

Determinação de Parâmetros de Transformação entre os *data* Carta Geral (CG) e *South American Datum 1969 (SAD69)* para a Região de Porto Alegre/RS

Christiane Silva Salomoni
Prof. Dr. Sérgio Florêncio de Souza

CEPSRM/UFRGS
Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto
Av Bento Gonçalves, 9500 – Caixa Postal 15044 – CEP: 91501-970 – Porto Alegre/RS
chris_engcart@yahoo.com.br; sergio.florencio@ufrgs.br

Resumo: Os produtos cartográficos existentes no Brasil estão referidos a diferentes sistemas geodésicos e suas realizações. A cidade de Porto Alegre/RS sediou a Comissão da Carta Geral do Brasil, criada no ano de 1903 com o objetivo de implantar uma rede geodésica que servisse de apoio ao mapeamento do país. Esta comissão estabeleceu um sistema geodésico (ou *datum* geodésico) no qual estão baseados a maioria dos mapeamentos efetuados na região. Atualmente, porém, os parâmetros de transformação desse *datum* geodésico, denominado Carta Geral (CG), são desconhecidos. Este artigo tem como objetivo determinar os parâmetros de transformação entre os *data* CG e SAD69 para a região de Porto Alegre/RS.

Palavras chaves: Geodésia, *datum*, SAD69, Carta Geral

Abstract: The existent cartographic products in Brazil are referred to different geodesic systems and their accomplishments. The city of Porto Alegre/RS based the Comissão da Carta Geral do Brasil, created in 1903 with the objective of implanting a geodesic net to serve as support to the mapping of the country. This commission established a geodesic system (or *data* geodesic) on which most of the mappings in the area are based. Now, however, the parameters of transformation of the geodesic datum denominated Carta Geral (CG) are ignored. This paper has as objective determines the transformation parameters among the *data* CG and SAD69 for Porto Alegre/RS area.

Keywords: Geodesy, *data*, SAD69, Carta Geral

1 Introdução

Os Sistemas Geodésicos de Referência, ou *data* geodésicos, são utilizados para descrever, através de coordenadas, a posição de um ponto sobre a superfície terrestre. Os sistemas geodésicos podem ser geocêntricos, caso a origem do sistema esteja no centro de massa da Terra, ou topocêntricos, quando um ponto da superfície de referência coincide com um ponto P qualquer na superfície da Terra.

No Brasil já foram adotados diversos sistemas geodésicos, todos topocêntricos. Em 1903, com a criação da Comissão da Carta Geral do Brasil (CCGB), a Diretoria do Serviço Geográfico (DSG) do Exército

Brasileiro deu início ao estabelecimento de uma rede geodésica, implantando em Porto Alegre/RS um *datum* geodésico denominado Carta Geral (CG). Na década de 40, com a criação do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), sob responsabilidade do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), foram adotados outros sistemas, também topocêntricos. Córrego Alegre, Astro Datum Chuá – sistema provisório – e SAD69 passaram a ser utilizados, sucessiva e concomitantemente, como referência para os mapeamentos executados no país.

Dessa forma, os diferentes produtos cartográficos existentes no Brasil estão referidos a diversos sistemas geodésicos e suas realizações. Nos últimos anos, a crescente utilização do GPS (*Global Positioning System*), referido ao *World Geodetic System 1984* (WGS84), sistema geocêntrico, fez crescer a necessidade do estabelecimento de um referencial geocêntrico, que possibilite a compatibilidade e intercâmbio de informações a nível global.

Com este objetivo, estabeleceu-se uma parceria entre os países da América do Sul, desenvolvendo-se o projeto Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS). No ano de 2005, com uma Resolução (R. PR - 1/2005) do IBGE, o Brasil iniciou oficialmente o período de transição para esse novo sistema, com previsão de total implantação no período de dez anos. No momento, o Brasil adota como sistemas geodésicos de referência oficiais os sistemas SAD69 e SIRGAS.

No entanto, muitas regiões ainda adotam *datum* locais, sem conexão com os sistemas geodésicos oficiais, dificultando a conversão de coordenadas e de bases cartográficas referidas a estes sistemas antigos.

1.1 Histórico do *Datum* Geodésico Carta Geral em Porto Alegre

A Cidade de Porto Alegre sediou as atividades da Comissão da Carta Geral do Brasil (CCGB), criada no ano de 1903, com a finalidade de estabelecer uma rede geodésica que servisse de apoio aos mapeamentos no território brasileiro. A Comissão foi instalada no Rio Grande do Sul porque, até a criação do Mercosul na década de 80, este Estado detinha as fronteiras mais sensíveis do Brasil, estando nele concentrada a maior capacidade bélica brasileira (Evangelista, 2002).

A CCGB estabeleceu em Porto Alegre um *datum* geodésico denominado Carta Geral (CG), cujo ponto-*datum* encontra-se no antigo prédio do Observatório da Comissão da Carta Geral, atualmente pertencente às dependências do Exército Brasileiro na Rua Luiz Afonso, Porto Alegre.



Figura 1 – Ponto-*datum* do *datum* geodésico Carta Geral – Porto Alegre/RS

Atualmente, os parâmetros definidores do *datum* Carta Geral são desconhecidos. Comumente aceita-se que a superfície de referência utilizada para a definição deste *datum* tenha sido o elipsóide Internacional de Hayford 1924. No entanto, existem algumas dúvidas devido à discrepância de datas entre o início dos trabalhos da CCGB (1903) e a recomendação do elipsóide de Hayford como elipsóide de referência internacional, realizada na assembléia geral da Associação de Geodésia da União Geofísica e Geodésica

Internacional – UGGI, em Madrid/Espanha, no ano de 1924 (Silva, 1996). Todavia, a determinação dos parâmetros deste elipsóide por Hayford foi realizada no ano de 1909 e, historicamente, já estava sendo amplamente adotado em trabalhos mesmo antes de sua recomendação oficial, motivo pelo qual ele é defendido como o elipsóide de referência do *datum* Carta Geral.

Segundo relatórios existentes no Setor de Cartografia da Secretaria do Planejamento Municipal da Prefeitura de Porto Alegre, na década de 40 começaram a ser implantados, através de triangulação, os primeiros marcos da rede geodésica fundamental referida ao *datum* Carta Geral. Em 1982 essa rede foi densificada, resultando em 36 pontos monumentados em regiões de maior visibilidade da Cidade de Porto Alegre. As coordenadas destes marcos estão registradas no Sistema de Projeção Gauss-Krüger (meridiano central 51°W), não possuindo nenhuma referência de altitude. Com o tempo, esta rede fundamental foi densificada, contando atualmente com 1250 pontos.

Dessa forma, toda a base cartográfica de Porto Alegre – oriunda de levantamento aerofotogramétrico executado na década de 80 – está referida ao *datum* Carta Geral e sistema de projeção Gauss-Krüger. Essa situação deixa Porto Alegre cartograficamente “ilhada” em relação ao resto do país. Para que o município possa adequar sua base ao Sistema Geodésico Brasileiro, é necessário que sejam determinados parâmetros de transformação confiáveis entre o *datum* Carta Geral e os sistemas atualmente vigentes.

No ano de 2001, através de um convênio estabelecido pela Prefeitura Municipal de Porto Alegre, a 1ª Divisão de Levantamentos do Exército Brasileiro (1ª DL) determinou parâmetros de transformação entre o *datum* Carta Geral e o sistema geodésico WGS84. Estes parâmetros, no entanto, apresentaram grandes distorções quando utilizados, motivo pelo qual não foram adotados oficialmente.

2 Sistema Geodésico de Referência (SGR)

O Sistema Geodésico de Referência (ou *datum* geodésico) é utilizado para representar a superfície da Terra em um plano. Um SGR é associado a uma superfície de referência (elipsóide de revolução) e a um sistema de coordenadas (cartesianas ou geodésicas); sua definição exige pelo menos oito elementos (Sá, 2001):

Parâmetros do Elipsóide: a (semi-eixo maior) e f (achatamento); Orientação do Elipsóide: ε (componente meridiana do desvio da vertical), η (componente primeiro-vertical do desvio da vertical) e N (altura geoidal); Coordenadas do Ponto-*Datum*: φ (latitude geodésica), λ (longitude geodésica) e h (altitude geométrica).

Um sistema geodésico pode ser Geocêntrico, quando o centro de sua superfície de referência é o centro de massa da Terra, ou Topocêntrico, quando um ponto da superfície de referência coincide com um ponto P qualquer na superfície da Terra.

2.1 Transformações Entre Sistemas Geodésicos de Referência

De posse da coordenada – cartesiana ou geodésica – de um ponto P , referida a um determinado sistema geodésico de referência, é possível transformá-la para um outro sistema de referência através de parâmetros determinados por um modelo matemático.

O modelo matemático da Transformação de Similaridade, também conhecido como Transformação Conforme ou Modelo dos Sete Parâmetros, é conhecido como um modelo de boa precisão, sendo portanto escolhido para a determinação dos parâmetros objetos deste artigo.

2.1.1 Transformação de Similaridade

A Transformação de Similaridade expressa a relação existente entre dois sistemas cartesianos tridimensionais, definida através de sete parâmetros, explicitados a seguir:

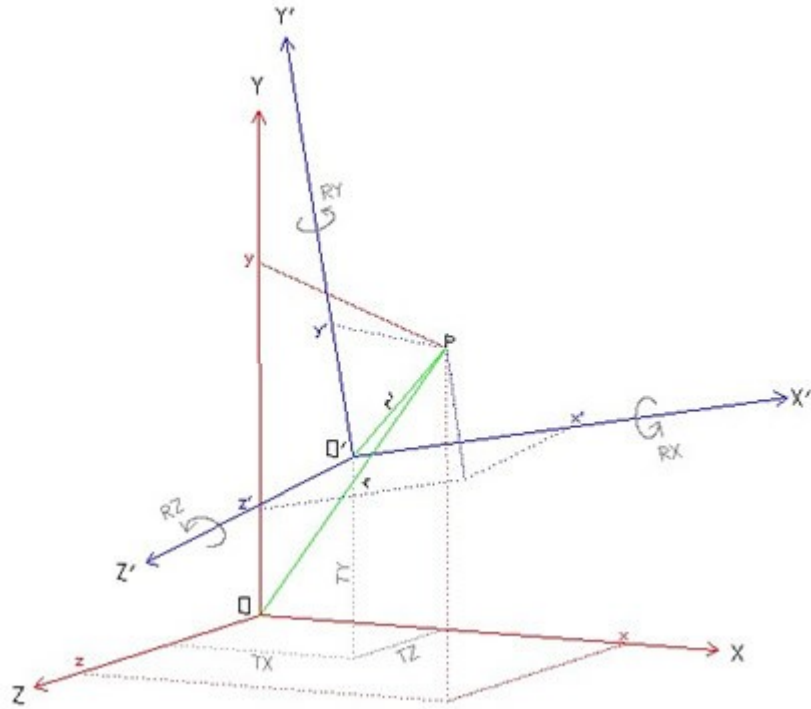


Figura 2 – Relação entre dois Sistemas Cartesianos Tridimensionais

Considerando a figura acima: o vetor posição de um ponto P qualquer é dado por $\mathbf{r}$ no sistema cartesiano XYZ. No sistema $X'Y'Z'$, que está deslocado do sistema anterior por três translações (T_X , T_Y , T_Z), três rotações (R_X , R_Y , R_Z) e um fator de escala (S), este mesmo ponto P é dado pelo vetor posição $\mathbf{r}'$.

Generalizando para qualquer ponto no espaço, os dois sistemas cartesianos estão relacionados por:

$$\mathbf{r}' = S\mathbf{R}\mathbf{r} + \mathbf{T}$$

onde:

$\mathbf{r}$: vetor posição do ponto no sistema cartesiano XYZ

$\mathbf{T}$: vetor translação

S : fator de escala

$\mathbf{R}$: matriz de rotação ortogonal

$\mathbf{r}'$: vetor posição do ponto no sistema cartesiano $X'Y'Z'$

A matriz de rotações $\mathbf{R}$, expressa em radianos, é definida por:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}$$

A matriz de rotações $\mathbf{R}$ é ortogonal, de forma que $\mathbf{R}^T = \mathbf{R}^{-1}$. Usando esta propriedade e expandindo os termos da equação geral, o modelo de transformação de similaridade no espaço tridimensional fica reescrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} X' &= S(m_{11}X + m_{21}Y + m_{31}Z) + T_X \\ Y' &= S(m_{12}X + m_{22}Y + m_{32}Z) + T_Y \\ Z' &= S(m_{13}X + m_{23}Y + m_{33}Z) + T_Z \end{aligned}$$

2.1.2 Determinação dos Parâmetros da Transformação de Similaridade

Através do modelo matemático da Transformação da Similaridade é possível transformar coordenadas de um SGR para outro SGR', desde que sejam utilizadas coordenadas cartesianas tridimensionais e que os Sete Parâmetros (TX, TY, TZ, RX, RY, RZ, S) sejam conhecidos.

Porém, quando o objetivo é a determinação dos referidos parâmetros é necessário aplicar o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) e resolver o sistema através do ajustamento paramétrico ou combinado (Castañeda *apud* Costa, 1998). Neste artigo optou-se por adotar a resolução pelo ajustamento paramétrico.

Conforme Dalmolin (2002), o modelo matemático do ajustamento paramétrico (também chamado modelo explícito ou método das observações indiretas ou ainda método das equações de observações) é:

$$L_a = F(X_a)$$

onde L_a é o vetor das observações ajustadas, X_a o vetor dos parâmetros ajustados e F um conjunto de funções que relacionam L_a e X_a .

A sequência para aplicação do método é a seguinte:

Arbitrando-se um vetor X_0 – vetor dos valores aproximados dos parâmetros – como exposto abaixo, o vetor L ($L_0 - L_b$) é dado pela diferença entre as coordenadas tridimensionais (XYZ e X'Y'Z') nos dois sistemas:

$$X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta Y_1 \\ \Delta Z_1 \\ \dots \\ \Delta X_n \\ \Delta Y_n \\ \Delta Z_n \end{bmatrix}$$

A seguir, determina-se a matriz P (matriz dos pesos), que é definida pela equação $P = \sigma_0^2 \Sigma_{L_b}^{-1}$, ou seja, pelo inverso do quadrado do desvio padrão das observáveis. No entanto é possível considerá-la como unidade, assumindo que *sigma zero a priori* (σ_0^2) é igual à variância de cada uma das observações.

A matriz A é obtida a partir da derivada das equações de observação em função dos parâmetros. No caso das equações de observação do modelo de Transformação de Similaridade para estimar os sete parâmetros [S RX RY RZ TX TY TZ], a matriz A é dada da seguinte forma:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial X'_1}{\partial S} & \frac{\partial X'_1}{\partial RX} & \frac{\partial X'_1}{\partial RY} & \frac{\partial X'_1}{\partial RZ} & \frac{\partial X'_1}{\partial TX} & \frac{\partial X'_1}{\partial TY} & \frac{\partial X'_1}{\partial TZ} \\ \frac{\partial Y'_1}{\partial S} & \frac{\partial Y'_1}{\partial RX} & \frac{\partial Y'_1}{\partial RY} & \frac{\partial Y'_1}{\partial RZ} & \frac{\partial Y'_1}{\partial TX} & \frac{\partial Y'_1}{\partial TY} & \frac{\partial Y'_1}{\partial TZ} \\ \frac{\partial Z'_1}{\partial S} & \frac{\partial Z'_1}{\partial RX} & \frac{\partial Z'_1}{\partial RY} & \frac{\partial Z'_1}{\partial RZ} & \frac{\partial Z'_1}{\partial TX} & \frac{\partial Z'_1}{\partial TY} & \frac{\partial Z'_1}{\partial TZ} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial X'_n}{\partial S} & \frac{\partial X'_n}{\partial RX} & \frac{\partial X'_n}{\partial RY} & \frac{\partial X'_n}{\partial RZ} & \frac{\partial X'_n}{\partial TX} & \frac{\partial X'_n}{\partial TY} & \frac{\partial X'_n}{\partial TZ} \\ \frac{\partial Y'_n}{\partial S} & \frac{\partial Y'_n}{\partial RX} & \frac{\partial Y'_n}{\partial RY} & \frac{\partial Y'_n}{\partial RZ} & \frac{\partial Y'_n}{\partial TX} & \frac{\partial Y'_n}{\partial TY} & \frac{\partial Y'_n}{\partial TZ} \\ \frac{\partial Z'_n}{\partial S} & \frac{\partial Z'_n}{\partial RX} & \frac{\partial Z'_n}{\partial RY} & \frac{\partial Z'_n}{\partial RZ} & \frac{\partial Z'_n}{\partial TX} & \frac{\partial Z'_n}{\partial TY} & \frac{\partial Z'_n}{\partial TZ} \end{bmatrix}$$

Assim, conforme Gemael (1994), a determinação do vetor correção dos parâmetros (X) e do vetor dos parâmetros ajustados (X_a) é dada pela sequência de operações abaixo:

$$\begin{aligned} N &= A^T P A \\ U &= A^T P L \\ X &= -N^{-1} U \\ X_a &= X_0 + X \end{aligned}$$

Como a variância *a priori* (σ_0^2) foi arbitrada como unidade, calcula-se a variância *a posteriori* ($\hat{\sigma}_0^2$) e efetua-se uma comparação entre as duas variâncias para verificar se há discrepâncias.

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{s}$$

sendo $s = n - u$ (n = número de equações e u = número de incógnitas) e $V^T P V$:

$$V^T P V = X^T U + L^T P L$$

Caso haja discrepância entre o valor da variância *a priori* e *a posteriori*, realiza-se um teste de hipótese baseado na distribuição do *Chi-Quadrado* (χ^2) para constatar se a discrepância é significativa a um certo nível de confiança α .

O teste de hipótese é realizado da seguinte forma (Gemael, 1994):

Hipótese básica: $\sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2$

Hipótese alternativa: $\sigma_0^2 \neq \hat{\sigma}_0^2$

A estatística para o teste é:

$$\chi^2 = \frac{\hat{\sigma}_0^2 s}{\sigma_0^2} = \frac{V^T P V}{\sigma_0^2}$$

Para a hipótese básica ser aceita a um nível de confiança α :

$$\chi^2_{\hat{g}} < \chi^2_{s, 1 - \frac{\alpha}{2}} \quad \text{ou} \quad \chi^2_{\hat{g}} > \chi^2_{s, \frac{\alpha}{2}}$$

Se o ajustamento for aceito, a matriz variância-covariância (MVC) dos parâmetros é dada por:

$$\Sigma_{X_a} = \hat{\sigma}_0^2 N^{-1}$$

Na diagonal da matriz variância-covariância dos parâmetros são dados os valores de variância (σ^2) para os parâmetros. O desvio-padrão (σ), que traduz o afastamento dos dados em relação à média, é dado pela raiz quadrada da variância.

Os resíduos (V) resultantes da aplicação dos parâmetros são determinados por:

$$V = AX + L$$

3 Procedimentos Metodológicos

3.1 Levantamento de Campo

Junto à Prefeitura Municipal de Porto Alegre foram obtidos as Descrições ou Memoriais dos pontos Bernardi, Companhia, Embratel, Goulart, Lami, Osso, Polícia II, Pedra Redonda, Ponta Grossa, Puc, Renner, Santana, Sezefredo, Taquara, Teresópolis e Tiririca, pertencentes à rede geodésica fundamental de Porto Alegre e ocupados pela 1ª DL quando dos seus trabalhos na determinação dos parâmetros entre Carta Geral e WGS84.

Analisando estes memoriais e com apoio da Carta de Porto Alegre na escala 1:10.000 e das imagens do satélite Quick Bird do ano 2002/2003, cedidas pela Prefeitura Municipal de Porto Alegre, organizou-se croquis de localização e procedeu-se às saídas de campo.

Para o rastreamento GPS utilizou-se os seguintes equipamentos (pertencentes à Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS): um par de receptores de uma frequência Ashtech ProMark2, uma base nivelante, um tripé, um bipé e duas hastes. Todos os rastreios foram realizados no modo Estático, com intervalo de gravação de 5 segundos. O tempo de coleta variou de 1 a 2 horas, em função da distância do marco à estação fixa da POAL-RBMC.

O posicionamento GPS deveria ser realizado, preferivelmente, com rastreadores GPS de dupla frequência, dada a necessidade de obter-se a maior precisão possível nas coordenadas. No entanto, devido à indisponibilidade de equipamento de dupla frequência, foi necessário posicionar com um receptor de uma frequência.

Dos marcos inicialmente definidos, não foi possível visitar e ocupar os marcos Goulart, Pedra Redonda, Sezefredo e Tiririca. Dos marcos visitados, o marco Ponta Grossa e o marco Teresópolis encontravam-se destruídos. Dessa forma, apenas dez marcos foram ocupados e rastreados com GPS.

3.2 Processamento dos Dados

Os arquivos de rastreamento dos marcos Bernardi, Companhia, Embratel, Lami, Osso, Polícia II, PUC, Renner, Santana e Taquara foram processados no software Ashtech Solution 2.60, considerando como base a estação POAL da RBMC (localizada sobre o prédio do Departamento de Geodésia no Campus do Vale da UFRGS), cujas coordenadas WGS84 (obtidas com os parâmetros de translação oficiais do IBGE) são:

Tabela 1 – Coordenadas Geodésicas WGS84 da Estação POAL/RBMC

	ϕ	σ (m)	λ	σ (m)	h (m)	σ (m)
POAL	-30°04'26,56222"	±0,010	-51°07'11,12753"	±0,032	76,796	±0,020

As coordenadas obtidas com o processamento dos dados, em WGS84, foram convertidas para

coordenadas SAD69 através dos parâmetros de translação oficiais divulgados pelo IBGE, resultando nas seguintes coordenadas cartesianas para os marcos rastreados:

Tabela 2 – Coordenadas Cartesianas em SAD69

MARCO	X	Y	Z
Bernardi	3467192,9600	-4305564,6752	-3170890,4094
Companhia	3465445,2262	-4302179,0162	-3177692,8319
Embratel	3462780,0888	-4304097,0389	-3178100,1045
Lami	3463189,9513	-4292969,3639	-3192113,6379
Osso	3456352,8072	-4306254,7677	-3181841,6336
Polícia II	3463036,7624	-4303276,7998	-3178956,8243
PUC	3463957,8092	-4304381,5741	-3175971,1409
Renner	3464084,0885	-4308676,9124	-3170020,9729
Santana	3467974,7353	-4301809,4399	-3175625,6265
Taquara	3466183,9164	-4292919,5678	-3189096,7527

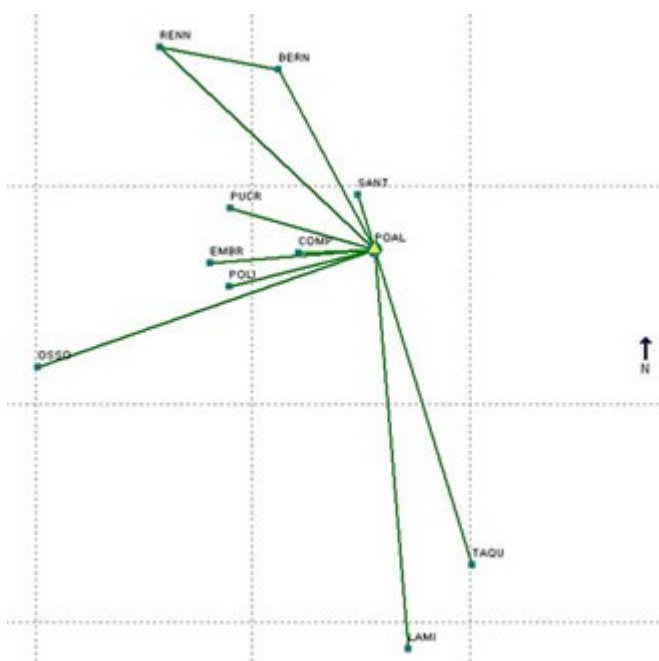


Figura 3 – Processamento dos Dados GPS (Linhas-Base)

3.3 Determinação dos Parâmetros entre os *data* Carta Geral e SAD69

Conhecidas as coordenadas cartesianas SAD69 dos 10 marcos ocupados, passou-se à determinação das coordenadas cartesianas referidas ao *datum* Carta Geral.

Nos memoriais dos marcos foram obtidas as coordenadas planas dos mesmos (Gauss-Krüger, *datum* Carta Geral). No entanto, para a determinação de coordenadas cartesianas é necessário dispor de coordenadas tridimensionais, ou seja, da altitude elipsoidal (*h*), não disponível para o *datum* Carta Geral.

Para a determinação de altitudes elipsoidais para estes marcos, foram consideradas as seguintes opções:

- 1) Considerar as altitudes elipsoidais iguais nos dois sistemas (SAD69 e Carta Geral);
- 2) Considerar as altitudes elipsoidais para Carta Geral iguais às altitudes para Córrego Alegre, visto que estes dois *data* utilizam o mesmo elipsóide de referência;
- 3) Considerar as altitudes elipsoidais para Carta Geral iguais às altitudes ortométricas (*H*).

A opção 1 e a opção 2 foram descartadas tendo em vista que os *data* Carta Geral, SAD69 e Córrego

Alegre são *data* topocêntricos, ou seja, em algum ponto (ponto-*datum*) da superfície foi arbitrado que o elipsóide e o geóide são coincidentes. Considerando-se que o ponto-*datum* da Carta Geral está localizado em Porto Alegre/RS e os ponto-*datum* do SAD69 e Córrego Alegre estão localizados no Estado de Minas Gerais, verifica-se claramente que há um deslocamento entre estes *data*, não sendo portanto aconselhável essa simplificação (considerar iguais as altitudes elipsoidais entre Carta Geral-SAD69 ou Carta Geral-Córrego Alegre).

Por fim, adotou-se a opção 3, transformando as altitudes elipsoidais (obtidas com o rastreamento GPS) em SAD69 para altitudes ortométricas e considerando-as iguais às altitudes elipsoidais para Carta Geral. A justificativa para a adoção desta solução é que, sendo a ondulação geoidal N considerada zero no ponto-*datum* Carta Geral ($N=0$), o elipsóide e o geóide são coincidentes neste ponto, ou seja, as altitudes elipsoidais e geoidais são arbitradas como iguais no ponto-*datum* ($h=H$). Considerando que os marcos da rede geodésica estão distribuídos ao redor do *datum* numa distância relativamente pequena, as ondulações geoidais podem ser desconsideradas devido a sua pequena variação, assumindo-se assim os valores das altitudes ortométricas como uma aproximação razoável para as altitudes elipsoidais em Carta Geral.

Para a determinação das altitudes ortométricas partindo de altitudes elipsoidais é necessário o conhecimento da ondulação geoidal no ponto. As ondulações geoidais para SAD69 foram obtidas através do Sistema de Interpolação de Ondulação Geoidal do IBGE (MAPGEO 2004, versão 2.0), disponível para *download* no *website* da Instituição. Para obtenção da ondulação geoidal neste Interpolador, é necessário o conhecimento das coordenadas geodésicas em SAD69. Para tanto, as coordenadas cartesianas SAD69 obtidas com o rastreamento GPS foram transformadas em coordenadas geodésicas. Das altitudes elipsoidais encontradas, foram subtraídas as ondulações geoidais, determinando-se assim as altitudes ortométricas dos marcos.

Enfim, com as coordenadas planas dos marcos em Carta Geral e as altitudes elipsoidais determinadas conforme procedimento descrito acima, determinou-se as coordenadas cartesianas em Carta Geral para os 10 marcos anteriormente rastreados com receptor GPS, conforme Tabela .

Tabela 3 – Coordenadas Cartesianas em Carta Geral

MARCO	X	Y	Z
Bernardi	3467303,5806	4305772,6234	3170897,9231
Companhia	3465555,8206	4302387,2465	3177700,1401
Embratel	3462890,6979	4304305,2437	3178107,3300
Lami	3463300,7334	4293177,5623	3192121,0659
Osso	3456463,3040	4306462,9438	3181848,7950
Polícia II	3463147,3908	4303484,9516	3178964,1198
PUC	3464068,4194	4304589,7646	3175978,3918
Renner	3464194,6015	4308885,0041	3170028,2397
Santana	3468085,4211	4302017,5560	3175633,0360
Taquara	3466294,6768	4293127,7881	3189104,2525

Com os dois conjuntos de coordenadas cartesianas (referidas aos *data* SAD69 e Carta Geral), alimentou-se o modelo da Transformação de Similaridade, desenvolvido no software MathCad, calculando-se os Sete Parâmetros para transformação entre os dois *data*, bem como os resíduos resultantes da aplicação dos parâmetros e uma estimativa de qualidade para os mesmos (desvio-padrão σ).

Tabela 4 – Parâmetros Carta Geral-SAD69

	Parâmetros	σ
S:	0,99999851	0,00000291
RX (s):	2,17259925	0,64274418
RY (s):	-1,01596475	0,99045527
RZ (s):	3,11904814	1,25006502
TX (m):	-186,1902278	39,44295713
TY (m):	115,8785234	27,03805589
TZ (m):	30,8571733	23,15000327

Tabela 5 – Resíduos nas Coordenadas

MARCO	X (m)	Y (m)	Z (m)
Bernardi	-0,004	0,172	-0,210
Companhia	-0,045	-0,070	0,033
Embratel	0,005	-0,078	0,083
Lami	0,078	0,066	0,021
Osso	-0,047	-0,104	0,098
Polícia II	0,016	-0,013	0,024
PUC	-0,002	-0,068	0,057
Renner	-0,064	0,023	-0,012
Santana	0,027	0,060	-0,055
Taquara	0,036	0,057	-0,040

4 Análise dos Resultados e Recomendações

Considera-se que a diferença de precisão dos equipamentos e métodos utilizados à época da implantação e determinação das coordenadas dos marcos no *datum* Carta Geral para os equipamentos e métodos atualmente empregados, seja uma barreira impossível de transpor, influenciando diretamente na qualidade dos parâmetros obtidos.

Além disso, o número de coordenadas utilizadas para a determinação dos parâmetros também é um fator importante na qualidade dos resultados, visto que o ajustamento paramétrico determina os parâmetros que melhor se ajustam às coordenadas utilizadas nos dois sistemas. Dessa forma, o aumento do número de coordenadas e sua homogeneidade na região de estudo podem fornecer parâmetros que possibilitem uma transformação mais precisa entre os dois sistemas geodésicos.

Por outro lado, analisando os resíduos nas coordenadas transformadas com os parâmetros calculados, encontram-se valores em torno de 10 centímetros, compatíveis com escalas cadastrais. Porém, quando se observam os desvios-padrão encontrados para os parâmetros, verifica-se que a incerteza para os mesmos é bastante elevada, indicando uma baixa confiabilidade.

Recomenda-se que o cálculo dos parâmetros entre os *data* Carta Geral e SAD69 seja refeito, utilizando-se, além dos pontos da rede geodésica fundamental, pontos da rede geodésica densificada, formando uma malha uniformemente distribuída dentro da Cidade de Porto Alegre. A ocupação destes pontos, para determinação das coordenadas em SAD69, deve ser preferencialmente realizada com receptor GPS de dupla frequência, por um período não inferior a 4 horas e, se possível, com reocupação em data distinta. A determinação das altitudes elipsoidais para Carta Geral deverá ser estudada a fim de que estes valores sejam determinados da melhor forma possível.

5 Referências Bibliográficas

Brasil: *Resolução nº 01 do IBGE*, de 25 de Fevereiro de 2005.

Castro, A.; MONICO, J.F.G.; et al: *Estimativa de Parâmetros de Transformação entre Sistemas Geodésicos: Estudo do Caso SAD69 e SIRGAS*. In: II Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas. Curitiba: UFPR, 2001.

Cordini, J.; et al: *Transformações de Referências Geodésicas*. In: COBRAC 1998 - Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário. Florianópolis: UFSC, 1998.

Costa, M.; Santos, M.: *Compatibilização entre Sistemas Geodésicos*. In: COBRAC 1998 - Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário. Florianópolis: UFSC, 1998.

Dalmolin, Q.: *Ajustamento por Mínimos Quadrados*. Curitiba: 2002.

Evangelista, H.A.: *O Serviço Geográfico do Exército*. Revista Geo-Paisagem (online), 2002. Disponível em <<http://www.feth.ggf.br>>. Acesso em 31 ago 2005.

Gemael, C.: *Introdução ao Ajustamento de Observações*. Curitiba: Editora da UFPR, 1994.

Sá, N.C.: GPS - Fundamentos e Aplicações. São Paulo: Editora USP, 2001.

Salomoni, C.S.: *Determinação de Parâmetros de Transformação entre os data Carta Geral (CG) e South American Datum 1969 (SAD69) para a Região de Porto Alegre/RS.* RS: UFRGS, 2005. Monografia (Engenharia Cartográfica), Instituto de Geociências, Departamento de Geodésia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.

Silva, A.J.P.A.; Gripp, J.: SAD-69 ou Córrego Alegre? In: VII CONEA – Congresso Nacional de Engenharia de Agrimensura. Salvador: 1996.

Wolf, P.; Dewitt, B.: *Elements Of Photogrammetry: With Applications in GIS.* 3.ed. Boston: McGraw-Hill, 2000.

Wolf, P.; Ghilani, C.: *Adjustment Computations: Statistics and Least Squares in Surveying and GPS.* New York: Wiley-Interscience Publication, 1997.