

Avaliação absoluta e relativa de geóide gravimétrico regional com uso de dados de GPS e Rede altimétrica

Marcelo Soares Teles Santos
Nelsi Côgo de Sá

Universidade de São Paulo - USP
IAG/USP - Departamento de Geofísica
Rua do Matão, 1226, São Paulo-SP. CEP 05508 - 900

RESUMO : Avaliações realizadas em vários países revelaram uma componente sistemática entre as alturas geoidais obtidas com geóides gravimétricos e aquelas obtidas por GPS em Referências de Nível (RNs). Esta componente inviabiliza o uso do geóide gravimétrico na determinação da altitude ortométrica por GPS. No entanto, duas estratégias têm sido adotadas para tal finalidade: modelar a componente sistemática depois adicioná-la ao geóide gravimétrico; e efetuar a altimetria por GPS no modo relativo. Este trabalho teve como objetivo descrever as estratégias empregadas para o uso do geóide gravimétrico na altimetria por GPS e avaliá-las a partir de um estudo de caso realizado no Estado de São Paulo, usando-se 60 RNs posicionadas por GPS e o geóide gravimétrico da região, determinado pelo IAG/USP. Para avaliar as potencialidades do geóide em estudo, suas alturas geoidais foram comparadas com as obtidas por GPS nas RNs. Os resultados obtidos mostraram que o geóide utilizado fornece acurácia adequada à altimetria por GPS em inúmeras aplicações.

Palavras chaves: GPS, altimetria por GPS, geóide gravimétrico, componente sistemática.

ABSTRACT: Evaluations accomplished in various countries have revealed a systematic component between geoids heights obtained with gravimetric geoid and those ones obtained by GPS in Bench Marks. This component changes in not viable the use of gravimetric geoid in the orthometric height determination by GPS. However, two strategies are adopted for this purpose: the first one is to model the systematic component, adding it to gravimetric geoids; the second one is to make GPS levelling in the relative way. This work had as objective to describe the employed strategies to use the gravimetric geoids in GPS levelling, evaluating them from a case study achieved in São Paulo State, by using 60 Bench Marks positioned with GPS, and the gravimetric geoid of the region, determined by IAG/USP. In order to evaluate the geoids potentialities, its geoids heights were compared to those ones obtained by GPS in Bench Marks. The acquired results showed that the employed geoid supplies appropriate accuracy to GPS levelling in several applications.

Keywords: GPS, GPS levelling, gravimetric geoid, systematic component.

1. INTRODUÇÃO

O geóide gravimétrico, tradicionalmente determinado através da fórmula de Stokes e da Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ), usando dados de gravimetria terrestre, modelo topográfico digital e modelos do geopotencial, é de fundamental importância para estudos geofísicos e geodésicos sobre a forma, estrutura interna e processos dinâmicos atuantes na Terra (SÁ, 2004; MOLINA, 1999; SÁ & MOLINA, 1995).

Com o advento das técnicas espaciais, especialmente o GPS, o geóide tornou-se uma importante ferramenta na determinação da altitude ortométrica. A combinação do GPS e o geóide pode substituir os métodos clássicos de nivelamento e gerar vários benefícios, tais como alta precisão, rapidez, simplicidade operacional e baixo custo.

A altimetria por GPS (Figura 1) consiste em determinar a altitude ortométrica (H) de um ponto, através da combinação da altitude geométrica (h), obtidas por GPS, e da altura geoidal (N), fornecida pelo modelo geoidal (SANTOS, 2005):

$$H = h - N \quad (1)$$

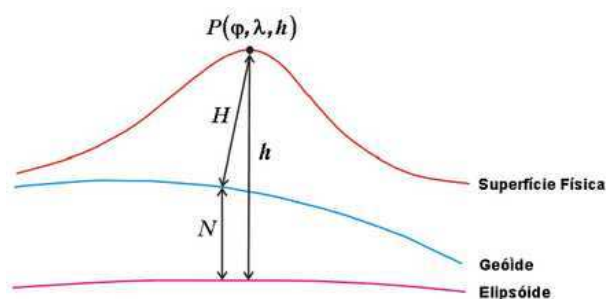


Figura 1 : Altimetria por GPS no modo absoluto

No entanto, estudos realizados em vários países têm revelado a presença de uma componente sistemática entre o geóide gravimétrico e o determinado por GPS em RNs (SANTOS, 2005; ROMAN et al., 2004; TÓTH et al., 2000; FEATHERSTONE et al., 1998b; BARBARELLA et al., 1997). Esta componente sistemática, relacionada a erros envolvidos em h , H e N , faz com que a altitude ortométrica determinada por GPS seja incompatível ao sistema altimétrico local.

Duas soluções têm sido adotadas para uso de geóides gravimétricos na altimetria por GPS: a) compatibilizar o geóide gravimétrico ao sistema altimétrico, usando um conjunto de pontos com coordenadas geodésicas e altitudes ortométricas conhecidas (SANTOS, 2005; KIAMEHR, 2002; SOUZA, 2002; KOTSAKIS & SIDERIS, 1999; FEATHERSTONE et al., 1998b); e b) efetuar a altimetria por GPS no modo relativo, usando as diferenças de alturas geoidais, que possuem maior acurácia do que as absolutas (SANTOS, 2005; FEATHERSTONE 2001; OLLIKAINEN, 1998).

Porem, para a adequada utilização do GPS na altimetria, o geóide gravimétrico disponível deve ser avaliado, com o objetivo de determinar a acurácia das alturas geoidais absolutas e relativas. Portanto, este trabalho tem como objetivo avaliar as alturas geoidais obtidas no geóide gravimétrico através da comparação com as obtidas por GPS em RNs.

Inicialmente é apresentada a definição da componente sistemática do geóide, destacando suas principais fontes. Em seguida são descritas as técnicas utilizadas para uso do geóide gravimétrico na altimetria por GPS. Finalmente é apresentado um estudo de caso realizado no Estado de São Paulo, no qual o geóide gravimétrico é comparado com o geóide obtido por GPS em um conjunto de RNs.

2 COMPONENTE SISTEMÁTICA DO GEÓIDE

O geóide gravimétrico, determinado a partir do campo de gravidade da Terra, e o geométrico, determinado por GPS em RNs, não são perfeitamente coincidentes. A diferença entre as alturas geoidais obtidas no

geóide geométrico (N_{GPS}) e as obtidas no geóide gravimétrico (N) caracterizam a componente sistemática do geóide, dada por (SANTOS, 2005):

$$\Delta N = N_{GPS} - N \quad (2)$$

onde

$$N_{GPS} = h - H \quad (3)$$

Como apresentado na Introdução, a existência desta componente indica que o geóide gravimétrico é incompatível com o sistema altimétrico local. Nos Estados Unidos (ROMAN et al., 2004), na Espanha (LACY et al., 2001), na Hungria (TÓTH et al., 2000), no Canadá (FEATHERSTONE et al., 1998b), na Finlândia (OLLIKAINEN, 1998) e na Itália (BARBARELLA et al., 1997), a componente sistemática varia em função da localização geográfica e geralmente está em torno de $\pm 0,3$ a $0,5$ metros.

Assim, as altitudes ortométricas determinadas utilizando-se aqueles geóides gravimétricos, a partir de (1), teriam um erro médio de aproximadamente $0,4$ m, desconsiderando as outras fontes de erro. Portanto, o geóide gravimétrico não fornece alturas geoidais com acurácia compatível às exigidas no nivelamento de precisão.

A componente sistemática do geóide representa a separação entre os geóides gravimétrico e geométrico e está relacionada a inúmeras causas, entre elas destacam-se:

Erros aleatórios

Cada componente, h , H e N , possui suas próprias fontes de erros, que por sua vez dependem da técnica usada em sua determinação. Assim, as distorções aleatórias entre os geóides geométrico e gravimétrico, representadas por (2), resultam das fontes de erros do sistema GPS, da rede altimétrica e do modelo geoidal utilizado.

O posicionamento GPS está sujeito a erros relacionados aos satélites, à propagação do sinal, ao receptor/antena e à estação. Entre as fontes de erros do GPS, destaca-se a os efeitos da ionosfera e troposfera, da inadequada geometria da configuração dos satélites, do multicaminho, das perdas de ciclo e da medição da altura da antena (MONICO, 2000; SEEGER, 1993).

No nivelamento geométrico estão presentes algumas fontes de erros que devem ser removidos por técnicas adequadas. Os principais erros são: refração atmosférica, colimação imperfeita do nível, verticalidade imperfeita da mira, erro de gradação da mira e maré terrestre. Além disso, as redes altimétricas envolvem uma grande quantidade de observações as quais são efetuadas em condições heterogêneas, tais como variações na topografia, no ambiente e nos instrumentos, e por diferentes operadores. Esses erros geralmente são minimizados através do ajustamento pelos mínimos quadrados (CORDINI, 1998; BOMFORD, 1983).

Os principais erros relacionados ao geóide gravimétrico são: erros no modelo geopotencial utilizado, que introduz erros nos longos comprimentos de onda do geóide; cobertura, densidade e acurácia dos dados de anomalias de gravidade terrestre, que introduz erros nos médios comprimentos de onda; espaçamento e qualidade do modelo topográfico digital usado, que introduz erros nos curtos comprimentos de onda da altura geoidal; e aproximações efetuadas na determinação do geóide gravimétrico (FEATHERSTONE et al., 1998b).

Diferenças entre sistemas de referência

Cada uma das três componentes h , H e N referem-se a diferentes superfícies de referência. Por exemplo, as altitudes geométricas referem-se ao elipsóide usado para determinar as órbitas dos satélites GPS. As altitudes ortométricas, calculadas por nivelamento geométrico e dados de gravidade, referem-se ao datum altimétrico local, normalmente definido em relação ao nível médio do mar, materializado por uma ou mais estações maregráficas. Finalmente, as alturas geoidais interpoladas por um geóide gravimétrico referem-se à superfície de referência usada no modelo geopotencial global, que pode não ser a mesma

usada na definição das anomalias gravimétricas (FOTOPOULOS, 2003).

Erros sistemáticos

Os efeitos sistemáticos nas altitudes geométricas resultam da deficiente modelagem das fontes de erros do GPS, tais como a refração atmosférica (especialmente o erro da troposfera). Apesar das diferenças de altitudes ortométricas obtidas por nivelamento geométrico serem precisas, o ajustamento forçado de redes de nivelamento introduz distorções sistemáticas. Os erros sistemáticos existentes nos modelos gravimétricos são devidos às diferenças entre os sistemas de referência das altitudes, e pelos erros de longo comprimento de onda do geóide, normalmente atribuídos ao modelo geopotencial (FOTOPOULOS, 2003).

Aproximação teórica no processamento de dados

As aproximações mais comuns no processamento de dados incluem a negligência dos efeitos da Topografia do Nível Médio do Mar (TNMM) na definição do nível médio do mar nos marégrafos, que resultam em significativo desvio das leituras do nível médio do mar (VANICEK & KRAKIWSKY, 1986). Outros fatores envolvem o uso de aproximações ou deficientes correções da altitude ortométrica/normal e uso dos valores de gravidade normal no cálculo das altitudes ortométricas, em vez da gravidade medida na superfície (FREITAS & BLITZKOW, 1999). O cálculo de modelos geoidais regionais também estão sujeitos a aproximações no método de modelagem do campo de gravidade.

Instabilidade de estações de referência com o tempo

Variação temporal das coordenadas de estações de controle podem ser atribuídas a efeitos geodinâmicos tais como movimento crustal e sedimentação do terreno (CORDINI, 1998). A maioria dos programas de processamento GPS elimina os efeitos de maré no cálculo das diferenças de coordenadas.

3 ESTRATÉGIAS PARA A ALTIMETRIA POR GPS

Como apresentado na Introdução, duas soluções tem sido adotadas para uso do geóide gravimétrico na determinação da altitude ortométrica por GPS: a) compatibilizar o geóide gravimétrico ao sistema altimétrico local; e b) realizar a altimetria por GPS no modo relativo, usando a diferença de altura geoidal.

3.1 Compatibilização de geóides

A compatibilização de geóides consiste em modelar a componente sistemática do geóide na região em estudo, a partir de um conjunto de pontos com coordenadas geodésicas e altitudes ortométricas conhecidas, e adicioná-la ao geóide gravimétrico.

A estratégia de compatibilização de geóides envolve as seguintes fases (FEATHERSTONE et al., 1998b):

- 1) Posicionar com GPS no mínimo 3 RNs de controle que limitam a área de estudo, necessárias à modelagem geométrica de um plano;
- 2) Nas RNs posicionadas, determinar a altura geoidal por GPS, subtraindo as altitudes geométricas das ortométricas, a partir da equação (3);
- 3) Obter a altura geoidal do geóide gravimétrico nos pontos levantados com GPS;
- 4) Calcular as diferenças (resíduos) entre as alturas geoidais obtidas por GPS e as obtidas no geóide gravimétrico, pela equação (2);
- 5) Usar um modelo matemático para determinar uma superfície que represente os resíduos obtidos na etapa anterior;
- 6) Obter os resíduos interpolados em todos os pontos de controle;
- 7) Adicionar os resíduos interpolados em todas as alturas geoidais gravimétricas, obtidas na etapa 3.

Estudos sobre modelagem da componente sistemática de modelos geoidais gravimétricos usando GPS podem ser encontrados, por exemplo, em FOTOPOULOS (2003), KIAMEHR (2002) e KOTSAKIS & SIDERIS (1999). A maioria dos estudos usam o seguinte modelo (KOTSAKIS & SIDERIS, 1999):

$$h_i - H_i - N_i = a_i^T x + v_i \quad (4)$$

onde x é um vetor $n \times 1$ de parâmetros desconhecidos, a_i é um vetor $n \times 1$ de coeficientes conhecidos, e v_i é o resíduo aleatório. A parte paramétrica $a_i^T x$ descreve as possíveis inconsistências de *datum* e outros efeitos sistemáticos no conjunto de dados.

Na prática, a escolha da forma paramétrica do modelo de superfície não é uma tarefa trivial, pois existe uma grande quantidade de modelos disponíveis, tais como os polinomiais e os de transformação de similaridade. O problema geralmente encontrado nesse tipo de aplicação é que, para cada área de levantamento, o geóide gravimétrico pode conter erros sistemáticos diferentes em relação ao sistema altimétrico.

Em estudo recente, Souza (2002) verificou que o modelo polinomial quadrático

$$a_i^T x = a_{00} + a_{01}y + a_{02}y^2 + a_{10}x + a_{11}xy + a_{20}x^2 \quad (5)$$

onde a_{ij} representa os coeficientes do polinômio e (x, y) as coordenadas dos pontos, é adequado para modelagem da componente sistemática do geóide.

O modelo da equação (4) é então aplicado para todos os pontos disponíveis, e um ajustamento por mínimos quadrados é realizado para estimar os resíduos v_i , os quais indicam a acurácia do geóide.

A combinação dos geóides gravimétrico e geométrico para a altimetria por GPS, aproveita as vantagens e elimina as limitações e erros de cada método: aproveita a grande extensão espacial do método gravimétrico e a precisão das alturas geoidais obtidas no método geométrico. Como as alturas geoidais do geóide geométrico são compatíveis com o sistema altimétrico, as altitudes ortométricas obtidas por GPS também serão.

Portanto, o geóide geométrico elimina erros sistemáticos envolvidos entre as altitudes definidas pelo Datum vertical e as obtidas por GPS usando o geóide gravimétrico. No entanto, o resultado é restrito à qualidade das componentes h , H e N usadas, as quais estão sujeitas a erros que se combinam e se propagam através do processo de interpolação.

3.2 Altimetria por GPS no modo relativo

A altimetria por GPS no modo relativo (Figura 2) consiste em determinar a altitude ortométrica de um ponto de interesse (i) em relação a pelo menos uma estação de referência (A), de coordenadas geodésicas $(\varphi_A, \lambda_A, h_A)$ e altitude ortométrica conhecidas (H_A). Isso é realizado pela relação entre as diferenças de altitudes geométricas ($\Delta h_i = h_i - h_A$), determinadas com o posicionamento relativo GPS, e de alturas geoidais ($\Delta N_i = N_i - N_A$), determinadas a partir de um modelo geoidal (SANTOS, 2005):

$$H_i = H_A + \Delta H_i = H_A + (\Delta h_i - \Delta N_i) \quad (6)$$

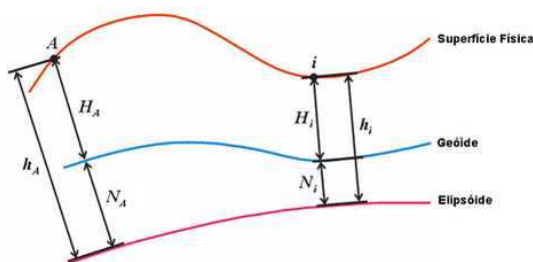


Figura 2 : Altimetria por GPS no modo relativo

A vantagem da altimetria por GPS no modo relativo é a acurácia das diferenças de alturas geoidais, pois, ao subtrair duas alturas geoidais suficientemente próximas, erros sistemáticos envolvidos nos dois pontos são removidos. Assim, quanto menor a distância entre os pontos, melhor a acurácia das diferenças de alturas geoidais. Entretanto, para a execução desta técnica, é necessária no mínimo uma estação de referência, com coordenadas geodésicas e altitude ortométrica conhecidas.

Na última década, o desenvolvimento de novas técnicas e combinação de dados possibilitou a determinação de modelos geoidais em diversos países, os quais possibilitaram a altimetria por GPS no modo relativo com acurácia de poucos centímetros (SÁ, 2004; ROMAN et al., 2004; LACY et al., 2001; TÓTH et al., 2000; FEATHERSTONE et al., 1998b; OLLIKAINEN, 1998; BARBARELLA et al., 1997). Nesses geóides, a acurácia na diferença de altura geoidal normalmente encontrada é de $\pm (2 - 3)$ mm/km, que se reduz a $\pm (0.1 - 1)$ mm/km em áreas onde o geóide é suave ou bem conhecido, e aumenta para $\pm (4 - 5)$ mm/km em áreas onde o geóide é mais ondulado.

4 ESTUDO DE CASO COM O GEÓIDE GRAVIMÉTRICO DO ESTADO DE SÃO PAULO

O estudo foi realizado no Estado de São Paulo, utilizando-se 60 estações da Rede GPS do Estado de São Paulo (RGSP) e o geóide gravimétrico da região. As estações da rede GPS estão distribuídas em uma área de aproximadamente 4×5 graus, como mostra a Figura 3.

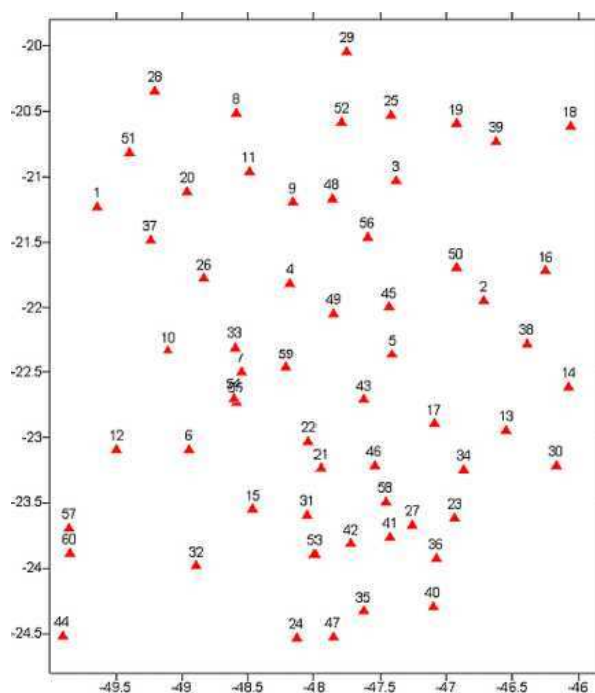


Figura 3 : Estações da RGSP usadas na avaliação do geóide gravimétrico.

A RGSP, implantada pelo IAG/USP, é uma rede GPS passiva constituída de cerca de 200 estações localizadas no Estado de São Paulo e regiões adjacentes. Esta rede é constituída de RNS, ou seja, cada estação possui coordenadas geodésicas (ϕ, λ, h) e altitude ortométrica (H) conhecidas, podendo servir de referência em levantamentos horizontal e altimétrico (Sá et al., 2001).

No posicionamento das estações da RGSP, empregou-se o posicionamento por GPS no modo relativo estático com receptores de dupla frequência e sessão de 3 horas. Como referência no processamento, utilizou-se no mínimo 3 estações da RBMC, permitindo o ajustamento das observações. O processamento

e ajustamento dos dados foram feitos com o programa GeoGenius, desenvolvido pela Spectra Precision. Os procedimentos empregados na coleta e processamento de dados forneceram um erro padrão médio de 0,050 m nas altitudes geométricas das estações da RGSP (SÁ et. al, 2001).

O modelo geoidal utilizado foi o Geóide gravimétrico do Estado de São Paulo, desenvolvido pelo IAG/USP, que tem resolução espacial de 5' de arco e foi determinado pela Colocação por Mínimos Quadrados (SÁ, 2004). Na Interpolação das alturas geoidais, utilizou-se o programa GEOCOM (SÁ, 2001), desenvolvido para uso de modelos gravimétricos digitais, com as coordenadas referidas ao sistema SGR80, compatível ao WGS84.

Como indicado na Introdução, a avaliação do geóide gravimétrico foi feita através da comparação de suas alturas geoidais com as obtidas por GPS em RNs. A avaliação do geóide foi feita nos modos absoluto e relativo (SANTOS, 2005; FEATHERSTONE, 2001).

4.1 Avaliação absoluta do geóide

A avaliação do erro absoluto consiste na comparação das alturas geoidais obtidas pelo posicionamento GPS em RNs e as obtidas no geóide gravimétrico, através da equação (2).

Os erros absolutos do geóide gravimétrico (componente sistemática) obtidos nos 60 pontos seleccionados (ver Figura 3) são ilustrados na Figura 4, na qual constata-se que os geóides gravimétrico e geométrico são incompatíveis.

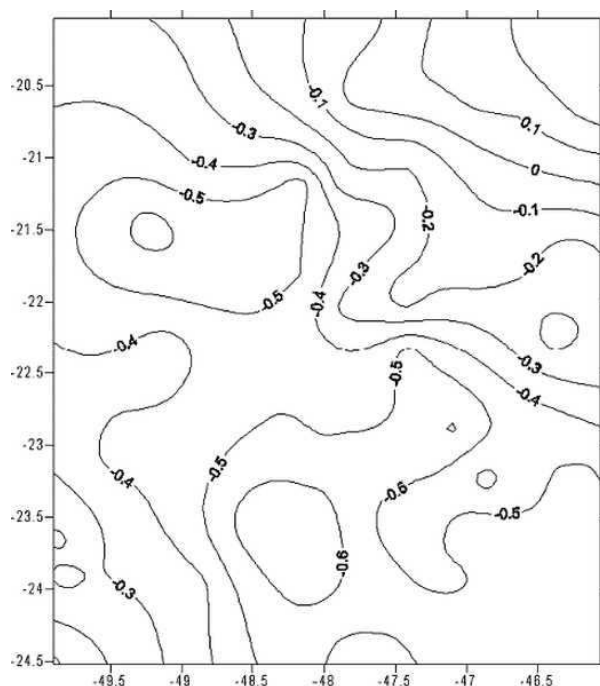


Figura 4 : Componente sistemática do geóide

A Tabela 1 mostra as estatísticas da componente sistemática do geóide e a Figura 5, o histograma. Como indicado, as altitudes ortométricas determinadas no modo absoluto, pela equação (1), teriam um erro médio de, aproximadamente, 0,4 m, desconsiderando-se as outras fontes de erro. Portanto, o geóide gravimétrico não fornece alturas geoidais absolutas com acurácia compatível àquelas exigidas no nivelamento de precisão.

TABELA 1 – ESTATÍSTICAS DA COMPONENTE SISTEMÁTICA DO GEÓIDE

<i>Estatísticas</i>	<i>Valores (m)</i>
<i>Nº dados</i>	60
<i>Média</i>	-0,373
<i>Desvio Padrão</i>	0,214
<i>Mínimo</i>	-0,690
<i>Máximo</i>	0,281
<i>Amplitude</i>	0,971

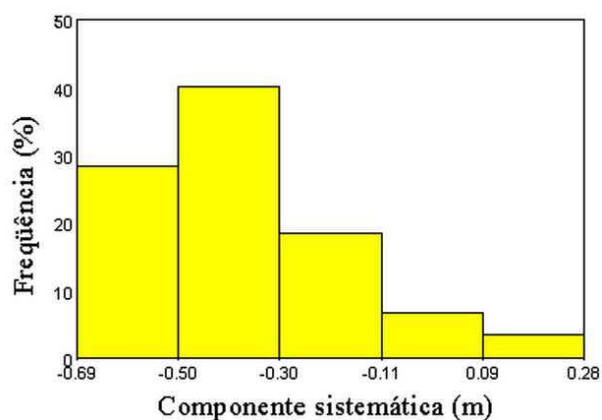


Figura 5 : Histograma da componente sistemática do geóide

No entanto, como ilustrou a Figura 4, a componente sistemática varia em função da localização geográfica, não podendo ser considerada homogênea, o que justifica sua alta dispersão em torno da média, mostrada na Tabela 1.

Como já observado, uma solução adotada para o uso do geóide gravimétrico na determinação da altitude ortométrica de precisão, no modo absoluto, é sua compatibilização ao sistema altimétrico local. Na modelagem da componente sistemática, usou-se o modelo polinomial quadrático, representado pela equação (5), a partir das 60 RNs apresentadas na Figura 3. A Tabela 2 apresenta os coeficientes do modelo obtido na aproximação, usando o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

TABELA 2 – COEFICIENTES ESTIMADOS PARA O MODELO POLINOMIAL QUADRÁTICO

<i>Coeficientes</i>	
a_{00}	187,137
a_{01}	6,185
a_{02}	0,041
a_{10}	4,836
a_{11}	0,089
a_{20}	0,029

Após a remoção da componente sistemática, as diferenças de alturas geoidais entre os geóides gravimétrico (compatibilizado) e geométrico foram recalculadas. A Tabela 3 mostra as estatísticas das diferenças obtidas e a Figura 6, o histograma. A média nula confirma que a componente sistemática foi totalmente removida do modelo geoidal avaliado, assim como o desvio padrão de 0,094 m indica que, após a remoção da componente sistemática, ainda restam distorções nas alturas geoidais. Estas distorções são chamadas de componente residual do geóide.

TABELA 3 – ESTATÍSTICAS DA COMPONENTE RESIDUAL DO GEÓIDE

<i>Estatísticas</i>	<i>Valores (m)</i>
<i>Nº dados</i>	60
<i>Média</i>	0,000
<i>Desvio Padrão</i>	0,094
<i>Mínimo</i>	-0,210
<i>Máximo</i>	0,213
<i>Amplitude</i>	0,423

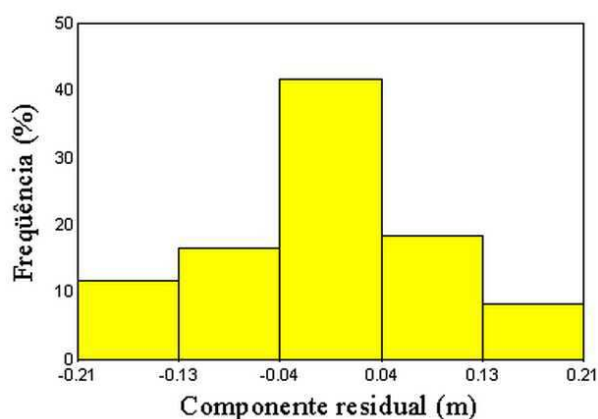


Figura 6 : Histograma da componente residual do geóide

A Figura 7 ilustra a componente residual do geóide, na qual pode-se notar que, as alturas geoidais do geóide compatibilizado possuem a maior parte dos erros inferiores a 0,1 m, suficientes para o nivelamento em muitas aplicações.

No entanto, a existência da componente residual mostra que a modelagem da componente sistemática do geóide é restrita à qualidade das componentes h , H e N utilizadas, que estão sujeitas a erros que se combinam e se propagam pelo processo de interpolação. Estas distorções fazem com que a equação (1) não seja totalmente satisfeita.

4.2 Avaliação relativa do geóide

A avaliação do erro relativo baseia-se na comparação das diferenças de alturas geoidais obtidas por GPS ($\Delta N_{GPS_{ij}}$) e as respectivas diferenças obtidas no geóide gravimétrico (ΔN_{ij}), em pares de Referências de Nível RN_i e RN_j :

$$\delta \Delta N_{ij} = \Delta N_{GPS_{ij}} - \Delta N_{ij} \quad (7)$$

onde

$$\Delta N_{GPS_{ij}} = (h_i - H_i) - (h_j - H_j) = \Delta h_{ij} - \Delta H_{ij} \quad (8)$$

sendo Δh_{ij} e ΔH_{ij} , respectivamente, as diferenças entre as altitudes geométrica e ortométrica entre as RNS; e ΔN_{ij} , a diferença entre as alturas geoidais obtidas com o modelo geoidal em avaliação.

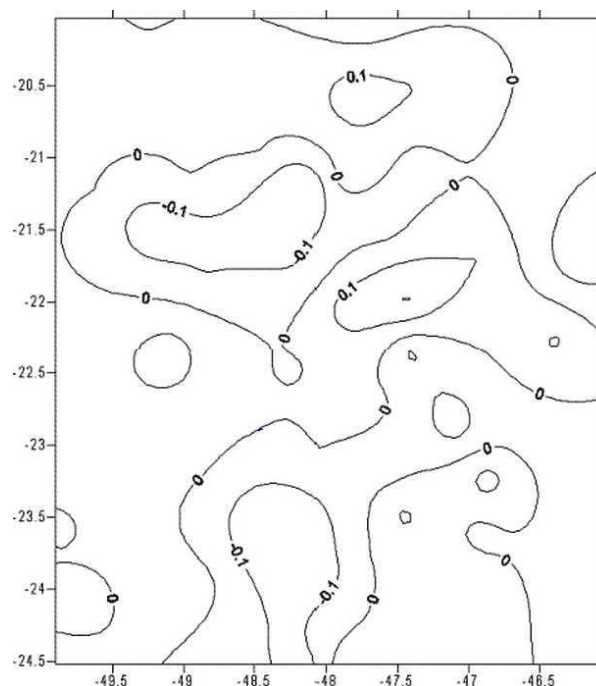


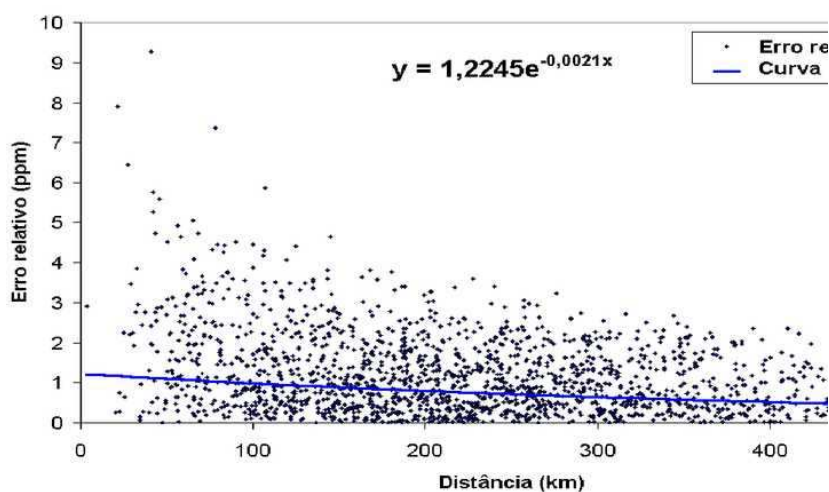
Figura 7 : Componente residual do geóide

Na avaliação relativa os n pontos seleccionados proporcionam um conjunto de $\frac{n(n-1)}{2}$ diferenças de alturas geoidais.

Os erros relativos do geóide, calculados pela equação (7), antes e após a remoção da componente sistemática, são apresentados na Figura 8. No eixo das abscissas encontram-se as distâncias entre os pontos, em quilômetros, e no eixo das ordenadas, os erros, em ppm (partes por milhão). Os 60 pontos usados na avaliação relativa proporcionaram 1770 diferenças de alturas geoidais. O modelo matemático usado para representação dessa componente tem a forma exponencial:

$$Y = ae^{-bx} + c \quad (9)$$

onde a , b , e c são os coeficientes determinados pelo método dos mínimos quadrados, e e é a base do logaritmo natural.



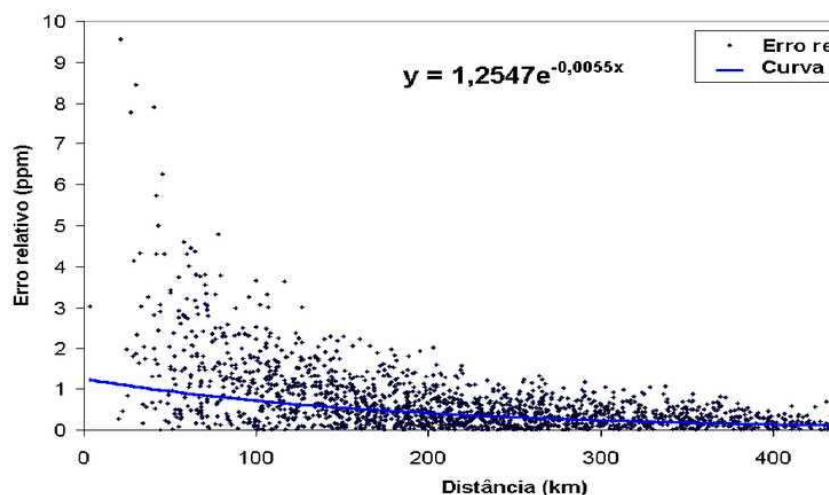


Figura 8 a/b : Erro relativo do geóide antes e após a remoção da componente sistemática. (a) antes e; b) após.

Após os ajustes do modelo matemático, os resultados foram apresentados na Tabela 5, onde se tem uma idéia do erro relativo do geóide que se espera na prática, com o uso dos modelos geoidais avaliados.

Na Tabela 5, observa-se que, para as distâncias de algumas dezenas de quilômetros, os erros padrões estimados para as diferenças de alturas geoidais são semelhantes nos dois modelos geoidais. Isto ocorre devido à alta correlação dos erros sistemáticos do geóide, em pontos suficientemente próximos, que são eliminados na subtração das alturas geoidais.

Portanto, conclui-se que, para pontos relativamente próximos, pode-se usar as diferenças de alturas geoidais obtidas no geóide gravimétrico original. Isso é particularmente importante em regiões nas quais não há RNs posicionadas com GPS pois, para a modelagem da componente sistemática, é necessário um conjunto de pontos com altitudes ortométrica e geométrica conhecidas, com extensão espacial e distribuição geográfica adequadas.

Os resultados da avaliação relativa do geóide comprovam o potencial das diferenças de alturas geoidais na determinação da altitude ortométrica com GPS. No entanto, deve-se usar estações de referência com distâncias adequadas, de acordo com a acurácia desejada. Por exemplo, para se obter acurácia de aproximadamente 0,05 m na diferença de altura geoidal, deve-se usar estações de referência distantes no máximo de 50 km do ponto de interesse. Usando-se a RGSP, que fornece estações de referência com distâncias máximas de 30 km em qualquer ponto de abrangência da rede, serão obtidas diferenças de alturas geoidais com erros estimados de no máximo 0,032 m.

TABELA 5 – ERRO RELATIVO DO GEÓIDE EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA

Distância (km)	Erro relativo			
	Geóide		Geóide compatibilizado	
	ppm	m	ppm	m
1	1,222	0,001	1,248	0,001
5	1,212	0,006	1,221	0,006
10	1,199	0,012	1,188	0,012
20	1,174	0,023	1,124	0,022
30	1,150	0,034	1,064	0,032
40	1,126	0,045	1,007	0,040
50	1,102	0,055	0,953	0,048

60	1,080	0,065	0,902	0,054
70	1,057	0,074	0,854	0,060
80	1,035	0,083	0,808	0,065
90	1,014	0,091	0,765	0,069
100	0,993	0,099	0,724	0,072
150	0,894	0,134	0,550	0,082
200	0,805	0,161	0,418	0,084

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foram apresentadas as estratégias empregadas para uso de geóide gravimétrico na altimetria por GPS, ou seja, a compatibilização do geóide ao sistema altimétrico e a realização da altimetria no modo relativo; e feita uma avaliação destas a partir de um estudo realizado no Estado de São Paulo, no qual o geóide gravimétrico da região foi comparado com o obtido por GPS em RNs.

A componente sistemática detectada de 0,4 m inviabilizou o uso do geóide gravimétrico na determinação de altitude ortométrica por GPS. No entanto, como indicou a Figura 7 e a Tabela 3, a modelagem da componente reduziu os erros sistemáticos do geóide à alguns centímetros em toda a área de estudo.

Como indicou a Tabela 5, para as distâncias de algumas dezenas de quilômetros, os erros padrões estimados para as diferenças de alturas geoidais são semelhantes nos dois modelos geoidais (o original e o compatibilizado ao sistema altimétrico). Por exemplo, para bases de 50 km, obtém-se erros estimados de aproximadamente 5 cm. No entanto, para obter-se a acurácia semelhante em base maiores, deve-se usar o geóide compatibilizado.

Os resultados obtidos mostraram que o geóide utilizado forneceu acurácia adequada à altimetria por GPS em inúmeras aplicações, tais como distribuição de água, saneamento básico, entre outras. Para tal, deve-se usar o geóide gravimétrico compatibilizado ao sistema altimétrico ou as diferenças de alturas geoidais.

No entanto, para usar a metodologia descrita, algumas precauções devem ser tomadas, com o objetivo de otimizar os resultados. Por exemplo, na compatibilização do geóide gravimétrico, é essencial posicionar o GPS em várias RNs para tentar identificar algum erro antes de sua propagação na combinação dos geóides.

Vale lembrar que, no posicionamento relativo GPS, as coordenadas geodésicas podem ser obtidos de maneira relativamente fácil e rápida, com acurácia superior à obtida nas alturas geoidais. Portanto, a acurácia da altimetria por GPS depende da acurácia das alturas geoidais utilizadas. Dessa forma, os resultados obtidos com a aplicação dos procedimentos descritos neste trabalho comprovam o potencial do GPS na altimetria.

Além da altimetria por GPS, a combinação das componentes h , H e N são importantes em inúmeras aplicações geodésicas, tais como: modernização de data verticais, unificação de data verticais nacionais e regionais para um datum vertical global; transformação de diferentes tipos de altitudes; e refinamento e teste de modelos gravimétricos existentes.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARANA, J.M.: *O uso do GPS na elaboração de carta geoidal*. Tese de Doutorado, Curso de pós-graduação em Ciências Geodésicas da UFPR, Paraná, 164 pp, 2000.

BARBARELLA, M.; BARZAGHI, R.; DOMINICI, D.; FIANI, M.; GANDOLFI, S. & SONA, G.: *A Comparison Between Itagleo'95 and GPS/Leveling Data along the Coasts of Italy*. Phys. Chem. Earth, Vol. 23, No. 1, pp. 81-86, 1998.

BLITZKOW, D.; LOBIANCO, M.C.B. & ANCIÃES, C.L.C.: *Geóide 2000 – Uma solução de 10'.* I seminário sobre Referencial Geocêntrico no Brasil, Rio de Janeiro, RJ, 2000.

BOMFORD, G.: *Geodesy.* Oxford, University Press, 4ª edição, 1983.

CORDINI, J.: *Estudo dos aspectos geodinâmicos no datum da rede altimétrica do SGB.* Tese de Doutorado, Departamento de Geomática, UFPR, Paraná, 159 pp, 1998.

FEATHERSTONE, W. E.: *Absolute and relative testing of gravimetric geoid models using Global Positioning System and orthometric height data.* Computers & Geosciences, 27: 807–814, 2001.

FEATHERSTONE, W. E.: *Do we need a gravimetric geoid or a model of the Australian height Datum to transform GPS heights in Australia.* The Australian Surveyor, 43: 273-280, 1998a.

FEATHERSTONE, W. E.; DENTITH, M. C. & KIRBY, J. F.: *Strategies for the accurated determination of orthometric heights from GPS.* Survey Review, 34:278-295, 1998b.

FOTOPOULOS, G.: *An analysis on the optimal combination of geoid, orthometric and ellipsoidal height data.* Thesis, Department of Geomatics Engineering, Calgary, Alberta, 2003.

FREITAS, S.R.C. & BLITZCOW, D.: *Altitudes e Geopotencial.* IGeS Bulletin (Special Issue for South America), 9: 47-62, 1999.

HEISKANEN, W. & MORITZ, H.: *Physical geodesy.* W. H. Freeman, N. York, 364pp, 1967.

IBGE (FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA): Informações obtidas da página do IBGE na internet: www.ibge.gov.br, 2005.

KIAMEHR, R.: *Optimal fitting of GPS/Levelling and FFT geoid in Iran,* NCC Geomatics 81 Conferences, Tehran, Iran, 2002.

KOTSAKIS, C. & SIDERIS, M.G.: *On the adjustment of combined GPS/levelling/geoid networks.* Journal of Geodesy, 73: 412-421, 1999.

LACY, M.C.; RODRÍGUEZ-CADEROT, G.; MARÍN, E.; RUIZ, A; BORQUE, M.J.; GIL, A.J. & BIAGI, L.: *A gravimetric geoid computation and comparison with GPS results in Northern Andalusia (SPAIN).* Studia geoph. Et geod, 45: 55-66, 2001.

MOLINA, E.C.: *Avaliação preliminar do modelo geopotencial EGM96 no território brasileiro.* International Geoid Service – Special Issue for South America, pp 63-78, 1999.

MONICO, J.F.G.: *Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: descrição, fundamentos e aplicações.* São Paulo: Editora Unesp, 287 pp, 2000.

OLLIKAINEN, M.: *Accuracy of GPS levelling.* The XIII General Meeting of the Nordic Geodetic Commission. Anais 1: 25-29, Gävle, Sweden, 1998.

ROMAN, D.R.; Wang, Y.M.; Henning, W. & Hamilton, J.: *Assessment of the New National Geoid Height Model, GEOID03.* Technical Papers of the 2004 ACSM/TAPS Conference and Technology, Tennessee, April 16-21, 2004.

SÁ, N.C.de: *O campo de gravidade, o geóide e a estrutura crustal na América do Sul.* Tese de Livre Docência. Departamento de Geofísica do IAG-USP, São Paulo, 121 pp, 2004.

SÁ, N.C.de & MOLINA, E.C.: *O geóide gravimétrico no Estado de São Paulo: resultados preliminares.* XVII Congresso Brasileiro de Cartografia, Salvador, Anais 1: 124-133, 1995.

SANTOS. M.S.T.: *Potencialidades do GPS em levantamentos geofísicos terrestres.* Dissertação de Mestrado, Curso de pós-graduação em Geofísica do IAG/USP, São Paulo, 140pp, 2005.

SEEBER, G.: *Satellite Geodesy: Foundations, methods and applications*. Walter de Gruyter, N. York, 531 pp, 1993.

SOUZA, S. F. de: *Contribuição do GPS para o aprimoramento do geóide no Estado de São Paulo*. Tese de Doutorado, Curso de pós-graduação em Geofísica do IAG/USP, São Paulo, 204pp, 2002.

TOTH, G.Y.; RBZSA, S.Z.; ANDRITSANOS, V.D.; ADIM, J. & TZIAVOS, I.N.: *Towards a cm-Geoid for Hungary: Recent Efforts and Results*. Phys. Chem Earth, Vol. 25, No 1. pp.47-52, 2000.

VANICEK, P. & KRAKIWSKY, E. J.: *Geodesy: The concepts*, Second edition. Elsevier, N. York, 697 pp, 1986.

VERONNEAU, M.; PAGIATAKIS, S.D.; VANICEK, P.; NOVAK, P.; HUANG, J.; JANAK, J.; SIDERIS, M.G. & ESAN, O. ***Canadian Gravimetric Geoid Model 2000 (CGG2000)***. IAG International Symposium, 2000.