

Fechamento angular com GPS

**Prof. Antonio Simões Silva
Rodrigo Pereira Lima**

Universidade Federal de Viçosa
Departamento de Engenharia Civil
36570-000 Viçosa MG
asimoes@ufv.br

Resumo: Neste trabalho procurou-se verificar os valores obtidos para o erro de fechamento angular e para o excesso esférico de um triângulo geodésico, utilizando as fórmulas de Puissant. Para isso usou-se duas abordagens. Numa delas usa-se as coordenadas obtidas pelo processamento GPS e através do problema indireto da geodésia calculam-se o erro de fechamento angular e excesso esférico dum triângulo. A outra abordagem é através dos azimutes fornecidos pelo processamento GPS calcular os ângulos do mesmo triângulo e também os erros de fechamento angular e excesso esférico. Trabalhou-se com duas áreas, uma pequena de lados em torno de 15 quilômetros e uma área maior com lados em torno de 200 quilômetros. Os resultados obtidos nesse trabalho mostram que o erro de fechamento foi maior quando se utilizou as equações clássicas da geodésia e ao se utilizar as informações de ângulos e distâncias fornecidas pelo processamento GPS o erro de fechamento angular apresentou valores menores mesmo para a área maior.

Palavras chaves: erro de fechamento, formulas de puissant, GPS

Abstract: This work attempts to verify the values obtained for the error of angle closure and the spherical excess of geodesic triangle, using the formulas of Puissant. For this purpose it was used two approaches. In one uses the coordinates obtained by GPS and processing through the indirect problem of geodesy calculate the error of angle closure and the spherical excess of triangle. The other approach is through the azimuth processing provided by GPS to calculate the angles of that triangle and also the errors of angle closure and spherical excess. We have worked with two areas, one of sides around 15 kilometers and a larger area with sides about 200 kilometers. The present results show that the error of closure was higher when using the classical equations of geodesy and when using the information of angles and distances provided by the GPS processing the error of angle closure values were even smaller for larger area.

Keywords: error of closure, formulas of Puissant, GPS

1 Introdução

O presente trabalho tem como objetivo determinar o excesso esférico e o erro de fechamento angular através dos azimutes e distâncias extraídas do processamento GPS e através do problema indireto das fórmulas de Puissant. A metodologia seguida neste trabalho foi aplicada em duas áreas distintas com tamanhos diferentes. Os cálculos geodésicos são conduzidos no elipsóide, assim os triângulos a serem calculados são considerados triângulos elipsoidais (SILVA, 2003). A soma dos ângulos de um triângulo geodésico é sempre maior que 180° , e o que excede é denominada de excesso esférico, sendo este proporcional a área do triângulo geodésico.

CAMARGO (1998) utilizou uma poligonal apoiada a uma rede levantada com GPS e a levantou com uma estação total, comparando os resultados obtidos nos erros de fechamento angular e linear.

2 Materiais e Métodos

Neste trabalho foram utilizados três receptores GPS Promark 2, e os programas Ashtech Solutions 2.60, Trimble Geomatics Office (TGOOffice) versão 1.60.

Foram definidas duas áreas com tamanhos e características diferentes para a realização deste trabalho. Uma área menor que foi definida com a escolha de três pontos que foram utilizados como vértices de um triângulo onde foram realizados levantamentos com a utilização de GPS. Nesta escolha levou-se em consideração, a distância máxima entre o local e a Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC) VICO, 20 km. A distância aproximada entre os pontos é de 14 km e os vértices estão sujeitos a diferentes tipos de obstruções físicas, representando a realidade de campo.

Foram escolhidas as cidades de Viçosa, São Miguel do Anta e Teixeira.

Os pontos dessa área menor são PCCE (20°45'53" S, 42° 52' 6" O), PSMA (20° 42' 23" S, 42° 43' 9" O) e PTEX (20° 39' 06" S, 42° 51' 24" O). A área maior foi definida a partir das estações da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC), sendo escolhidas as estações VICO (20° 45'41" S, 42° 52'11" O), GVAL (18° 51' 20" S, 41° 57' 27 " O) e VARG (21° 32' 33" S, 45° 26' 05" O). No posicionamento das estações utilizou-se o método relativo estático, com sessões de aproximadamente 80 minutos, intervalo de coleta de 15 segundos, e ângulo de elevação mínima de 15°. O rastreamento foi realizado simultaneamente nas três estações nos dias 01/06/2006 por volta das 10:00 h e 06/06/2006 por volta das 15:00 h, utilizando os receptores PROMARK. Para a área maior os dados foram obtidos a partir do site do IBGE para o dia 01/06/06.

Estação de referência: VICO da RBMC, com coordenadas lat. 20° 45' 41,41097"S, long. 42° 52' 11,93817"W e altitude ortométrica 666,056 m no sistema WGS 1984; Para os cálculos adotou-se o elipsóide de referencia GRS 1980 com semi-eixo maior (a)= 6.378.137 m , semi-eixo menor (b) = 6.356.752,3142 m, achatamento (f) = 1/ 298,25722 e excentricidade (e) = 0,081819190928906;

A partir das coordenadas (latitude e longitude) foram utilizadas as fórmulas de Puissant, para o cálculo dos azimutes e distâncias geodésicos e a partir daí o cálculo dos ângulos do triângulo. Foram utilizadas as seguintes equações:

$$\operatorname{tg} Az = \frac{X}{Y} \quad (1)$$

$$S = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (2)$$

$$X = \frac{\Delta\lambda'' \cdot \cos \Phi_2}{A'} \quad (3)$$

$$Y = \frac{\Delta\Phi'' + X^2 C_m + X^2 E_m \Delta\Phi + (\Delta\Phi'') D_m}{B_m} \quad (4)$$

$$A' = \frac{1}{N' \operatorname{sen} 1''} \quad (5)$$

$$B = \frac{1}{M \operatorname{sen} 1''} \quad (6)$$

$$C = \frac{\operatorname{tg} \Phi}{2 M N \operatorname{sen} 1''} \quad (7)$$

$$D = \frac{3e^2 \operatorname{sen}\Phi \cos\Phi \operatorname{sen}1''}{2(1 - e^2 \operatorname{sen}^2\Phi)} \quad (8)$$

$$E = \frac{1 + 3 \operatorname{tg}^2\Phi}{6N^2} \quad (9)$$

Az = Azimute geodésico

S = Distância geodésica

B, C, D e E são coeficientes que se referem à latitude média;

M = Raio de curvatura da seção meridiana;

N = Raio de curvatura da seção 1° vertical;

$\Delta\Phi$ = Diferença de latitude;

Os termos A' e N' se referem ao segundo ponto, ou seja, ao ponto cujas coordenadas estão sendo calculadas.

Segundo SILVA (2006) estas fórmulas são satisfatórias quando utilizamos pelo menos sete decimais tanto para os coeficientes como para as funções trigonométricas. De posse dos azimutes e distâncias os ângulos foram calculados, compensados e calculados os novos lados do triângulo, o excesso esférico e o erro de fechamento utilizando as equações do triângulo geodésico.

$$(A + B + C) - W = 180 + \varepsilon \quad (10)$$

$$\varepsilon'' = \frac{ab \operatorname{sen}(C')}{2MN \operatorname{sen}1''} \quad (11)$$

A B e C = ângulos do triângulo;

W = erro de fechamento do triângulo;

ε = excesso esférico;

a e b = lados do triângulo;

C' = ângulo compensado;

No relatório de processamento das linhas base foram coletados os três azimutes. Observa-se que apenas os azimutes são fornecidos, sendo necessário calcular os contra-azimutes. Para calcular os contra-azimute ou azimute inverso foi necessário calcular a convergência meridiana, através das seguintes equações:

$$Az' = 180^\circ - Az - W \quad (12)$$

$$W'' = \frac{\operatorname{sen}\phi_m \cdot \Delta\lambda''}{\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)} + (\Delta\lambda'')^3 F_m \quad (13)$$

$$F_m = \frac{\operatorname{sen}\Phi_m \cos^2\Phi_m \operatorname{sen}^21''}{12} \quad (14)$$

Az' = Contra azimute;

W = Convergência meridiana;

Φ_m = Latitude média;

$\Delta\lambda$ = Diferença de longitude;

Os ângulos foram então compensados e calculados os novos lados do triângulo, o excesso esférico e o

erro de fechamento utilizando as equações do triângulo geodésico.

3 Resultados

Seguem abaixo nas tabelas 01 e 02 os resultados obtidos no processamento das observações GPS.

Tabela 01 resultado do processamento dia 01/06

PTO	Latitude (S)			Longitude (W)			altitude
	°	'	"	°	'	"	m
PCCE	20	45	53,463	42	52	6,282	671,107
PSMA	20	42	23,512	42	43	9,802	651,815
PTEX	20	39	6,385	42	51	24,424	641,403

Tabela 02 resultado processamento dia 06/06

PTO	Latitude (S)			Longitude (W)			altitude
	°	'	"	°	'	"	m
PCCE	20	45	53,463	42	52	6,282	671,112
PSMA	20	42	23,511	42	43	9,801	651,511
PTEX	20	39	6,381	42	51	24,427	641,588

As tabelas 03 e 04 se referem às distâncias e azimutes geodésicos obtidos através das equações 01 a 09 e utilizando os dados das tabelas 01 e 02.

Tabela 03 distâncias e azimutes geodésicos dia 01/06

VERTICE	AZIMUTE			DISTÂNCIA m
	grau	min	seg	
PCCE-PSMA	67	26	19,801	16810,529
PCCE-PTEX	5	31	41,692	12577,628
PSMA-PCCE	247	23	9,530	16810,463
PSMA-PTEX	292	55	39,601	15546,092
PTEX-PSMA	112	58	34,580	15546,036
PTEX-PCCE	185	31	26,721	12577,627

Tabela 04 distâncias e azimutes geodésicos dia 06/06

VERTICE	AZIMUTE			DISTÂNCIA M
	grau	min	seg	
PCCE-PSMA	67	26	20,203	16810,565
PCCE-PTEX	5	31	39,6092	12577,715
PSMA-PCCE	247	23	9,92722	16810,500
PSMA-PTEX	292	55	40,1477	15546,288
PTEX-PSMA	112	58	35,1311	15546,232
PTEX-PCCE	185	31	24,6361	12577,714

A partir dos azimutes e distâncias mostrados nas tabelas 03 e 04, foram calculados os ângulos horizontais mostrados nas tabelas 05 e 06 e então determinados o erro de fechamento e o excesso esférico, conforme tabela 07, através das equações 10 e 11.

Tabela 05 resultados ang. horizontal dia 01/06

VERTICE	ANG HORIZONTAL			
	GRAU	grau	mi n	seg
PCCE	61,91059	61	54	38,111
PSMA	45,54169	45	32	30,073
PTEX	72,54782	72	32	52,134
	180,0001	180	0	0,318

Tabela 06 resultados ang. horizontal dia 06/06

VERTICE	ANG HORIZONTAL			
	GRAU	grau	mi n	seg
PCCE	61,91128	61	54	40,593
PSMA	45,54173	45	32	30,220
PTEX	72,54708	72	32	49,505
	180,0001	180	0	0,318

Tabela 07 resultado final área menor utilizando as equações

Data	Excesso esférico (c")	Erro de fechamento (W")
01/06	0,475	-0,155
06/06	0,475	-0,155

Nos cálculos referentes aos os dados fornecidos pelo programa foi necessário calcular a convergência meridiana através das equações 12, 13 e 14 e a partir deste ponto seguir a mesma seqüência mostrada acima, o que forneceu os resultados a seguir.

Tabela 8 Azimutes e distâncias fornecidas pelo programa 01/06

	grau	min	seg	Dist (m)
PCCE-PSMA	67	26	19,101	16810,464
PCCE-PTEX	5	31	41,110	12577,605
*PSMA-PCCE	247	29	29,000	16810,464
*PSMA-PTEX	293	1	28,670	15546,031
PTEX-PSMA	112	58	34,001	15546,031
*PTEX-PCCE	185	31	55,901	12577,605
* azimutes calculados				

Tabela 9 Azimutes e distâncias fornecidas pelo programa 06/06

	grau	min	seg	Dist (m)
PCCE-PSMA	67	26	19,801	16810,464
PCCE-PTEX	5	31	39,500	12577,605
*PSMA-PCCE	247	29	29,702	16810,464
*PSMA-PTEX	293	1	29,571	15546,031
PTEX-PSMA	112	58	34,903	15546,031
*PTEX-PCCE	185	31	54,321	12577,605
* azimutes calculados				

Tabela 10 resultados dos ângulos. horizontal dia 01/06

	Grau decimal	grau	min	seg
PCCE	61,91056	61	54	38,000
PSMA	45,53324	45	31	59,670
PTEX	72,55608	72	33	21,900
	179,9999	179	59	59,5700

Tabela 11 resultados angulos . horizontal dia 06/06

VERTICE	ANG HORIZONTAL			
	GRAU	°	'	"
PCCE	61,91119	61	54	40,300
PSMA	45,54181	45	32	30,500
PTEX	72,54717	72	32	49,800
	180,0002	180	0	0,6

Tabela 12. resultado final área menor utilizando os dados fornecidos pelo programa

Data	Excesso esférico (ε")	Erro de fechamento (W")
01/06	0,475	-0,035
06/06	0,475	0,125

Seguem na tabela 13 os resultados obtidos do processamento das observações GPS para a área maior.

Tabela 13 resultado processamento área maior

PTO	Latitude (S)			Longitude (W)			altitude
	°	'	"	°	'	"	m
VICO	20	45	41,411	42	52	11,938	666,056
GVAL	18	51	20,194	41	57	27,404	178,807
VARG	21	32	33,673	45	26	05,527	958,800

A tabela 14 se refere às distâncias e os azimutes geodésicos obtidos através das equações 01 a 09.

Tabela 14. Distâncias e azimutes geodésicos da área maior

VERTICE	AZIMUTE			DISTÂNCIA m
	°	'	"	
VICO-GVAL	24	31	40,791	231.628,584
VICO-VARG	251	33	5,68891	280.083,420
GVAL-VICO	204	12	54,4659	231.628,581
GVAL-VARG	230	5	36,9004	469.607,010
VARG-GVAL	51	17	59,3491	469.607,007
VARG-VICO	72	28	41,225	280.083,414

A partir dos azimutes e distâncias mostrados na tabela 14, foram calculados os ângulos horizontais mostrados na tabela 15 e então determinados o erro de fechamento e o excesso esférico, através das equações 10 e 11 apresentadas no item 3.4.

Tabela 15: resultados ângulos horizontais da área maior

VÉRTICE	ANG HORIZONTAL			
	GRAU	°	'	"
VICO	132,97642	132	58	35,100
GVAL	25,878454	25	52	42,434
VARG	21,178299	21	10	41,876
	180,03317	180	1	59,410

Nos cálculos utilizando os dados fornecidos pelo programa foi necessário calcular a convergência meridiana através das equações 12, 13 e 14 e a partir deste ponto seguir a mesma seqüência mostrada acima, sendo apresentados a seguir os resultados.

Tabela 16. Distâncias e azimutes geodésicos da área maior fornecidos pelo programa

VERTICE	AZIMUTE			DISTÂNCIA m
	°	'	"	
VICO-GVAL	24	31	47,5	231.628,065
VICO-VARG	251	33	11	280.083,908
GVAL-VICO	204	13	14,2	231.628,065
GVAL-VARG	230	6	31,9	469.607,565
VARG-GVAL	51	18	36,57	469.607,565
VARG-VICO	72	28	43,46	280.083,908

Tabela 16. Resultados ang. horizontal área maior obtidos através dos dados do programa

VERTICE	ANG HORIZONTAL			
	GRAU	°	'	"
VICO	132,9768	132	58	36,500
GVAL	25,88825	25	53	17,701
VARG	21,16858	21	10	6,890
	180,0336	180	2	1,091

Tabela17 : resultados área maior

Método	Excesso esférico (e")	Erro de fechamento (W")
Fórmulas de Puissant	121,075	-1,610
Dados do programa	120,966	0,124

Analisando os resultados, pode-se verificar que o valor do excesso esférico foi maior para a área formada pelos vértices VICO-GVAL-VARG, o que já era esperado, pois este é proporcional à área. Em relação aos valores obtidos no processamento GPS, nas distâncias, azimutes e ângulos da área menor nos dias 01 e 06/062006 não foi apresentada diferença significativa.

4 Conclusão

Neste trabalho procurou-se verificar os valores obtidos para o erro de fechamento angular e para o excesso esférico de um triângulo geodésico, utilizando as equações da geodésia clássica, a partir das coordenadas obtidas no processamento de observações GPS e também utilizando as informações de ângulos e distâncias fornecidas pelo software após o processamento. Para isto foram utilizadas duas áreas de tamanhos diferentes para que se pudesse fazer uma comparação dos resultados obtidos.

Os resultados obtidos nesse trabalho mostram que o erro de fechamento foi maior quando se utilizou as equações clássicas da geodésia e ao se utilizar as informações de ângulos e distâncias fornecidas pelo programa o erro de fechamento angular apresentou valores menores, mesmo para a área maior.

5 Referências Bibliográficas

CAMARGO, P.O. et al. **Posicionamento GPS para Apoio de Poligonais Topográficas: Análise do Erro de Fechamento**, In: 4º Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário, Florianópolis, 18 a 22 de outubro, 1998.

LIMA, R.P.. **Erro de Fechamento Angular de Uma Poligonal Obtida com Gps**. Viçosa: Monografia de Final de Curso, Universidade Federal de Viçosa, 2006. 29p

SILVA, A.S. **Geodésia Espacial com Ênfase em GPS**. Viçosa: Ed. do Autor, 2006. 93p

SILVA, A.S. **Geodésia Geométrica**. Viçosa: Ed. do Autor, 2003. 122p