

## SUGESTÃO DE UMA PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA PARA MAPEAMENTOS EM ESCALAS GRANDES

CARLOS ROBERTO CUNHA

Rua da Fundição, 20 Guabirutuba Curitiba - 80510 420 PR

LAWRENSE SAITO

Av. Padre Anchieta, 51 apt.1 Mercês Curitiba - 80410 030 - PR

VALMIR BOSIO

Rua Presidente Epitácio Pessoa, 247 Tarumã Curitiba - 82530 270 - PR

DULCE MACHADO BUENO

UFPR- Departamento de Geociências

81531-970 Centro Politécnico - Curitiba- PR

### Resumo

Com a ocupação do solo, observa-se uma maior concentração populacional em áreas urbanas, necessidade de se possuir informações espacialmente referenciadas para fins de cadastro, implantações de redes de energia, esgoto, entre outros, sendo necessário o uso de representações em escalas grandes: 1:10 000 até 1:1 000. A projeção utilizada no mapeamento sistemático, UTM, se torna inadequada para este fim. Com o objetivo de definir uma projeção cartográfica mais adequada, ou seja, que minimize o problema da distorção numa representação plana, discute-se o uso de uma projeção RTM com fusos de 2° 15' de amplitude.

### Abstract

Due to the ground occupation and the need of having spatially related information to use in registers, in the introduction of services, in energy nets and sewerage, appears the inconvenient of using the UTM mapping projection system in urban engineering.

It's been under discussion the use of an RTM projection to the State of Paraná, mentioning its precision, comparing it with the UTM system when making charts in large scales 1:10 000 until 1:1 000.

## 1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento nunca esteve tão associado com a palavra planejamento como em nossos dias. Planejar significa promover um desenvolvimento sob qualquer ponto de vista, resultando na melhor solução a ser adotada dentro dos diversos critérios analisados.

Com a atual política orçamentária da União, dos Estados e Municípios, em que a escassez de recursos financeiros é obstáculo para a realização de projetos, como o cadastro técnico rural e urbano, se faz necessário uma racionalização de gastos, onde o gerenciamento de recursos só é possível através de um planejamento adequado.

Neste planejamento, deve-se levar em consideração todas as variáveis envolvidas, onde as informações do mundo real estejam interligadas por coordenadas geográficas, surgindo com isso a necessidade da base cartográfica para fornecer aos planejadores subsídios na elaboração de seus projetos.

A base cartográfica deve ser entendida como um documento cartográfico das informações do mundo real. Seja este apresentado de forma convencional ou digital. O inter-relacionamento entre o documento cartográfico e os dados do mundo real é feito, entre outros, por um sistema de projeção cartográfica adequado e uma escala conveniente. Sua aquisição deve ser criteriosa e acompanhada por profissionais que conheçam as necessidades dos usuários.

## 2 ESTUDO DAS DISTORÇÕES EM ESCALAS GRANDES

O domínio da Cartografia caracteriza-se, de uma forma genérica, em representar porções (extensas ou reduzidas) da superfície terrestre em um determinado plano, sendo estas resultantes de levantamentos - por meio da Geodésia, da Astronomia, da Topografia, da Fotogrametria, etc. Surge com isto o problema da representação gráfica da superfície terrestre ou parte desta.

O problema básico das projeções consiste em representar uma superfície curva no plano. Acarretando um número extenso de soluções aproximadas, que consistem em estabelecer equações que relacionam as coordenadas geográficas (Latitude e Longitude) com as coordenadas planas (x e y), que podem ser expressas pelas seguintes equações:

$$x = f(\phi, \lambda)$$
$$y = f'(\phi, \lambda)$$

Nas formulações matemáticas representa-se a forma da Terra por um sólido de revolução, o elipsóide ou a esfera, os quais são denominados superfície de referência e tem seus parâmetros conhecidos, em que todos os pontos físicos estão relacionados matematicamente, sendo estes quaisquer pontos da superfície terrestre.

A estas formulações dá-se o nome de projeção cartográfica, que são utilizadas considerando o espaço físico geográfico que se deseja mapear. Nenhuma projeção pode receber a honra de se intitular "Projeção Ideal", capaz de proporcionar a solução geral do problema cartográfico.

Qualquer projeção representa a superfície terrestre com deformações. Há projeções que conseguem evitar algumas deformações, porém não todas, senão o problema estaria resolvido.

No Brasil, as entidades públicas e privadas, produtoras e usuárias de serviços cartográficos, estão submetidas às instruções das normas técnicas da cartografia nacional. Estas instruções destinam-se a estabelecer procedimentos e padrões a serem obedecidos na elaboração e apresentação de produtos cartográficos, bem como critérios a serem adotados no desenvolvimento das atividades cartográficas.

Para tanto, o decreto 89.818, de 20 de junho de 1984 publicado no Diário Oficial da União, estabelece estas normas, constando no Capítulo II a "Classificação de uma Carta quanto à exatidão" e "Classes de Cartas".

As cartas quanto à sua exatidão devem obedecer ao Padrão de Exatidão Cartográfica, P.E.C., no qual noventa por cento dos pontos bem definidos numa carta, quando testados no terreno, não deverão apresentar erro superior ao Padrão de Exatidão Cartográfica Planimétrico estabelecido.

As cartas são classificadas pelo P.E.C. como A, B e C, especificadas a seguir:

CLASSE A: Padrão de Exatidão Cartográfica Planimétrico igual a 0,5mm na escala da carta, sendo de 0,3mm na escala da carta o Erro-Padrão correspondente;

CLASSE B: Padrão de Exatidão Cartográfica Planimétrico igual a 0,8mm na escala da carta, sendo de 0,5mm na escala da carta o Erro-Padrão correspondente;

CLASSE C: Padrão de Exatidão Cartográfica Planimétrico igual a 1mm na escala da carta, sendo de 0,6mm na escala da carta o Erro-Padrão correspondente.

Segundo Carvalho (1984), o Erro-Padrão preconizado de 0,3mm da Classe A, é composto de 0,2mm para o Erro Gráfico e 0,1mm para o Limite de Erro de Representação Gráfica.

Fazendo um estudo sobre as afirmações de Carvalho, e analisando as dimensões da folha no formato A1, onde o maior comprimento retirado da carta é 790mm na diagonal, podemos determinar a amplitude do fator de distorção para a carta ser classificada como Classe A pelo P.E.C..

$$K_{\min} = \frac{D_{\max} - L}{D_{\max}}$$
$$K_{\max} = \left( \frac{D_{\max} - L}{D_{\max}} \right)^{-1}$$

sendo:

K = fator de distorção linear;

L = limite de erro de representação gráfica = 0,1mm;

Dmax = diagonal da folha do formato A1 = 790mm;

Os valores encontrados para a distorção devido à projeção são de 0,999873 na região de maior redução e de 1,000126 na região de maior ampliação. Através desta análise determinamos dentro das normas cartográficas, citadas anteriormente, os valores correspondentes entre a máxima e mínima distorção de representação para cartas com padrão Classe A.

### 3 PROJEÇÃO TRANSVERSA DE MERCATOR

A Projeção Transversa de Mercator em sua forma esférica foi inventada pelo matemático e cartógrafo Johann Heinrich Lambert (1728-1777). Trata-se de uma projeção conforme. Seu desenvolvimento foi baseado em considerações elementares (provavelmente em uma forma geométrica mais apropriada), entretanto, Lambert referiu-se indiretamente sobre a forma elipsoidal para esta projeção.

Em 1822, o matemático Carl Friedrich Gauss (1777-1855), estabeleceu derivações analíticas para a projeção, mostrando ser a projeção Transversa de Mercator um caso especial de conformidade entre duas superfícies. Então L. Krüger, de 1912 a 1919 completou um desenvolvimento de fórmulas que se apropriam para cálculos numéricos.

### 3.1 Projeção Universal Transversa de Mercator - O Sistema UTM

O Sistema UTM foi criado pelo belga Gerard Kremer, a partir de modificações efetuadas na Projeção Conforme de Gauss. Ele usou como superfície de projeção 60 cilindros transversos e secantes à superfície de referência (elipsóide), cada um com amplitude de  $6^\circ$  em longitude. Seu uso é limitado entre os paralelos  $80^\circ\text{S}$  e  $80^\circ\text{N}$  [6].

O Sistema UTM é conforme, ou seja, não há deformações angulares, mas as distâncias e áreas apresentam deformações. A deformação de área é função exclusiva da deformação linear. Esta é função da posição ocupada pelos pontos dentro de um fuso UTM, sendo a variável conhecida como coeficiente de deformação linear e é representada pela letra  $K$ .

Os cilindros são distribuídos na superfície de referência, de modo a abranger fusos de  $6^\circ$  de amplitude, compreendido entre as longitudes múltiplas de 6 (...  $60^\circ$ ,  $54^\circ$ ,  $48^\circ$ , ...). Sobre os meridianos centrais M.C. de cada fuso, existe uma deformação linear de coeficiente  $K=0,9996$ . Do mesmo modo, na intersecção dos cilindros com a superfície de referência - as linhas de secâncias - o coeficiente de deformação linear é unitário.

Cada um dos fusos, chamados fusos UTM, tem origem na intersecção do seu Meridiano Central com a linha do Equador. As coordenadas UTM destes pontos são  $x=E$  (Este) = 500.000,00 metros, e  $y=N$  (Norte) = 10.000.000,00 metros, no Hemisfério Sul, e  $y=N = 0,0$  metros, no Hemisfério Norte.

O coeficiente de deformação linear ( $K$ ), varia de 0,9996, sobre o Meridiano Central, a 1,0007, nos extremos do fuso, passando pelo valor unitário sobre as linhas de secâncias.

### 3.2 Projeção Regional Transversa de Mercator - O Sistema RTM

O Sistema RTM, Regional Transverso de Mercator, é um sistema derivado da projeção TM. A sua definição está fundamentada para que se tenha a melhor

solução nos propósitos de mapeamentos. Para tanto, o cartógrafo contará com uma diversidade de fatores relevantes na definição de um sistema de projeção, dentre eles: o tamanho da área mapeada e a escala de representação.

Nesta visão, foi desenvolvido um sistema regional para o Estado do Paraná, batizado pela sigla RTM-PR (Regional Transverso de Mercator-Paraná), que visa adequar a base cartográfica com a precisão exigida nas cartas em escalas superiores a 1:25.000, as quais não são normatizadas pela legislação cartográfica.

O sistema RTM-PR é definido para as características geográficas do Estado do Paraná, objetivando a minimização das deformações devido a projeção em cartas de escalas grandes, compatibilizando com o Padrão de Exatidão Cartográfica da classe A.

Estabeleceu-se alguns critérios para auxiliar a definição do sistema RTM-PR, citados abaixo:

1) A deformação proveniente da projeção deve ser menor, ou no máximo igual, ao limite de erro de representação gráfica citado por CARVALHO (1984), e que a carta deve ser considerada padrão Classe A;

2) As bordas dos fusos centrais não deverão passar dentro de áreas urbanas e, na impossibilidade disto, que pelo menos sejam preservadas as maiores cidades do estado;

3) Que cada borda de fuso seja limitada pela articulação do mapeamento sistemático brasileiro a partir da escala 1:50.000, ou seja, a borda do fuso deve coincidir com a borda da folha do mapeamento sistemático;

4) Que em qualquer lugar do Estado, a distorção ( $K$ ) devida à projeção seja muito menor do que a distorção do sistema UTM, certificando-se que este sistema possibilite a produção de cartas mais precisas que o sistema UTM.

O sistema RTM-PR adota três fusos com amplitude de  $2^\circ15'$  que recobrem o território paranaense. Em todo o fuso a distorção proveniente da projeção é menor que a máxima permitida, sendo que no meridiano central o fator de distorção é de 0.999 915. Adotá as constantes 3 000 000m para as coordenadas N e 300 000m para as coordenadas E. Para que nenhum município seja mapeado por dois fusos é estabelecida um prolongamento de  $30'$ .

### 3.2.1 Especificações do Sistema RTM-PR

Nome: Regional Transversa de Mercator - Paraná

Sigla: RTM-PR

Fuso 1 :

- meridiano central:  $49^{\circ}07'30''W$
- borda de fuso a este:  $48^{\circ}00'W$
- borda de fuso a oeste:  $50^{\circ}15'W$
- $K_0 = 0,999915$
- $N = 3\ 000\ 000m + K_0.x_{tm}$
- $E = 300\ 000m + K_0.y_{tm}$

Fuso 2 :

- meridiano central:  $51^{\circ}22'30''W$
- borda de fuso a este:  $50^{\circ}15'W$
- borda de fuso a oeste:  $52^{\circ}30'W$
- $K_0 = 0,999915$
- $N = 3\ 000\ 000m + K_0.x_{tm}$
- $E = 300\ 000m + K_0.y_{tm}$

Fuso 3 :

- meridiano central:  $52^{\circ}37'30''W$
- borda de fuso a este:  $52^{\circ}30'W$
- borda de fuso a oeste:  $54^{\circ}45'W$
- $K_0 = 0,999915$
- $N = 3\ 000\ 000m + K_0.x_{tm}$
- $E = 300\ 000m + K_0.y_{tm}$

### 4 DEFINIÇÃO DA PROJEÇÃO ADEQUADA PARA O PARANÁ

Para analisarmos as duas projeções restantes (UTM e RTM-PR), optou-se em demonstrar os valores do coeficiente de deformação e o erro relativo, mediante uma variação de longitude para cada projeção, na latitude constante de  $24^{\circ}$  Sul, sendo apresentado na tabela a seguir :

TABELA 3.1 - COEFICIENTES DE DEFORMAÇÃO UTM/RTM-PR E ERROS RELATIVOS

$\lambda$	UTM			RTM - PR		
	K	MC	Erro Relativo 1/	K	MC	Erro Relativo 1/
$48^{\circ}00'W$	1,00075	$51^{\circ}W$	1333	1,00008	$49^{\circ}07'30''W$	12500
$48^{\circ}30'W$	1,00040	$51^{\circ}W$	2500	0,99996	$49^{\circ}07'30''W$	25000
$49^{\circ}00'W$	1,00011	$51^{\circ}W$	9091	0,99992	$49^{\circ}07'30''W$	12500
$49^{\circ}30'W$	0,99989	$51^{\circ}W$	9091	0,99993	$49^{\circ}07'30''W$	14286
$50^{\circ}00'W$	0,99973	$51^{\circ}W$	3704	1,00001	$49^{\circ}07'30''W$	100000
$50^{\circ}30'W$	0,99963	$51^{\circ}W$	2703	1,00001	$51^{\circ}22'30''W$	100000
$51^{\circ}00'W$	0,99960	$51^{\circ}W$	2500	0,99993	$51^{\circ}22'30''W$	14286
$51^{\circ}30'W$	0,99963	$51^{\circ}W$	2703	0,99992	$51^{\circ}22'30''W$	12500
$52^{\circ}00'W$	0,99973	$51^{\circ}W$	3704	0,99996	$51^{\circ}22'30''W$	25000
$52^{\circ}30'W$	0,99989	$51^{\circ}W$	9091	1,00008	$53^{\circ}37'30''W$	12500
$53^{\circ}00'W$	1,00011	$51^{\circ}W$	9091	0,99996	$53^{\circ}37'30''W$	25000
$53^{\circ}30'W$	1,00040	$51^{\circ}W$	2500	0,99992	$53^{\circ}37'30''W$	12500
$54^{\circ}00'W$	1,00075	$51^{\circ}W$	1333	0,99993	$53^{\circ}37'30''W$	14286
$54^{\circ}30'W$	1,00117	$51^{\circ}W$	855	1,00001	$53^{\circ}37'30''W$	100000

Mediante os valores encontrados na tabela, verifica-se que os erros relativos para o sistema RTM-PR são mais precisos que no sistema UTM. Isto mostra a viabilidade da aplicação do sistema elaborado especificamente para cartas em escalas grandes, as quais apresentam a qualidade descrita neste trabalho.

Para termos uma noção de quantificação do erro proveniente da projeção, no sistema UTM poderá chegar ao erro de 1 mm na carta, enquanto no sistema RTM-PR o erro será de 0,06 mm, sendo estes valores analisados na pior situação dos sistemas.

Num outro exemplo tomamos o caso do ponto ( $24^{\circ}S, 54^{\circ}30'W$ ), na projeção UTM com erro relativo de 1/855, esta deformação está mais de dez vezes superior ao erro permitido para a representação. Porém no pior caso do sistema RTM-PR, onde o erro relativo é 1/12500, além de ser melhor do que qualquer erro relativo no sistema UTM, apresenta-se compatível com a precisão exigida.

## 5 CONCLUSÃO

Como o presente trabalho objetivou o estudo de um sistema de projeção cartográfica mais adequado ao mapeamento em grandes escalas no Estado do Paraná. Foram estudados os sistemas de projeções UTM e RTM, sendo este último definido especificamente para as características do território paranaense.

O Sistema UTM é o mais utilizado para os levantamentos na cartografia, uma vez que é definido pela legislação cartográfica brasileira. Porém, para os levantamentos regionais, principalmente para fins de cadastro, o sistema UTM vem sendo amplamente utilizado sem a relevância do estudo do fator de distorção. Nota-se com isto, a necessidade de uma redefinição no sistema de projeção.

Por definição dos Padrões de Exatidão Cartográfica planimétrico, entende-se que noventa por cento dos pontos bem definidos e testados nos documentos deverão estar dentro das tolerâncias planimétricas estabelecidas.

Em vista das considerações feitas por Carvalho em [5], o qual definiu que o limite do erro devido a representação seja de 0,1 mm na carta, e estudo feito para o fator de distorção com as dimensões da folha A1, determinou uma amplitude de distorção (0,999873 na região de maior redução e 1,000126 na de maior ampliação) o qual serviu de base na elaboração do sistema RTM-PR.

O sistema RTM-PR é composto por três fusos com uma amplitude de  $2^{\circ}15'$  com as constantes para N e E, 3.000.000 m e 300.000 m respectivamente e o fator de distorção no Meridiano Central é igual a 0,999915.

Analizando as projeções para fins de mapeamento em grandes escalas no Estado do Paraná, prova-se que o sistema RTM-PR é superior à precisão mínima exigida pelo PEC, tornando-o adequado aos propósitos do enfoque deste projeto.

Isto posto, para trabalhos cadastrais, em que se utilizam estas escalas, o sistema RTM-PR torna-se aplicável a mapeamentos de precisão, onde se pode ter credibilidade na base cartográfica.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1 ANTUNES, A. F. Notas de aulas, 1994.

- 2 BLACHUT, T. J. CHRZANOWSKI, A. SAASTAMOINEN J. H. *Urban Surveying and Mapping. General Direction of Geographic in the fiel National*. Springel - Verlang Inc. 1980.
- 3 CARVALHO, Fernando Rogrigues de. *Cadastro Geoambiental Polivalente, Projeção TM (Conforme de Gauss)*. Informativo COCAR número especial. Presidência da República. Secretaria de Planejamento. Comissão de Cartografia. Brasília. Dezembro de 1984.
- 4 \_\_\_\_\_. *Diário Oficial da União*, 20 de junho de 1984.
- 5 \_\_\_\_\_. *Diário Oficial do Estado do Paraná*, 08 junho de 1993.
- 6 KRAKINSKY, Edward J. *Conformal Map Projections in Geodesy*. Department of Surveying Engineering. University of New Brunswick. Septembe. 1973.
- 7 MALING, D.H.. *Coordinate Systens and Maps Projections*. Great Britain by Ebenezer Baylis & Son Limited. The Trinity Press. London. 1980.
- 8 ROCHA, R. dos SANTOS. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 1994.