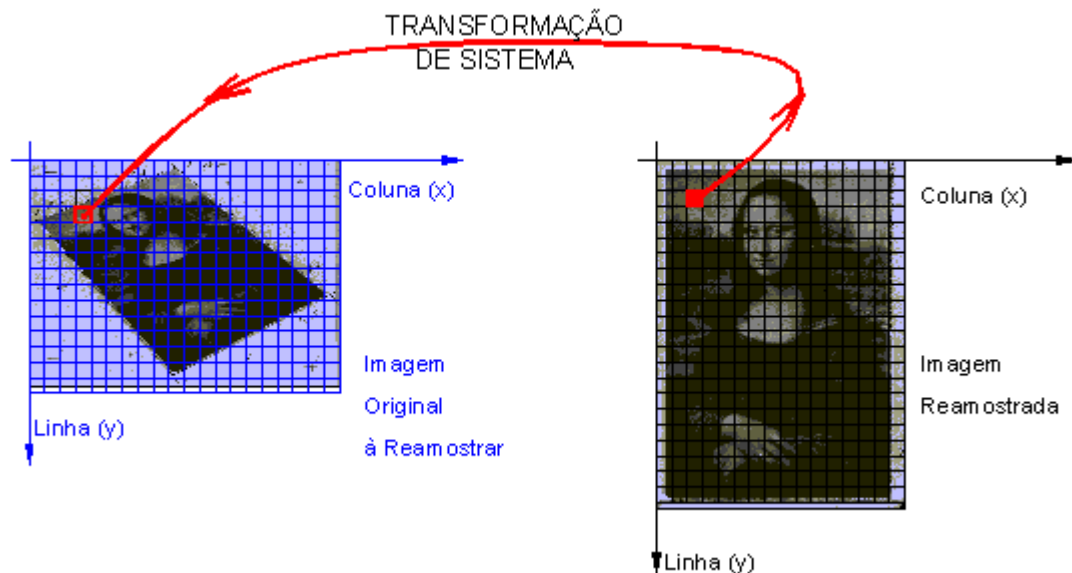


Figura 1 - Esquema de reamostragem para a correção geométrica da imagem.

De acordo com o conceito apresentado, pode-se interpretar geometricamente a reamostragem de uma imagem com o preenchimento de uma imagem vazia com os níveis de cinza de uma imagem pré-existente. Obviamente que o processo de reamostragem subentende alguma transformação radiométrica ou geométrica que se deseja efetuar sobre a imagem original. Nesta última hipótese, utiliza-se um modelo

matemático que busca na imagem original o valor de tom de cinza de cada “pixel” e o insere na imagem vazia. Este modelo matemático é na realidade uma função que liga dois sistemas de coordenadas, onde as colunas correspondem ao eixo “x” e as linhas ao “y” do sistema de marcas fiduciais.

O modelo matemático uma vez solucionado, informa, a partir de um par coordenado na imagem vazia, qual o par coordenado, na imagem a ser corrigida, onde se está buscando os tons de cinza para preencher a imagem vazia. Ao se fazer esta transformação de sistemas não são encontrados valores coincidentes com as linhas e as colunas. Portanto, pode-se determinar o valor do “pixel” pelos seguintes métodos: vizinho mais próximo, interpolação bilinear ou convolução cúbica. Para maiores detalhes vide (Crosta, 1999).

2.6 TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

As transformações geométricas são transformações que relacionam as coordenadas de um sistema a outro. Para tal há que se conhecer os modelos de transformação entre os sistemas, além de coordenadas de pontos de controle nos dois sistemas. De posse destes valores, pode-se determinar os parâmetros de transformação entre eles. Uma vez determinados os parâmetros de transformação entre os sistemas, por intermédio de um determinado modelo matemático, utilizam-se esses parâmetros para converter qualquer outra coordenada do sistema origem para o sistema destino.

Neste artigo serão descritos os seguintes tipos de transformações geométricas, visando-se à retificação de imagem digital: Afim, Projetiva e Linear Direta. Nos próximos itens serão apresentados tais modelos.

2.7 TRANSFORMAÇÃO AFIM GERAL

A transformação Afim geral, também denominada equação polinomial de 1º grau, se processa a duas dimensões. Segue abaixo o modelo matemático linear que traduz esta transformação.

$$X(a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2) = a_0 \cdot 1 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y \quad (2.12)$$

$$Y(a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2) = b_0 \cdot 1 - b_1 \cdot x + b_2 \cdot y \quad (2.13)$$

2.8 TRANSFORMAÇÃO PROJETIVA

A transformação projetiva é uma transformação não-linear. Um modelo matemático linearizado que traduz esta transformação pode ser obtido a partir do princípio de colinearidade (Andrade, 1998). Este modelo é apresentado nas equações 2.14 e 2.15 abaixo.

$$x(a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2) = X \cdot a_1 + Y \cdot a_2 + a_3 - x \cdot X \cdot c_1 - x \cdot Y \cdot c_2 \quad (2.14)$$

$$y(a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2) = X \cdot b_1 + Y \cdot b_2 + b_3 - y \cdot X \cdot c_1 - y \cdot Y \cdot c_2 \quad (2.15)$$

2.9 TRANSFORMAÇÃO LINEAR DIRETA.

A Transformação Linear Direta é também derivada a partir do princípio da colinearidade. Este modelo considera parâmetros de escala diferenciados para os eixos x e y, além das coordenadas ajustadas do centro perspectivo, tendo como resultado final um conjunto de 11 parâmetros. Uma solução elegante para a transformação linear direta é proposta por (Novak, 1993). Trata-se do modelo linearizado. Note que os parâmetros neste modelo estão em função das coordenadas nos dois sistemas:

$$x(L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6, L_7, L_8, L_9, L_{10}, L_{11}) = X \cdot L_1 + Y \cdot L_2 + Z \cdot L_3 + L_4 - x \cdot X \cdot L_9 - x \cdot Y \cdot L_{10} - x \cdot Z \cdot L_{11} \quad (2.16)$$

$$y(L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6, L_7, L_8, L_9, L_{10}, L_{11}) = X \cdot L_5 + Y \cdot L_6 + Z \cdot L_7 + L_8 - y \cdot X \cdot L_9 - y \cdot Y \cdot L_{10} - y \cdot Z \cdot L_{11} \quad (2.17)$$

3 Metodologia

3.1 PROCEDIMENTOS

As retificações de imagens digitais podem ser resumidas num algoritmo, como descrito a seguir:

- 1) Obtenção das coordenadas de pontos bem definidos no espaço origem e no espaço destino;
- 2) Seleção de um modelo matemático que represente a transformação entre os sistemas de origem e destino;
- 3) Determinação da matriz dos coeficientes das equações "A" e da matriz dos valores observados "L";
- 4) Cálculo dos parâmetros ajustados a partir dos pontos de controle;
- 5) Estimativa das variâncias dos parâmetros e das observações ajustados;
- 6) Leitura da imagem a retificar;
- 7) Reamostragem dos "pixels" da imagem original para uma imagem vazia, através dos parâmetros calculados, gerando assim uma imagem retificada;
- 8) Gravação da imagem retificada;
- 9) Cálculo do erro provável em um ponto qualquer na imagem retificada, através da propagação de variâncias.

A obtenção das coordenadas de pontos bem definidos, tanto no espaço origem, quanto no de destino, é de fundamental importância para o sucesso da retificação, pois formará o alicerce da transformação entre os sistemas de coordenadas. Assim, se estas coordenadas estiverem mal distribuídas ou mal identificadas na imagem, os parâmetros calculados não representarão adequadamente a transformação desejada.

Para a obtenção das coordenadas de uma imagem digital utiliza-se qualquer programa auxiliar de visualização de imagens digitais, tal que informe as coordenadas no espaço imagem digital (linha e coluna) correspondente ao ponto "pixel" desejado. Um fator importante é observa-se a correta correspondência entre as coordenadas de pontos de controle da transformação nos espaços origem e destino. Por exemplo, no caso da relação entre uma imagem digital e uma imagem analógica, nota-se que as linhas do sistema digital correspondem ao eixo "y" do sistema das marcas fiduciais de imagem analógica. Além disto a imagem digital tem sua origem de linha e coluna no canto superior esquerdo da imagem ao passo que o sistema das marcas fiduciais tem sua origem no centro da imagem analógica.

Para a obtenção das coordenadas de terreno (espaço objeto) é feito o apoio de campo, que se destina a levantar coordenadas, em um determinado sistema de referência definido pelo projeto. Estes levantamentos podem ser feitos por: Sistema de Posicionamento Global, poligonação, triangulação ou qualquer método de levantamento que atenda à precisão definida pelo projeto.

O primeiro aspecto que deve ser observado em uma retificação de imagem é a definição do modelo matemático a utilizar, pois cada tipo de transformação possui características distintas. Assim, é necessário o entendimento da geometria da imagem para a adoção de um modelo que melhor represente a transformação.

Na tentativa de representar os fenômenos existentes na natureza geralmente são criados modelos matemáticos que procuram representar a realidade, mas é sabido de antemão, que tal realidade é geralmente impossível de ser completamente mapeada. Assim, quanto mais sofisticado é um modelo, teoricamente, mais próximo da realidade ele estará. Por outro, lado o número de parâmetros que definem tais modelos aumenta, e deve-se analisar a contribuição de cada um destes parâmetros na melhoria do resultado final, para se evitar um número excessivo de parâmetros que, algumas vezes, não contribuem para uma melhoria efetiva da precisão do modelo matemático.

Uma vez calculados os parâmetros de transformação entre sistemas, pode-se iniciar a retificação da imagem. Para isso, utiliza-se um algoritmo que calcule, para cada par ordenado no sistema retificado, o seu correspondente, no sistema a retificar. A partir dos valores de linha e coluna correspondentes no sistema a retificar, obtém-se o tom de cinza do mesmo. Este valor é atribuído no "pixel" correspondente da matriz retificada. Repetindo-se tal procedimento para todos "pixels", será criada uma imagem retificada, um exemplo deste algoritmo pode ser visto na figura 3 do item 4.2.

3.2 SOFTWARE

O volume de cálculo utilizado para o desenvolvimento da rotina acima descrita é muito grande, sendo função da dimensão e da resolução da imagem que será reamostrada. Tem-se então que selecionar a linguagem de programação que se deve utilizar para implementar tais procedimentos. Em soluções comerciais estas retificações são implementadas em linguagens de programação orientadas a objeto, tal como C++, pois esta possibilita uma maior flexibilização na implementação de tais rotinas. Em contrapartida, há certa complexidade para a codificação de rotinas.

Neste projeto optou-se pela utilização do “Software MathCad”, sendo esta uma linguagem mais amigável ao usuário, liberando-o das tarefas de programação, tornando possível um maior enfoque do mesmo na solução do problema proposto. Este tipo de linguagem possui como desvantagens o fato de não poder gerar código executável, além de limitações em relação a grandes volumes de dados, que são exigidos nas retificações digitais de imagens, principalmente quando se aumenta a resolução geométrica das mesmas.

4 Implementação

A seguir serão descritas as implementações realizadas no projeto ora em pauta, bem como os testes realizados e os resultados obtidos em cada uma das retificações de imagens digitais. As imagens podem ser divididas em: fotografias à curta distância e fotografias aéreas verticais.

A implementação foi realizada em ambiente windows utilizando o PC existente no departamento de engenharia cartográfica. Para a implementação das rotinas de retificação de imagens digitais utilizou-se o “software MathCad”. Este ambiente foi utilizado por estar disponível no departamento de Engenharia Cartográfica da UERJ. A escolha do software foi feita pela fácil interface existente neste pacote, deixando assim o usuário livre das tarefas de programação e por sua vez mais concentrado nas teorias que fundamentam tais retificações. A seguir serão descritos os testes realizados neste trabalho, bem como os resultados obtidos.

4.1 IMAGEM À CURTA DISTÂNCIA

Para os testes iniciais de retificação adotaram-se uma imagem a curta distância, com fortes inclinações de eixo, os quais evidenciam os fins do projeto que é o de retificação digital de imagens e a estimativa dos erros obtidos no processo de retificação. Nesta imagem visualizam-se melhor as distorções ocorridas. O exemplo de fotografia à curta distância utilizado no projeto foi a imagem da Mona Lisa, que vem sendo apresentada em algumas figuras que ilustram este projeto.

4.2 TRANSFORMAÇÃO AFIM CASO GERAL

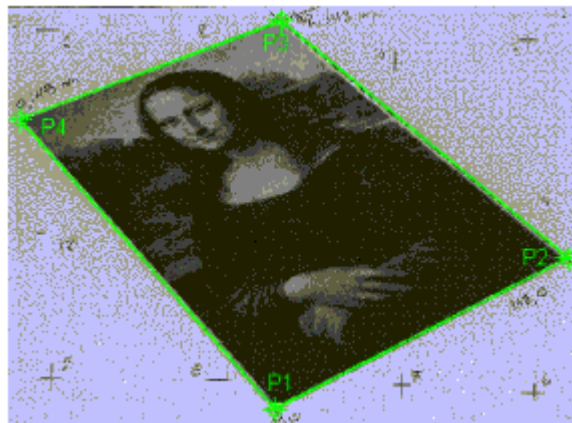


Figura 2 – Disposição dos pontos de controle da imagem a retificar

O primeiro passo para a retificação de imagens é a determinação dos pontos de controle da imagem nos dois sistemas. Para tal, faz-se necessário o armazenamento dos valores das coordenadas nas suas respectivas variáveis, para o sistema de entrada e o de saída. Alguns fatores muito importantes e que devem ser ressaltados nesta etapa é a percepção de que as colunas e linhas correspondem, respectivamente aos eixos “x” e “y”, e que a imagem tem sua orientação da esquerda para direita e de cima para baixo. Outro fator a considerar é o da resolução da imagem retificada, que deve ser próxima à da imagem original. Os pontos de controle neste caso foram os vértices da imagem da Mona Lisa totalizando 4 pontos, dispostos como mostra a figura 2.

O modelo matemático da transformação afim foi apresentado no item 2.7. A partir das equações 2.12 e 2.13 pôde-se montar um sistema de equações onde as incógnitas serão os coeficientes destas equações, pois as coordenadas dos pontos de controle são conhecidas. Substituindo-as nas equações, será formado um sistema linear em que o número de equações observações é duas vezes maior que o número de pontos de controle. Segue abaixo a montagem deste sistema.

$$\begin{array}{ll}
 a_0 + a_1.x_1 + a_2.x_1 = X_1 & \text{- para o X do Ponto 1} \\
 b_0 + b_1.x_1 + b_2.x_1 = Y_1 & \text{- para o Y do Ponto 1} \\
 a_0 + a_1.x_2 + a_2.x_2 = X_2 & \text{- para o X do Ponto 2} \\
 b_0 + b_1.x_2 + b_2.x_2 = Y_2 & \text{- para o Y do Ponto 2} \\
 a_0 + a_1.x_3 + a_2.x_3 = X_3 & \text{- para o X do Ponto 3} \\
 b_0 + b_1.x_3 + b_2.x_3 = Y_3 & \text{- para o Y do Ponto 3} \\
 a_0 + a_1.x_4 + a_2.x_4 = X_4 & \text{- para o X do Ponto 4} \\
 b_0 + b_1.x_4 + b_2.x_4 = Y_4 & \text{- para o Y do Ponto 4}
 \end{array}$$

Onde:

- (a0, a1, a2, b0, b1, b2, b3) - são as incógnitas
- (x1, y1, x2, y2, x3, y3, x4, y4) - são as coordenadas dos pontos de controle no espaço origem
- (X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3, X4, Y4) - são as coordenadas dos pontos de controle no espaço destino

Segue a baixo a representação do sistema matricial descrito acima.

$$\begin{matrix} 8 \\ \left(\begin{array}{cccccc} 1 & x_1 & y_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_4 & y_4 \end{array} \right) \end{matrix} \cdot \begin{matrix} 6 \\ \left(\begin{array}{c} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{array} \right) \end{matrix} = \begin{matrix} 8 \\ \left(\begin{array}{c} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ X_3 \\ Y_3 \\ X_4 \\ Y_4 \end{array} \right) \end{matrix}$$

Nota-se que este sistema está na forma linear, possuindo 6 incógnitas e 8 equações, sendo por tanto, um Sistema Possível e Indeterminado (SPI). Para a resolução deste sistema utiliza-se o M.M.Q. Da equação 2.3, tem-se:

Então:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_4 & y_4 \end{pmatrix} \quad X := \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad Lb := \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ X_3 \\ Y_3 \\ X_4 \\ Y_4 \end{pmatrix}$$

A matriz peso das observações é obtida a partir das variâncias e covariâncias das observações. Neste projeto foi adotada a matriz identidade, pelo fato de se supor pesos iguais para cada observação formadora das equações. Para a variância de referência é adotada a unidade. Para a obtenção da matriz peso das observações, utilizou-se a equação 2.4. Pelo descrito, tem-se que esta resulta na matriz identidade, já que todas as observações têm a mesma precisão e não apresenta qualquer correlação.

$$P := \sigma^2 \cdot (\Sigma Lb)^{-1} \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz Peso

Pode-se resolver este sistema a partir da equação matricial 2.3 ou 2.5. Adotou-se a segunda pelo fato desta ser mais genérica, prevendo os casos em que se saiba que as variâncias das observações são diferentes. Para isso basta que se substitua a matriz identidade pela MVC das observações. Como resultado desta equação matricial ter-se-á a matriz dos parâmetros "X", onde:

$$X := (A^T \cdot P \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot P \cdot Lb \quad X = \begin{pmatrix} X_{0,0} \\ X_{1,0} \\ X_{2,0} \\ X_{3,0} \\ X_{4,0} \\ X_{5,0} \end{pmatrix}$$

Vetor dos Parâmetros ajustados

a0 := X_{0,0}
a1 := X_{1,0}
a2 := X_{2,0}
b0 := X_{3,0}
b1 := X_{4,0}
b2 := X_{5,0}

Atribuição dos parâmetros às variáveis

Para a estimativa da Matriz Variância-Covariância (MVC) dos parâmetros e das observações ajustadas utilizam-se, respectivamente, as equações 2.8 e 2.10.

De posse dos parâmetros ajustados retorna-se ao modelo matemático substituindo os parâmetros ajustados, que passaram a ser os coeficientes desta transformação entre sistemas, calculando-se para todos os pares coordenados da imagem retificada o seu respectivo par na imagem original. Para a construção desta imagem utiliza-se uma rotina conforme apresentada na figura 3.

```

Retificação (mlisa) :=
  m ← 0
  while m < rows (mlisa)
    n ← 0
    while n < cols (mlisa)
      i ← floor(a0 + a1 · n + a2 · m)
      j ← floor(b0 + b1 · n + b2 · m)
      Mm,n ← 255 if [(i < 0) ∨ i > cols(mlisa) - 1] ∨ [(j < 0) ∨ j > rows(mlisa) - 1]
      Mm,n ← mlisaj,i otherwise
      n ← n + 1
    m ← m + 1
  M
    
```

Figura 3 – Rotina para a retificação da imagem da Monalisa pelo modelo Afim Geral, com reamostragem pelo método do vizinho mais próximo.

Neste caso note-se que a função de transformação é a função afim geral utilizando os coeficientes anteriormente calculados pelo M.M.Q. Outro detalhe é que o resultado da equação está sendo arredondado pelo comando “floor” do MathCad. Isto caracteriza a reamostragem pelo método do vizinho mais próximo.

A figura 4 mostra a retificação da imagem da Mona Lisa pelo modelo matemático de transformação Afim Caso Geral. À esquerda está a imagem original, com fortes inclinações do eixo da câmera, e a direita a imagem retificada.

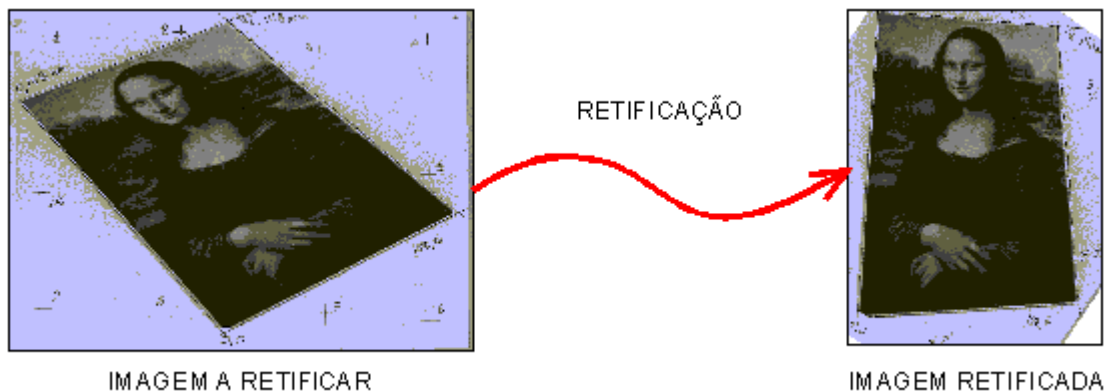


Figura 4 - Retificação da imagem da Mona Lisa pelo modelo Afim Geral

4.3 TRANSFORMAÇÃO PROJETIVA

A transformação projetiva em sua forma linear é constituída de 8 parâmetros, conforme a fundamentação teórica descrita no item 2.8. Como os 4 pontos utilizados na transformação afim geram apenas 8 equações, criou-se a necessidade de adicionar mais pontos ao ajustamento para que este sistema não seja um sistema com uma solução única, fato este que ocasiona uma falta de tratamento estatístico na estimativa da variância das observações. Para isto foram acrescentados dois pontos de controle (P5 e P6), cuja distribuição é ilustrada pela figura 5.

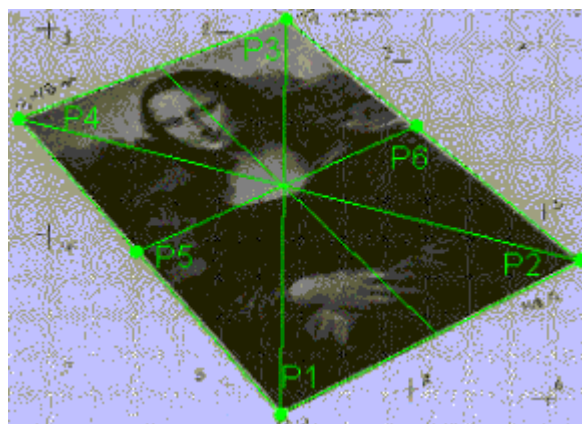


Figura 5 – Disposição dos pontos de controle para o caso projetivo e linear direto





O resultado obtido na transformação projetiva com 6 pontos foi o melhor dentre as retificações desenvolvidas no projeto, o que leva a confirmar, mais uma vez, a adequação da transformação projetiva para a retificação de uma imagem de um objeto plano.

Este modelo leva em consideração parâmetros de rotação de eixos. Para a retificação por este modelo matemático foram utilizadas as equações 2.14 e 2.15 para a construção do sistema. De posse da matriz

dos coeficientes e da matriz coluna dos valores observados pode-se resolver o sistema de equação desenvolvendo a solução de maneira semelhante à descrita na transformação Afim geral.

A comparação e a análise dos resultados da retificação da imagem a curta distância encontra-se a Tabela 1 a seguir. Esta tabela permite uma rápida comparação entre os diferentes métodos estudados de retificação de imagens digitais bem como os resultados em função da propagação dos erros para um ponto bem definido na imagem retificada.

TABELA 1 - Quadro Comparativo das Retificações com a Imagem à Curta Distância.

RETIFICAÇÃO	Nº DE PARÂMETROS	σ_{lin}	σ_{col}	$\sigma_{lin,col}$	IMAGEM RETIFICADA
IMAGEM ORIGINAL	-	-	-	-	
AFIM GERAL	6	14,17	14,17	0,00	
PROJETIVA	8	0,76	0,73	-0,026	
LINEAR DIRETA	11	3,35	3,18	1,39	

Pode-se observar pelo exposto, que a melhor modelo de transformação entre o sistema retificado e o sistema a retificar é o da transformação projetiva, pelo fato deste modelo ter fornecido o menor desvio padrão para ponto o escolhido, ponto este comum a todas as outras transformações entre sistema. Isto também pode ser verificado à luz da Matriz Variância-Covariância dos parâmetros ajustados.

4.4 IMAGEM FOTOGRÁFICA AÉREA VERTICAL

Para uma abordagem mais abrangente, utilizou-se uma imagem aérea vertical da UERJ e aplicaram-se os modelos que foram estudados na imagem a curta distância. Os pontos utilizados para a retificação estão ilustrados na figura 6.

As coordenadas dos pontos foram determinadas pelo sistema GPS, no período 2002/1 na disciplina de Aerotriangulação, ministrada pelo professor Martins Gomes, com a finalidade de ajustar um bloco composto por 2 modelos fotogramétricos. A fotografia utilizada para a retificação foi a de um voo em escala 1:8000, realizado em 1997, digitalizada a 300 dpi, com 8 bits por "pixel".

A fotografia utilizada é a de número 17 da faixa 117 e foi disponibilizada para o Departamento de Engenharia Cartográfica pelo Instituto Pereira Passos (IPP).

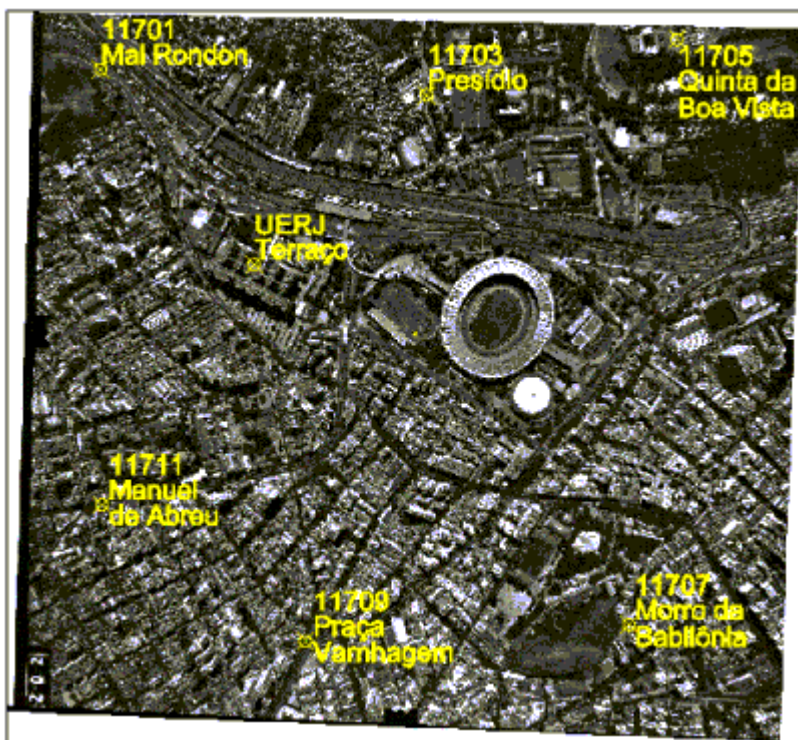


Figura 6 – Disposição dos Pontos Utilizados para a Retificação da Imagem da UERJ

Após a retificação da imagem ilustrada na figura 6, pelos três modelos de retificação aplicados na imagem a curta distância, foi realizada a conferência dos dados fazendo-se uma orientação no AutoCad, sem aplicar qualquer tipo de retificação, com as imagens orientadas apenas pelos pontos 11705 (Quinta da Boa Vista) e 11711 (Manuel de Abreu). Esses pontos estão localizados no extremo da imagem, para cada uma das imagens retificadas pelos três processos. Os resultados obtidos encontram-se resumidos na tabela 2 abaixo.

TABELA 2 - Erro obtido nos pontos que ficaram fora da orientação no Autocad pelos pontos 11705 e 11711.

PONTOS	Imagem Original Erro (m)	Retificação Afim Geral Erro (m)	Retificação Projetiva Erro (m)	Retificação Linear Direta Erro (m)
11701	9,0	9,0	0,5	1,0
11703	8,0	8,0	1,0	1,0
11707	12,0	12,0	0,5	0,5
11709	6,5	6,5	1,0	1,0

Pelo exposto na tabela 2, a retificação afim geral obteve resultados semelhantes aos da orientação da imagem original no AutoCad. Isto pode ser explicado pelo fato dos parâmetros que definem tal transformação não considerarem as deformações provenientes da falta de verticalidade da foto. Assim, a retificação feita pela transformação Afim geral corrige a rotação entre os sistemas, corrigindo também os erros de escala e da falta de ortogonalidade entre os sistemas, sendo os dois últimos provenientes da deformação do filme e do sistema de projeção respectivamente.

Assim como na transformação da imagem a curta distância, a Retificação Projetiva e a Retificação Linear Direta obtiveram resultados melhores que o obtido pela transformação Afim Caso Geral. Portanto, estas transformações melhor representaram a retificação desta imagem.

A resolução para a imagem da UERJ foi de 300dpi e a escala 1:8000, resultando em um elemento de resolução no terreno de 0,67m. As diferenças entre a retificação pelo modelo projetivo e pelo Linear direto não foram significativas.

5 Conclusão

Nos exemplos deste projeto pôde ser analisado que as retificações estudadas não encerram o problema da retificação de imagens digital, pois existem diversas outras variáveis dentre as quais algumas foram sinalizadas no projeto, que provocam o deslocamento das feições de uma imagem. Assim espera-se, que com esta pesquisa, tenha-se adicionado uma pequena contribuição ao estudo das técnicas de retificação de imagens digitais.

Um fato de grande importância abordado é a questão da estimativa do erro provável em um ponto qualquer da imagem. Isto possibilita ao engenheiro estimar a qualidade de uma medição feita em uma imagem retificada, podendo assim estimar o nível de confiança de um mapeamento que venha a ser feito através da mesma. Outro fator que este projeto propicia é o estreitamento da relação entre a teoria e a prática dos conceitos que fundamentam a fotogrametria. Assim pode-se, através do conhecimento adquirido, implementar os modelos matemáticos existentes, transformando-os em ferramentas que retifiquem convenientemente as cenas obtidas por um sensor remoto.

A implementação dos modelos apresentados em uma linguagem de programação compatível com o nível de processamento requerido para a retificação de imagens digitais, em um ambiente que seja amigável ao usuário é um fator essencial para que futuros testes pudessem ter sido realizados. Ressalta-se particularmente, o uso desta pesquisa no desenvolvimento do módulo de retificação de imagens do projeto EFOTO (Brito e Coelho, 2003), ora em desenvolvimento no programa de pós-graduação em Geomática da UERJ, mais detalhes podem ser obtidos em www.efoto.eng.uerj.br.

O Instituto de Estudos Avançado – IEAv da Aeronáutica Brasileira está realizando estudo para a retificação das imagens geradas pelo Radar transportável do avião R-99B, objetivando a utilização das mesmas no mapeamento sistemático do vazio cartográfico da Amazônia. O Instituto de Cartografia Aeronáutica – ICA tem apoiado aquele instituto na materialização dos pontos de controle necessários a retificação. Tão logo o vôo seja realizado e as imagens processadas, pretende-se aplicar a metodologia ora proposta na retificação das imagens geradas pelo referido Radar.

6 Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer as seguintes instituições:

Ao Instituto de Cartografia Aeronáutica - ICA, por disponibilizar os meios necessários à divulgação desta pesquisa na comunidade cartográfica;

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo suporte financeiro ao projeto EFOTO;

Ao Instituto Pereira Passos – IPP, pela cessão das imagens fotogramétricas aéreas, indispensável à realização desta pesquisa.

7 Referências Bibliográficas

ALBERTZ, K.: *Manual Fotogramétrico*, Wichmann 1989.

ANDRADE, J.B.: *Fotogrametria*, SBEE 1998.

BRITO, J.L.N.S.: *Fotogrametria digital, Notas de Aula*, IME 2002.

BRITO, J.L.N.S. e COELHO FILHO, L.C.T.: *Projeto E-FOTO, Estação fotogramétrica Digital Educacional*,

XI Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, Belo Horizonte – MG, 2003.

COELHO FILHO, L.C.T.: *Projeto E-FOTO, Projeto Final de Curso, IME 2002.*

CROSTA, Á.P.: *Processamento de Imagens de Sensoriamento Remoto, UNICAMP 1999.*

GEMAEL, C.: *Introdução ao Ajustamento de Observações, Aplicações Geodésicas, UFPR 1994*

LIMA, S.A.: *Estratégias para Retificação de Imagens Digitais, Projeto Final de Curso, UERJ 2003.*

NOVAK, K., *Analytical Photogrammetry.* Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, USA, (1991).