

Altitude Ortométrica derivada a partir de Observações GPS

Vagner Gonçalves Ferreira ¹

Luiz Guimarães Barbosa ²

João Gonçalves Bahia ²

¹ UFPR – Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas
81531-990 Curitiba PR
vgf@ufpr.br

² UFRJ - Depto. de Engenharia
23890-000 Seropédica RJ
luizgb@ufrj.br
jbahia@ufrj.br

Resumo: Atualmente com o uso do GPS (*Global Positioning System*) a implantação de uma rede planimétrica é obtida com grande precisão, mas referente ao uso do GPS para a implantação de uma rede altimétrica ainda existem poucos estudos. O problema consiste em encontrar um modelo geoidal que satisfaça a exigência de uma rede altimétrica de referência cadastral. O presente trabalho tem como objetivo avaliar os modelos geoidais geométrico e o EGM96 para verificar se algum deles oferece precisão suficiente para que possa ser adotado no nivelamento GPS da rede de referência cadastral altimétrica.

Palavras chaves: Modelo geoidal, Nivelamento GPS

Abstract: With the advent of the GPS (*Global Positioning System*), the implantation of a planimetric geodetic network is reached with great precision but, there are few studies referring the use of GPS in the determination of heights geodetic networks. The worst problem is to achieve a geoidal model that satisfies the exigencies of a precise heights reference network. This paper main objective is to evaluate geoidal models geometric and EGM96 to verify if any of them assure precision enough that it can be used in a GPS levelling of a height reference network.

Keywords: Geoidal model, GPS levelling

1 Introdução

Atualmente, há a necessidade cada vez mais de estudos com relação a tecnologias mais eficientes e de menores custos para a melhor gestão do município. Uma ferramenta imprescindível à administração pública municipal é o cadastro técnico municipal. Com a regulamentação do estatuto das cidades, tornou-se indispensável para a gestão municipal a elaboração do Plano Diretor. Cidades sem o Plano Diretor ficam impossibilitadas de recolher uma série de recursos junto a União. Além disso, diversas ferramentas da gestão pública e reforma urbana como, desapropriações, incentivos fiscais e tributários não podem ser aplicadas. Não é possível o planejamento urbano sem o conhecimento da malha viária da cidade, da ocupação do solo urbano e da realidade imobiliária.

Com o advento das técnicas espaciais de posicionamento com o *Global Navigation Satellite System* (GNSS), especialmente aquelas com utilização do GPS, acrônimo de *Global Positioning System*, a existência de modelos geoidais (ou quase-geoidais) tornou-se uma necessidade na determinação das

altitudes. A combinação do nivelamento com GPS e determinações associadas ao campo da gravidade pode substituir os métodos clássicos de nivelamento em boa parte das aplicações e gerar vários benefícios tais como alta precisão, rapidez, simplicidade operacional e baixo custo.

Existem vários trabalhos sobre a aplicação do GPS no nivelamento, tais como o de Zilkoski (1990); o de Dodson (1995); o de Monico *et al.* (1996); o de Collier e Croft (1997); o de Featherstone *et al.* (1998); o de Pan e Sjöberg (1998); o de Duquenne (1999) e o de Kenyeres (1999). Zilkoski (1990) menciona que, dependendo das exigências de precisão, levantamentos GPS e modelos geoidais atuais podem ser empregados como uma alternativa para os métodos de nivelamentos clássicos. O autor também menciona que o primeiro fator limitante é a precisão na determinação das diferenças de alturas geoidais. Porém, em muitas regiões de pequenas dimensões, em torno de 10 km x 10 km, a superfície do geóide pode ser considerada plana. Diz também que quando os procedimentos de campo são realizados adequadamente e um número significativo de pontos de controle vertical é ocupado por GPS, é possível obter altitudes ortométricas através do GPS com amplas aplicações em controles verticais nos empreendimentos de engenharia.

2 Altitude Ortométrica e Geométrica

De forma genérica, pode-se definir altitude como sendo a distância que separa duas superfícies, de nível ou não, segundo uma determinada direção. Conforme a escolha das superfícies e da direção ter-se-á uma altitude específica: altitude geométrica (h), altitude ortométrica (H^O), altura geoidal (N), a anomalia de altura (ζ) e, finalmente, a altitude normal (H^N) (FREITAS e BLITZKOW, 1999).

O geóide, por ser uma superfície equipotencial do campo da gravidade real, apresenta alturas relativamente ao modelo Terra Normal, que são suaves, e que dependem da variação de densidades das massas no interior da Terra. Como os efeitos gravitacionais decrescem com o quadrado da distância, usualmente a exigência maior do conhecimento da distribuição de massas e por consequência o conhecimento da gravidade (g) refere-se às porções mais próximas na crosta terrestre acima do geóide, que na prática não pode ser obtida a menos de hipóteses simplificadoras sobre a densidade do material que compõe a litosfera.

A altitude elipsoidal ou geométrica (h_P) é a distância de um ponto na superfície terrestre (ST) até o elipsóide de referência medido ao longo da normal (HEISKANEN e MORITZ, 1979) conforme mostra a Figura 1.

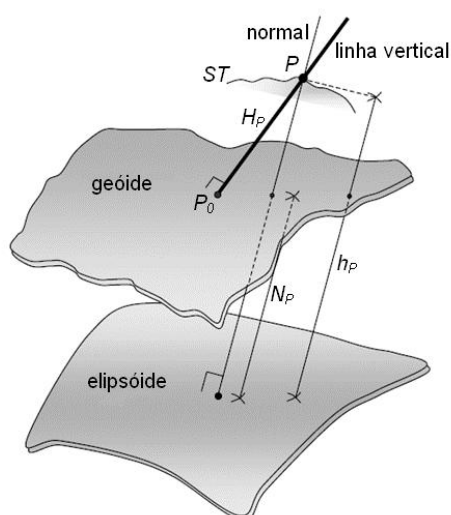


Figura 1: Relação entre o elipsóide e o geóide.
Adaptado de Fotopoulos (2003)

Uma das características da altitude elipsoidal é que ela não se vincula ao campo de gravidade da Terra. Pontos com a mesma altitude elipsoidal não descrevem uma superfície equipotencial, portanto, não estão em nível.

A altitude ortométrica é definida como a distância geométrica desde a superfície do geóide até um ponto na superfície terrestre medida ao longo da linha vertical que passa por este ponto. Para o ponto P (Figura 1) a altitude ortométrica se expressa pela distância P_0P (GEMAEL, 2002, p. 215).

No cálculo da altitude ortométrica o valor da gravidade dever ser o valor médio ($\bar{g}$) entre o geóide P_0 e o ponto P , ao longo da linha vertical.

O problema inerente ao uso das altitudes ortométricas é que $\bar{g}$ não pode ser determinado com rigor, pois não se conhece a verdadeira distribuição de densidade de massas ao longo da linha vertical que passa também em P , necessitando-se então de um gradiente hipotético. Conseqüentemente, podem-se obter tantos sistemas de altitudes ortométricas quantos sejam os métodos utilizados para a estimativa de $\bar{g}$ (VANIČEK & KRAKIWSKY, 1986).

A tecnologia GPS também pode fornecer a altitude ortométrica, desde que se conheça a altura geoidal. A altura geoidal é calculada no contexto da geodésia física através da combinação de um modelo do geopotencial com dados gravimétricos de superfície, utilizando a integral modificada de Stokes.

A altitude elipsoidal (h) fornecida pelo GPS pode ser transformada em altitude ortométrica (H) usando as alturas (N) que separa o geóide do elipsóide de referência (Figura 1).

De uma forma não rigorosa, mas com muito boa aproximação, pode-se determinar a altitude ortométrica oriunda do GPS pela seguinte equação (HEISKANEN & MORITZ, 1979):

$$h - H - N = 0 . \quad (1)$$

3 Metodologia Proposta

3.1 Determinação da altitude elipsoidal

A determinação da altitude elipsoidal pelo sistema GPS é afetada por várias fontes de erro e por isso é necessário seguir normas (recomendações) para minimizar estes tipos de erros no momento do levantamento. Detalhes sobre estas fontes de erros podem ser encontrados em (LEICK, 1995), (HOFMANN-WELLENHOF *et al.*, 1997), (FEATHERSTONE *et al.*, 1998) e (MONICO, 2000). O *National Geodetic Survey* (NGS) estabeleceu diretrizes para o levantamento GPS para que o mesmo possa atingir uma acurácia na determinação da altitude elipsoidal de 2 e de 5 cm, ambas com um nível de confiança de 95% (NOAA, 1997). Nestas diretrizes são classificados vários tipos de redes em função de sua amplitude. Será relatado aqui apenas o conjunto das principais diretrizes para levantamento GPS em rede local para a obtenção de uma acurácia de 2 cm, uma vez que este trabalho foi realizado utilizando uma rede local obedecendo a tais critérios. As principais diretrizes para o levantamento são:

- espaçar as estações com no máximo 15 km;
- rastrear em cada sessão no mínimo 30 min;
- repetir as observações em dias e horários diferentes;
- conectar a estação no mínimo em duas estações seja de mesma ordem ou de ordem superior;
- rastrear quando o *Vertical Dilution of Precision* (VDOP) estiver menor do que 6;
- rastrear com intervalo entre épocas de 15 s nas sessões maiores que 30 min, e com 5 s nas sessões menores que 30 min;
- utilizar máscara de elevação de 10° no rastreo;
- usar bastão de altura fixa para as antenas;
- observar os dados meteorológicos em cada estação.

Diretrizes para o processamento dos dados GPS:

- usar máscara de elevação de 15°;
- fixar a ambigüidade em todas as linhas de base;
- empregar a solução L1 fixa para linhas de base curtas;
- usar as efemérides precisas;

- utilizar um modelo para a avaliação dos efeitos troposféricos;
- usar dados meteorológicos somente quando eles têm sido determinados com instrumentos calibrados e que as medidas representem as condições atmosféricas da estação;
- analisar os resultados pelos resíduos do ajustamento, repetibilidade dos vetores e fechamento dos circuitos;
- reprovar os vetores com erro médio quadrático maior que 1,5 cm.

O Critério de reobservação se resume de que a linha base deve ser reobservada se a diferença de altitude elipsoidal entre as repetições ultrapassar 2 cm.

3.2 Determinação da altura geoidal – modelos geoidais

Atualmente, as técnicas mais utilizadas para a geração do modelo geoidal, visando a determinação da altitude ortométrica através do GPS, consistem basicamente na representação das alturas geoidais obtidas através de componentes que são advindas da influência de regiões distintas: global; regional e local (Sá, 1993). A componente global (longo comprimento de onda) é determinada a partir dos coeficientes do geopotencial; a componente regional (médio comprimento de onda) normalmente é determinada a partir de dados do campo de gravidade (gravimetria terrestre e oceânica); e a componente local (curto comprimento de onda) introduz correções calculadas através de dados complementares, tais como modelos digitais do terreno e da densidade da crosta (Figura 2).

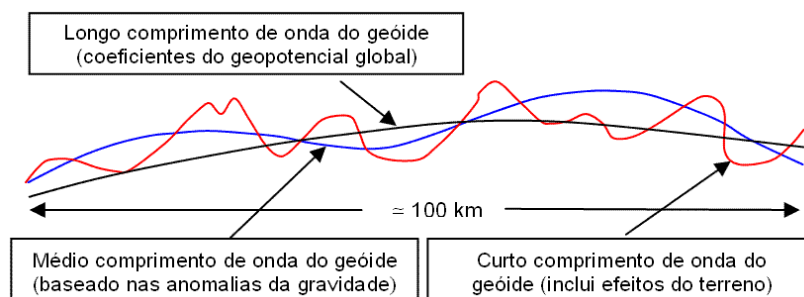


Figura 2: Características básicas do geóide.

Fonte: Wells et al., 1987.

A alternativa para se determinar o geóide é obter as suas irregularidades relativamente a um modelo teórico, o elipsóide de revolução. Assim, determinar o geóide consiste na obtenção da separação, em todos os pontos, do geóide em relação ao elipsóide. Convencionalmente, são atribuídos os sinais positivos às alturas acima do elipsóide e negativos em caso contrário.

3.2.1 Modelo do geopotencial EGM96

O *Earth Gravity Model-1996* (EGM96) foi desenvolvido unindo esforços do *National Imagery and Mapping Agency* (NIMA), atual *National Geo-Spatial Agency* (NGA), do *Goddard Space Flight Center* (GSFC) da NASA e da *Ohio State University* (OSU). Este modelo é completo até o grau e ordem 360, contendo 130.676 coeficientes. O desenvolvimento do EGM96 deu-se com o uso dos dados de gravidade do NIMA e dados de satélites do GSFC. O NIMA proporcionou dados de anomalia da gravidade de todo o globo terrestre com resolução de 30' e 1° de arco. Estas anomalias foram determinadas a partir de pontos de anomalias da gravidade de 5' x 5' obtidos do arquivo de altura do GEOSAT (*Geodetic Mission*). O processamento do GEOSAT foi executado utilizando-se da técnica de colocação por mínimos quadrados para estimar a anomalia da gravidade de 30' x 30' com suas respectivas precisões (LEMOINE et al., 1996).

As alturas geoidais do modelo EGM96 foram determinadas com o programa GEOPT96¹ utilizando-se dos respectivos coeficientes do modelo geopotencial, o qual determina as alturas do geóide ponto a ponto. O modelo EGM96 está referenciado ao elipsóide que melhor se adapta ao geóide global, e as coordenadas geodésicas foram introduzidas no programa no sistema WGS84. Através do programa fonte do GEOPT96 foi possível avaliar o modelo geopotencial em vários graus e ordens para verificar o que mais se adequa à

¹ O programa GEOPT96 foi desenvolvido pelo professor Dr. Denizar Blitzkow da USP.

região de estudo. Sendo assim, calculou-se a altura geoidal de cada ponto com o modelo truncado em grau e ordem de 10 a 360, com intervalo de 10, comparando-as a altura geoidal determinada através de observações GPS sobre as referências de nível (RN's) (N_{GPS}) com os valores dados pelo modelo (N_{EGM96}). Esta comparação foi feita através da seguinte equação:

$$\Delta N = N_{GPS} - N_{EGM96} \quad (2)$$

As diferenças de alturas geoidais (ΔN) encontradas nesta comparação foram analisadas para diagnosticar o quanto o modelo EGM96 está afastado do *datum* vertical, função do grau e ordem. Selecionou-se como melhor opção de grau e ordem aquela que proporcionou o menor desvio padrão com a menor média das diferenças (Figura 3).

Analisando-se a média e a dispersão das diferenças, observa-se que do grau e ordem 10 a 70 houve uma variação bastante irregular (Figura 3), sendo que neste intervalo o melhor resultado encontrado ocorreu para o valor 70 que coincide com o modelo obtido com apenas dados de satélites. A partir do grau e ordem 70 a média apresentou oscilações até o valor de 180, depois vai se afastando da origem gradualmente e atinge seu afastamento máximo no grau e ordem 360, enquanto o desvio padrão é variável ao longo deste trecho atingindo o seu menor valor no grau e ordem 180. Sendo assim, verificou-se que o grau e ordem 180 é o mais adequado para representar o modelo EGM96 por ser o mais preciso (menor desvio padrão) dentre os analisados.

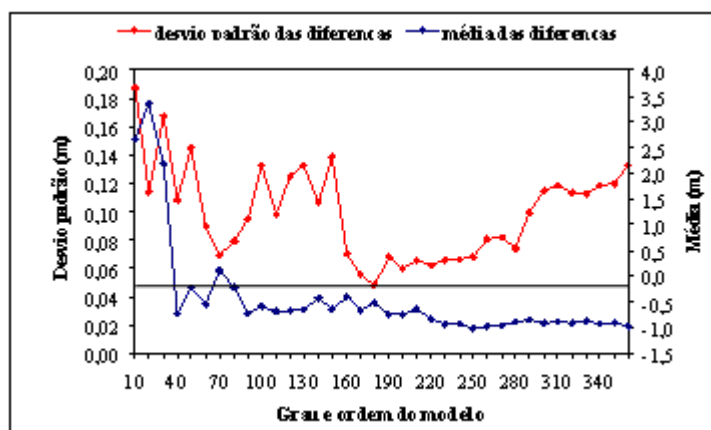


Figura 3: Média e desvio padrão das diferenças do modelo EGM96 truncado em vários graus e ordens.

3.2.2 Modelo geométrico

Este modelo de representação do geóide é caracterizado pela forma geométrica de obtenção da altura geoidal. E a metodologia utilizada para a geração deste modelo, Featherstone *et al.* (1998) denominou-a de método geométrico. A descrição do método é dada a seguir.

Da mesma maneira que os dados GPS podem ser usados com o modelo do geóide para fornecer altitudes ortométricas, a altitude elipsoidal e a altitude ortométrica podem ser usadas para fornecer a altura do geóide em pontos discretos através da equação (1).

Em áreas pequenas ($< 10 \text{ km}^2$) o geóide pode ser modelado por um plano e uma interpolação linear pode ser usada para calcular a altura geoidal (FEATHERSTONE *et al.*, 1998). Ocupando duas RN's com o GPS é possível transformar a altitude elipsoidal de uma estação intermediária X entre elas em altitude ortométrica (Figura 4).

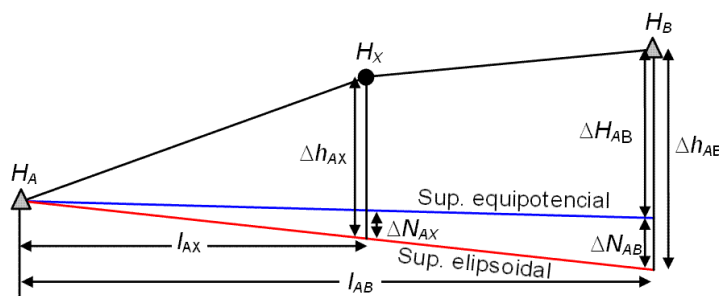


Figura 4: Determinação da altitude ortométrica entre duas RN's através do GPS.

Com base na Figura (4) pode-se chegar à seguinte equação:

$$H_X = H_A + \Delta h_{AX} - \frac{\Delta N_{AX}}{I_{AB}} \Delta N_{AB} \cdot I_{AX} \quad (3)$$

Onde: H_A , H_B é a altitude ortométrica das RN's A e B, respectivamente; H_X é a altitude ortométrica do ponto intermediário X; Δh_{AX} é a diferença de altitude elipsoidal entre o ponto X e a RN_A; ΔN_{AB} diferença de altura geoidal entre as RN's A e B; ΔN_{AX} é a diferença de altura geoidal entre o ponto X e a RN_A; I_{AB} é a distância entre as RN's A e B; I_{AX} é a distância do ponto desconhecido X até a RN_A.

As duas distâncias I_{AB} e I_{AX} são determinadas pelo programa de processamento GPS, mas a equação (3) só é válida para pontos que ficam no alinhamento entre duas RN's. Porém, raramente os levantamentos GPS são conduzidos nestas condições. Uma forma mais adequada é usar a equação de um plano (Featherstone *et al.*, 1998):

$$h_i - H_i = N_i = a_0 + a_1 e_i + a_2 n_i \quad (4)$$

onde: a_0 é o coeficiente que representa o deslocamento vertical do plano; a_1 , a_2 são os coeficientes que representam a inclinação do geóide em relação ao elipsóide de referência; e é a coordenada das abscissas num sistema de coordenadas planas; n é a coordenada das ordenadas num sistema de coordenadas planas.

A determinação dos coeficientes é feita com observações GPS sobre no mínimo três RN's limítrofes da área. A equação (5) é então formada a cada conjunto de RN's e sua resolução permite obter os coeficientes:

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & e_A & n_A \\ 1 & e_B & n_B \\ 1 & e_C & n_C \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} (h - H)_A \\ (h - H)_B \\ (h - H)_C \end{pmatrix} \quad (5)$$

Os subscritos A, B e C refere-se as RN's. Determinados os coeficientes, pode-se obter a altitude ortométrica de um ponto através da seguinte equação:

$$H_X = H_A + \Delta h_{AB} - N_A + a_0 + a_1 e_X + a_2 n_X, \quad (6)$$

onde e_X e n_X são as coordenadas dos pontos no qual as altitudes ortométricas são desejadas.

Se mais de três RN's são usadas, as observações tornam-se superabundantes e uma solução pelos mínimos quadrados deve ser usada de preferência. Porém, nestas circunstâncias o geóide pode ser modelado usando uma superfície polinomial de baixa ordem (Collier, 1997). Os modelos matemáticos que representam estas superfícies polinomiais são (Fiedler, 1992):

$$N_i = a_0 + a_1 e_i + a_2 n_i + a_3 e_i n_i \quad (7)$$

$$N_i = a_0 + a_1 e_i + a_2 n_i + a_3 e_i^2 + a_4 n_i^2 \quad (8)$$

$$N_i = a_0 + a_1 e_i + a_2 n_i + a_3 e_i n_i + a_4 e_i^2 + a_5 n_i^2 \quad (9)$$

onde: N_i representa a altura do geóide na RN_i; e_i , n_i - coordenadas planas, sistema UTM das RN's_i; e a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 são parâmetros a serem determinados no ajustamento.

Existem algumas precauções importantes que devem ser levadas em consideração quando se usa a interpolação geométrica para determinar a altitude ortométrica através do GPS, tais como (Featherstone *et al.*, 1998):

- a altura geoidal está limitada à acurácia combinada da altitude elipsoidal e da altitude ortométrica advinda do nivelamento. Se erros existirem em uma ou em ambas medidas, o modelo geoidal determinado por interpolação geométrica será afetado, o qual degradará qualquer altitude ortométrica obtida subsequentemente por interpolação;
- o modelo do geóide determinado pelo método geométrico normalmente é de acurácia superior ao modelo do geóide determinado pelo método gravimétrico em áreas menores que a resolução do geóide gravimétrico;
- interpolação, por definição, só pode ser aplicada em áreas internas às referências de nível usadas para definir geometricamente o modelo do geóide. No caso a extrapolação não é recomendada, pois a propagação de erros é mais acentuada;
- sempre deve haver pontos de controle para avaliar a acuracidade da superfície do geóide na área de interesse. No caso de um plano, devem ser usadas quatro ou mais referências de nível; três para definir o plano e as demais para servir de pontos de controle.

4 Estudo de Caso

4.1 Modelo geométrico

O modelo geométrico do geóide na região foi determinado através de uma superfície de interpolação, onde se utilizou as alturas geoidais de um conjunto de pontos discretos, determinadas através de observações GPS sobre referências de nível. A obtenção deste conjunto de pontos discretos de alturas geoidais conhecidas na região de estudo, resultou da escolha de pontos do modelo geoidal geométrico da Região Metropolitana de São Paulo.

Segundo Zilkoski (1990) é recomendável que os afastamentos entre pontos sejam de no máximo 10 km, pois neste espaçamento o geóide normalmente se modela por um plano. Sendo assim, foi necessário um adensamento dos pontos na região, onde selecionou-se as RN's 1013 e 3025 do Metrô e a 2807P do IBGE. A inclusão destas duas RN's do Metrô foi possível porque as linhas de nivelamento que as contêm, já tinham sido integradas à rede altimétrica fundamental, quando se fez o ajuste utilizando as ligações realizadas por nivelamento geométrico (BARBOSA, 2004). Portanto, o plano de referência destas RN's é o mesmo do *datum* vertical do SGB. Sobre estas RN's foram feitas observações GPS para a obtenção da altitude elipsoidal que, com as respectivas altitudes ortométricas, permitiu a determinação da altura geoidal.

A modelagem do geóide pode ser feita por diferentes superfícies de interpolação, mas deve-se escolher aquela que proporciona as menores discrepâncias em pontos que não fazem parte da geração da superfície, ou seja, nos pontos de controle, e de menores resíduos nos pontos geradores do modelo.

As superfícies avaliadas para o modelo geométrico são as recomendadas por Fiedler (1992), ou seja, as das equações 4, 7, 8 e 9.

Os pontos de controle escolhidos para a análise das superfícies de interpolação são as RN's 2200P, 2147S e 2808B do IBGE e a RN 3009 do Metrô. Esta RN do Metrô já está integrada na rede altimétrica do SGB como explicado anteriormente quando da escolha dos pontos para gerar o modelo. A vantagem na

escolha destes pontos para controle se deve ao fato de que os mesmos não serão utilizados para a geração do modelo geoidal, pois serão utilizados na integração das redes utilizando o nivelamento GPS.

As superfícies de interpolação foram geradas com as alturas geoidais e depois comparadas com as alturas geoidais dos pontos de controle, resultando nas discrepâncias.

Para avaliar a superfície que melhor representa o modelo geométrico na região levou-se em consideração a dispersão das discrepâncias do modelo em relação aos pontos de controle. Uma vez que o desejado é a diferença de altura geoidal entre pontos, na diferença o erro sistemático é minimizado ou até mesmo eliminado. Sendo assim, para se comparar a variabilidade de cada conjunto de discrepâncias utilizou-se como medida de dispersão o desvio padrão.

O modelo dado pela superfície (9) é o que proporcionou a menor variação tanto nos resíduos como nas discrepâncias. Deste modo esta superfície foi a selecionada como representativa do modelo geométrico do geóide na região e seu modelo matemático é:

$$N_i = 5,84965 \cdot 10^{-04} e_i - 2,54402 \cdot 10^{-03} n_i + 5,19017 \cdot 10^{-11} e_i^2 + 1,74394 \cdot 10^{-10} n_i^2 - 8,37568 \cdot 10^{-11} e_i n_i + 9278,90941 \quad (12)$$

4.2 Vinculação do modelo EGM96 ao *datum* vertical

Nas diferenças encontradas entre o modelo EGM96 e o *datum* vertical existem além dos erros devido às diferenças de *data*, os inerentes às observações, ou seja, na determinação das altitudes ortométricas pelo nivelamento, nas altitudes elipsoidais por observações GPS e na geração do modelo do geopotencial ou do gravimétrico. Sendo assim, este método modela todos estes erros, os quais representam as diferenças entre o modelo e o *datum* vertical, através de uma superfície de interpolação. Para encontrar a superfície que melhor modela as diferenças, utilizaram-se as mesmas superfícies avaliadas no modelo geométrico e a mesma metodologia para a escolha da melhor superfície.

A superfície (9) proporcionou a menor variabilidade dos resíduos e das discrepâncias. Sendo assim, a mesma foi a que melhor representou a “separação” entre o modelo EGM96 e o *datum* vertical na região.

4.3 Avaliação dos modelos geoidais

A avaliação dos modelos geoidais foi feita com o objetivo de adotar para a região o modelo mais preciso em relação ao *datum* vertical. Como neste trabalho o que deseja é a diferença de altura geoidal, a melhor forma de avaliar os modelos será através de sua acurácia relativa.

As acurácias relativas dos modelos foram estimadas com base no gradiente médio das discrepâncias dos modelos em relação aos pontos de controle. O gradiente médio (∇m) foi determinado pela média ponderada dos gradientes, onde os gradientes foram classificados por intervalos ou faixas e para a sua ponderação utilizou-se a área de cada intervalo de gradiente. Na Tabela 1 têm-se os intervalos de cada gradiente de acurácia e respectivas áreas.

Tabela 1 – Precisão relativa dos modelos geoidal geométrico e do EGM96 combinado.

Classes	Modelo Geométrico		EGM96 (Vinculado ao DVB)	
	Intervalos de Gradiente (mm/km)	Área da Classe (km ²)	Intervalos de Gradiente (mm/km)	Área da Classe (km ²)
1	0,70 - 0,75	0,1964	0,80 - 0,85	0,4813
2	0,75 - 0,80	6,9895	0,85 - 0,90	8,5419
3	0,80 - 0,85	39,6087	0,90 - 0,95	47,1550
4	0,85 - 0,90	135,1735	0,95 - 1,00	206,1545
5	0,90 - 0,95	98,1195	1,00 - 1,05	25,3029
6	0,95 - 1,00	8,8243	1,05 - 1,10	1,2762
∇m	0,9 mm/km		1,0 mm/km	

Analisando as acurácias relativas (∇m) entre os dois modelos verificou-se que o modelo geométrico (Figura 5 A) foi o que proporcionou a melhor acurácia relativa (0,9 mm/km), mas que comparada com a do modelo EGM96 (Figura 5 B) a diferença foi de apenas 0,1 mm/km, o que em se tratando de modelos geoidais pode ser considerada desprezível.

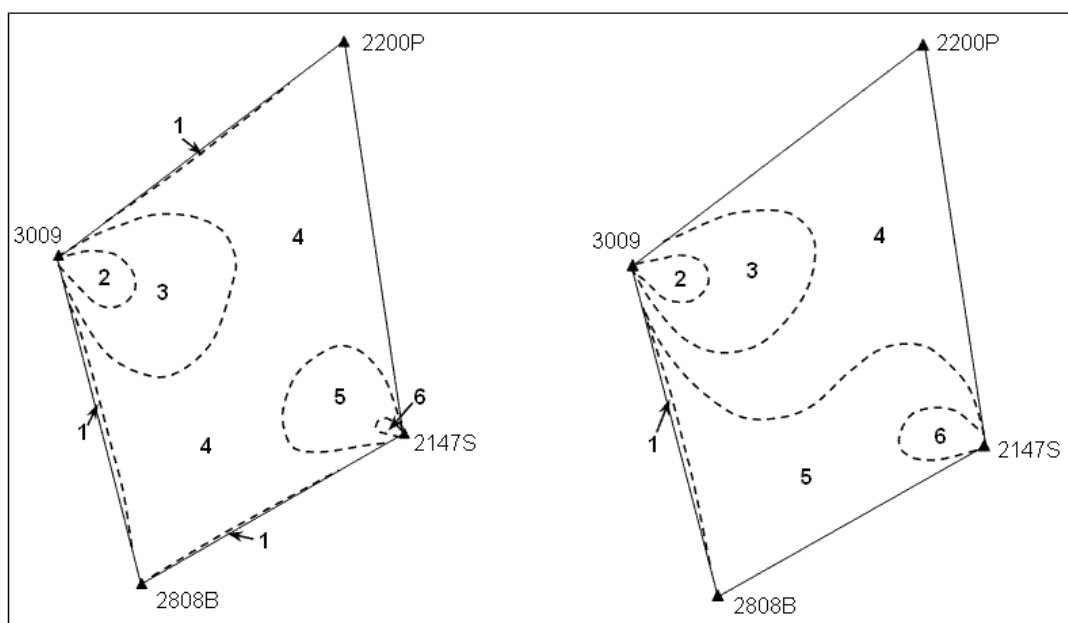


Figura 5: Acurácia relativa do modelo geométrico e do EGM96.

Diante disto fez-se um novo teste para verificar se os dois modelos permanecem semelhantes. Este teste consistiu em verificar se as diferenças de alturas geoidais dada por cada modelo nas ligações feitas por nivelamento GPS eram semelhantes. As diferenças de alturas geoidais nas ligações de cada modelo encontram-se representadas na Tabela 2.

Tabela 2 – Diferenças de alturas geoidais nas ligações feitas por nivelamento GPS.

Linhas		Diferença de altura geoidal		
De	Para	Geométrico (m)	EGM96 (m)	Dif. Modelos (m)
2200P	AUX79	-0,023	-0,02	-0,003
4017	3009	-0,002	0,00	-0,002
2064	3009	0,023	0,02	0,003
2064	2147S	0,011	0,01	0,001
2064	2808B	-0,039	-0,04	0,001

Na Tabela 2 verifica-se que não há diferença entre os dois modelos ao nível de resolução do modelo EGM96, ou seja, do centímetro. Sendo assim, os mesmos podem ser considerados equivalentes para representar o geóide na região. Portanto, pode-se escolher qualquer um dos dois modelos para representar o geóide na região, porém, neste trabalho, escolheu-se o modelo geométrico por ter proporcionado uma maior acurácia relativa.

5 Conclusão

Neste trabalho analisou-se a possibilidade do uso do GPS na implantação e densificação de redes de referência cadastral altimétrica. A análise foi realizada sobre as RN's da rede altimétrica escolhida para realizar este estudo foi, a saber, à rede altimétrica da Companhia do Metropolitano de São Paulo.

Pelos resultados do trabalho, chega-se à conclusão que o nivelamento GPS, quando realizado as observações com rigor e utilizando um modelo geoidal adequado, atinge precisão satisfatória para a implantação de uma rede de referência cadastral altimétrica.

Este trabalho contribuiu para mostrar a viabilidade técnica do uso do GPS na altimetria, apresentando uma situação em que o mesmo pode dar subsídios à implantação de uma rede de referência cadastral altimétrica, de forma rápida, de baixo custo e com precisão compatível com as normas em vigência no país.

Com os resultados obtidos neste trabalho é possível integrar redes altimétricas bem como densificá-las, desde que utilize a metodologia deste trabalho para as observações GPS e tenha uma distribuição adequada de pontos com altura geoidal conhecida para a geração do modelo geoidal.

6 Referências Bibliográficas

- BARBOSA, L. G.** *Integração das Linhas de Nivelamento da Rede Metroviária de São Paulo à Rede Altimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro Através do Sistema de Posicionamento Global*. Tese: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. p. 149. 2004.
- COLLIER, P.; CROFT, M.** *Heights from GPS in an engineering environment*, Survey Review, n.264, p.76-86 e n.265, p.11-18, 1997.
- DODSON, A.**, *GPS for height determination*, Survey Review, n.256, p.66-76, 1995.
- DUQUENNE, H.**, *Comparison and combination of a gravimetric quasigeoid with a levelled GPS data set by statistical analysis*, **Phys. Chem. Earth (A)**, v.24, n.1, p.79-83, 1999.
- FEATHERSTONE, W. E.; DENTITH, M. C.; KIRBY, J. F.**, *Strategies for the accurate determination of orthometric heights from GPS*, Survey Review, v.34, n.267, 1998.
- FIEDLER, J.** *Orthometric Heights from Global Positioning System*, Journal of Surveying Engineering, New York, v 118, n.3, 1992.
- FREITAS, S. R. C.; BLITZKOW, D.** *Altitudes e Geopotencial*. International Geoid Service, Bulletin n. 9, 1999.
- GEMAEL, C.** *Introdução à Geodésia Física*. Curitiba: Editora da UFPR, 2002.
- HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H.** *Physical Geodesy*. Reprint Institute of Physical Geodesy, Technical University, Austria, 1979.
- HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J.** *GPS: theory and practice*. Austria: Springer-Verlag Wien, New York, 4. ed., 1997. 389p.
- KENYERES, A.** *Technology development for GPS-Heighting in Hungary*. In: INTERNATIONAL SEMINAR ON GPS IN CENTRAL EUROPE, 5., Penco, 1999. Report on Geodesy, 5(46), 89 (1999).
- LEICK, A.** *GPS Satellite Surveying*. 2.ed. New York: John Wiley & Sons, Inc. 1995.
- LEMOINE, F. G., et al.** *The Development of the NASA GSFC and NIMA joint Geopotential Model*. INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GRAVITY, GEOID, AND MARINE GEODESY, (Grageomar 1996), University of Tokyo, Japan, 1996.
- MONICO, J. F. G.; CHAVES, J. C.; ISHIKAWA, M. I.** *Nivelamento de Precisão usando o GPS e Interpolação Geométrica do Geóide*, In: CONGRESSO NACIONAL DE AGRIMENSURA, 7. Salvador, 1996.
- MONICO, J. F. G.** *Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: Descrição, Fundamentos e Aplicações*. Editora UNESP, São Paulo, 2000. 287p.
- NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration).** *Guidelines For Establishing GPS-Derived Ellipsoid Heights* (Standard: 2 cm and 5 cm) Version 4.3. 1997.
- PAN, M.; SJÖBERG, L. E.** *Unification of vertical datums by GPS and gravimetric geoid models with application to Fennoscandia*, Journal of Geodesy, n.72, p.64-70, 1998.
- SÁ, N. C.** *Um geóide para aplicações do GPS em Geociências*. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE GEOFISICA, 3., São Paulo – Instituto Astronômico e Geofísico, Universidade de São Paulo, 1993.
- VANICEK, P.; KRAKIWSKY, E. J.** *Geodesy: the concepts*. 2. ed. North-Holland, 1986.
- WELLS, D. E. et al.** *Guide to GPS Positioning*. New Brunswick: Canadian GPS Associates, 1987. 600p.
- ZILKOSKI, D. B.** *Establishing Vertical Control Using GPS satellite Surveys*. PROCEEDING OF THE 19th INTERNATIONAL FEDERATION OF SURVEYING CONGRESS (FIG). Commission 9, p.281-294. 1990.