

DIGITALIZAÇÃO DE FOLHAS EM BORDA DE FUSO UTM

LUIZ FELIPE FERREIRA
LEONARDO CASTRO DE OLIVEIRA

Instituto Militar de Engenharia - DE/6
Praça General Tibúrcio, 80
22290-270 - Praia Vermelha - Rio de Janeiro
E-Mail: S6PGRAD @ IMERJ

JORGE PIMENTEL CINTRA

Escola Politécnica da USP - PTR
Cidade Universitária - Caixa Postal 61.548
05500-000 - São Paulo

Resumo. O presente trabalho tem por objetivo avaliar o emprego generalizado da Transformação Afim na solução do problema de transposição de fusos UTM durante o processo de digitalização. São analisados os aspectos teóricos deste tipo de solução para diversas escalas, latitudes e quantidade de pontos de controle. Ao final, foi realizado um teste prático de comprovação.

Abstract. The main objective of this paper is the valuation of generalized use of Affine Transformation in the solution of UTM zone transposition problem during digitalization. Theoretical aspects are considered for different scales, latitudes and number of control points. A practical test was also carried out.

01. INTRODUÇÃO

As duas últimas décadas foram prodigas para o desenvolvimento da Cartografia Digital. Visando os mais diversos objetivos, houve uma tendência crescente à adoção de mapas e cartas em meio digital. Um dos fatores mais importantes foi sem dúvida a digitalização para o uso em Sistemas de Informações Geográficas (SIG).

Outro aspecto que não pode ser menosprezado é a existência de um grande acervo cartográfico disponível em meio convencional - cartas impressas, desenhos à nanquim e originais de restituição - que estão sendo conver-

tidos para o meio digital e, em paralelo, uma série de restituições que já produzem diretamente os mapas em forma digital.

Ao promover a digitalização de documentos existentes sob a forma analógica deve-se levar em conta uma variável, normalmente sub-estimada, mas fundamental que é a Projeção Cartográfica utilizada e que pode ser fonte de erro, se não for tratada adequadamente.

No processo de digitalização, notadamente quando realizada de acordo com o modelo vetorial, a transposição do meio analógico para o digital se

realiza com o auxílio de alguma transformação geométrica implícita quando se passa do Sistema de Coordenada da carta - curvilineas geodésicas, planas UTM, outras - para o da mesa, que é plano, com escala única em todos os pontos e direções.

Devido ao largo emprego no Brasil de documentos cartográficos referenciados ao Sistema UTM, surge ainda outro fator a ser considerado. A conexão de duas folhas situadas em fusos adjacentes. O estudo deste caso é o objetivo deste trabalho.

02. COLOCAÇÃO DO PROBLEMA

Na prática do caso brasileiro, o Sistema adotado, na grande maioria dos casos, é o UTM. Cada folha é colocada sobre a mesa digitalizadora, calibrada por pontos nos cantos e digitalizadas sem maiores considerações. Um primeiro problema é a não uniformidade de escala.

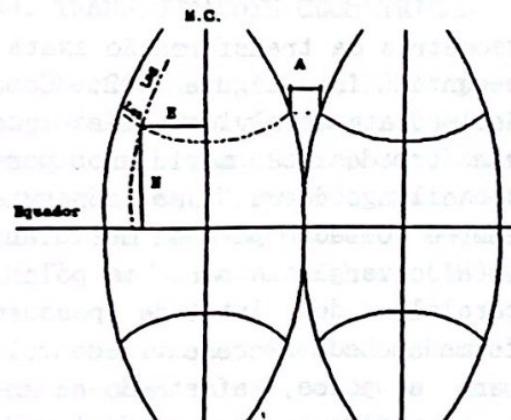


Figura 01

Outro surge ao se ter que conectar folhas de carta, na transição de fusos. Tem-se então um aspecto crítico a ser considerado: o Sistema de Coordenadas Planas UTM, aplicado ao globo, é constituído por 60 sub-sistemas - fusos - idênticos e independentes.

Ao se justapor fusos adjacentes, de acordo com a orientação da malha de coordenadas, os mesmos possuirão um ponto de contato na linha do Equador com o progressivo afastamento das transformadas homólogas do meridiano limite, consideradas em cada fuso. A Figura 01 ilustra o problema e o Gráfico 01 quantifica o afastamento A, em quilometros, em função da latitude.

Afastamento das Bordas 'Zona Morta'

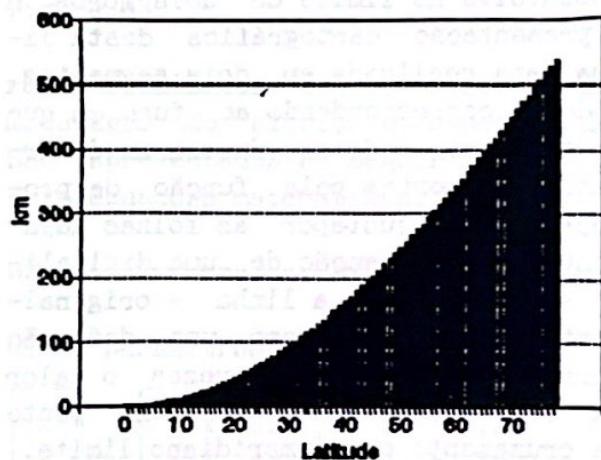


Gráfico 01

O procedimento usual para conexão de fusos prevê o desenvolvimento de uma zona de superposição entre os mesmos. Analiticamente corresponde a se efetuar uma ampliação nos limites de cada fuso - 30 minutos para cada lado -, com os correspondentes cálculos da projeção.

Os cálculos são efetuados nesta faixa contínua sendo cada elemento, posteriormente, referenciado ao seu fuso original.

Ao se pretender coletar dados de uma carta por meio de uma operação de digitalização - seja vetorial ou matricial - surge um terceiro sistema de coordenadas, correspondente ao dispositivo de aquisição. Neste caso,

trata-se de um Sistema de Coordenadas Planas Cartesiano o qual servirá de intermediário para o relacionamento entre os fusos.

No entanto, o emprego deste sistema de passagem não é suficiente para sanar os problemas de transposição de fuso. Um exemplo bastante simples ilustra a situação: seja uma feição cartográfica de característica puramente linear e retilínea - uma linha de transmissão de energia - que se desenvolva no limite de dois fusos. A representação cartográfica desta linha será realizada em dois segmentos, cada um correspondendo ao fuso em que se encontra e de acordo com as deformações impostas pela função de projeção. Ao se justapor as folhas adjacentes para obtenção de uma digitalização continua, a linha - originalmente reta - sofrerá uma deflexão correspondente a duas vezes o valor da convergência meridiana, no ponto de cruzamento com o meridiano limite.

A solução exata seria transformar todo o arquivo proveniente da mesa digitalizadora para o fuso de interesse. Isso se realiza fazendo uma dupla transformação; de coordenadas UTM (N , E) referidas ao meridiano central de um fuso para as geodésicas (ϕ , λ) e a seguir calcular as novas coordenadas UTM (N' , E') referidas ao outro meridiano central. No entanto, tendo em conta a quantidade de pontos e a complexidade dos cálculos, esta operação é dispendiosa em termos computacionais.

Uma solução aproximada seria calibrar o mapa na mesa digitalizadora fornecendo, para os pontos de controle, não as coordenadas (N , E) que figuram no mapa mas as referidas ao outro meridiano central (N' , E'). Isso pode conduzir a resultados e

precisões inaceitáveis em função do grau de exatidão que se necessite para atender a finalidade do levantamento. Na realidade esse procedimento corresponde a uma transformação que inclui somente uma translação, uma rotação e uma mudança de escala, não sendo suficiente para absorver adequadamente todas as mudanças de um sistema para outro.

Surge assim uma proposta intermédia, de aplicar uma transformação não tão complexa como a UTM rigorosa, mas capaz de absorver melhor as mudanças geométricas. Concretamente será analisada a Transformação Afim.

A partir do conhecimento das coordenadas de pontos homólogos referenciados aos fusos "correto" e "estendido", escolhe-se um tipo de transformação geométrica, matematicamente bem definida e calculam-se os parâmetros de transformação. A partir destes, pode-se transformar qualquer outro ponto.

A geometria da transformação exata é apresentada na Figura 02. Como questão imediata envolvida tem-se que as transformadas dos meridianos possuirão, ao longo de um fuso, concavidade sempre voltada para o meridiano central e convergência para os polos. Os paralelos de latitude possuem transformadas com a concavidade voltada para os polos, afastando-se entre si na medida em que se afastam do meridiano central.

Entende-se por transformação geométrica adequada aquela cujo número de parâmetros seja suficiente para modelar a realidade existente e evitando o surgimento de problemas de natureza numérica ou geométrica. Apesar de algumas possibilidades serem pertinentes, a mais popular e usual-

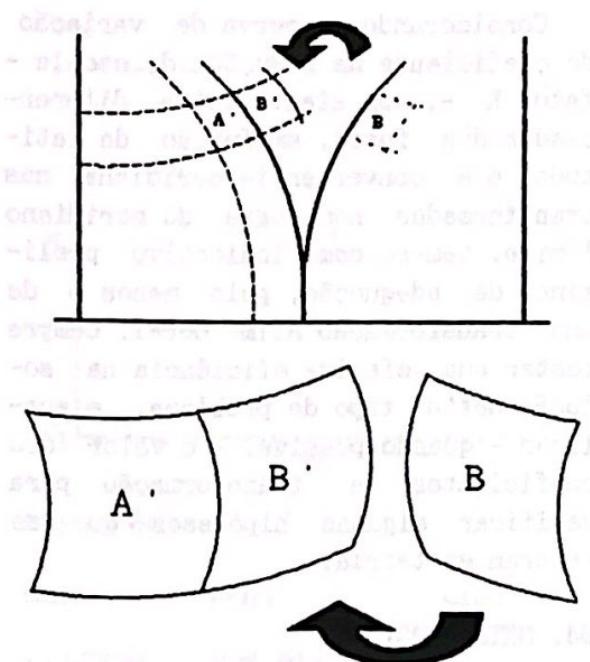


Figura 02

Os tipos de transformações mais comuns utilizadas em cada aplicação são: Afim, Rotação e Escala. A transformação mais comumente implementada em Sistemas de Mapeamento Digital é a Transformação Afim.

03. TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Ferreira et alii (1992) apresentam os modelos matriciais para os três grupos de transformações geométricas mais simples. Um estudo mais detalhado pode ser encontrado em Luginani (1987) ou Moffit & Mikhail (1980).

Dos casos apresentados, o mais genérico reporta-se a seis graus de liberdade envolvendo os dois sistemas, a saber:

2 translações - T_x e T_y ;

2 fatores de escala - E_x e E_y ;

1 rotação terciária - R_x ;

1 falta de ortogonalidade entre os eixos de um dos sistemas - R_y .

Todos os demais são casos particulares onde os graus de liberdade fo-

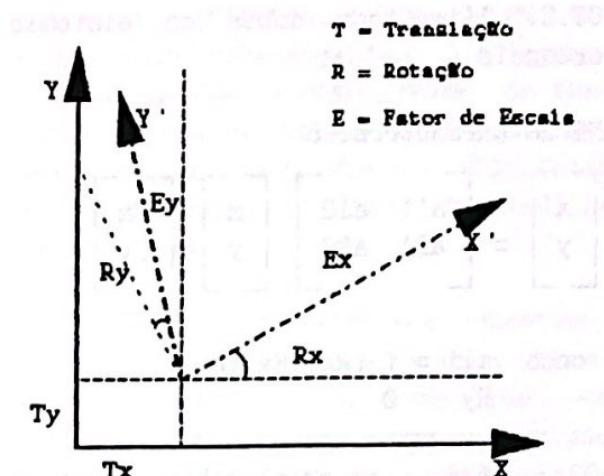


Figura 03

ram eliminados seletivamente para modelagem de situações específicas. São apresentados a seguir 5 casos e suas equações matemáticas.

03.1. Afim geral no Plano

Nº de parâmetros: 6

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$$

onde $a_{ij} = f(R_x, R_y, E_x, E_y)$.
sendo:

$$a_{11} = E_x[\cos(R_x)\cos(R_y) - \sin(R_x)\sin(R_y)]$$

$$a_{21} = E_x[\sin(R_x)\cos(R_y) - \cos(R_x)\sin(R_y)]$$

$$a_{12} = -E_y\sin(R_x)\cos(R_y)$$

$$a_{22} = E_y\cos(R_x)\cos(R_y)$$

Moffit e Mikhail (1980) consideram a falta de ortogonalidade como residual e promovem as aproximações de $\sin(R_y)$ e $\cos(R_y)$ por R_y e 1, respectivamente.

03.2. Afim, com ambos os sistemas ortogais.

Nº de parâmetros: 5

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$$

onde $a_{ij} = f(R_x, E_x, E_y)$.

$$R_y = 0$$

03.3. Afim, com escalas homogêneas em ambos os eixos.

Nº de parâmetros: 5

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$$

onde $a_{ij} = f(R_x, R_y, E)$.

$$E = E_x = E_y$$

03.4. Isogonal Plana, de Similaridade, Conforme ou de Helmert

Nº de parâmetros: 4

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} \cos(R) & -\sin(R) \\ \sin(R) & \cos(R) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$$

$$\text{onde } R = R_x$$

$$E = E_x = E_y$$

03.5. Ortogonal Plana ou de Corpo Rígido

Nº de parâmetros: 3

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(R) & -\sin(R) \\ \sin(R) & \cos(R) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$$

$$\text{onde } R = R_x$$

$$E = E_x = E_y = 1$$

Considerando a curva de variação do coeficiente de redução de escala - fator K -, os afastamentos diferenciados dos fusos, em função da latitude e a convergência meridiana nas transformadas homologas do meridiano limite, tem-se como indicativo preliminar de adequação, pelo menos o de uma Transformação Afim Geral. Cumpre testar sua efetiva eficiência na solução deste tipo de problema, e analisar - quando possível - o valor dos coeficientes da transformação para verificar algumas hipóteses que se esperam em teoria:

04. METODOLOGIA

Para comprovar a validade do emprego de uma Transformação Afim na solução do problema de transposição de fuso, optou-se por uma análise matemática, envolvendo os fusos UTM, procurando minimizar eventuais erros de calibração na mesa, decorrentes do operador e/ou do dispositivo. Foi então elaborada a seguinte metodologia:

- calcular, nas escalas e formatos do mapeamento sistemático, bem como nas escalas e formatos propostos para os levantamentos cadastrais, as coordenadas de pontos característicos - Figura 04 - de uma folha de carta, referenciadas aos dois fusos adjacentes;

- dos 9 pontos definidos, selecionar sub-conjuntos para cálculo dos parâmetros relativos à Transformação Afim, e testar os parâmetros sobre os restantes;

- para efeito de simplificação, os diversos formatos estudados foram codificados de acordo com suas respectivas escalas e são apresentados na Tabela 01.

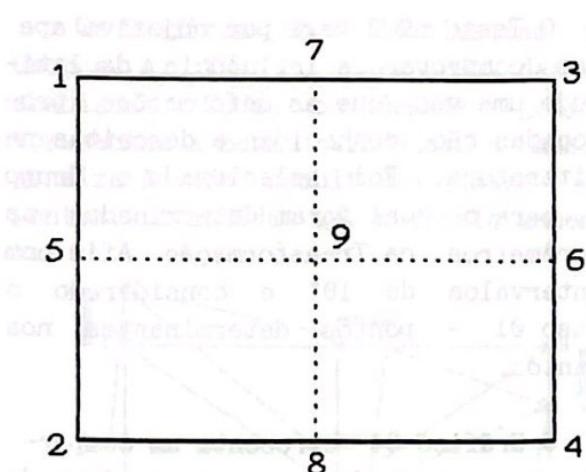


Figura 04

Escala	Formato	Esquema
1 : 1.000.000	--- 4° 00' 00" x 6° 00' 00"	
1 : 500.000	--- 2° 00' 00" x 3° 00' 00" --- A	
1 : 250.000	--- 1° 00' 00" x 1° 30' 00" --- B	
1 : 100.000	--- 0° 30' 00" x 0° 30' 00" --- C	
1 : 50.000	--- 0° 15' 00" x 0° 15' 00" --- D	
1 : 25.000	--- 0° 07' 30" x 0° 07' 30" --- E	
1 : 20.000	--- 0° 06' 00" x 0° 06' 00"	
1 : 10.000	--- 0° 03' 00" x 0° 03' 00" --- F	
1 : 5.000	--- 0° 01' 30" x 0° 01' 30" --- G	
1 : 2.000	--- 0° 00' 36" x 0° 00' 36" --- H	
1 : 1.000	--- 0° 00' 18" x 0° 00' 18" --- I	
1 : 500	--- 0° 00' 09" x 0° 00' 09" --- J	

Tabela 01

05. TESTE REALIZADOS

A avaliação dos resultados, em todos os testes realizados, deu-se a partir da comparação de coordenadas, ditas reais e obtidas pela aplicação das equações rigorosas da projeção, com as coordenadas resultantes da aplicação da Transformação Afim. Dos

9 pontos definidos, alguns foram tomados como determinantes dos parâmetros e os demais como pontos de controle. Para os pontos determinantes, foram também calculadas as diferenças de coordenadas, a título de análise de resíduos.

O Teste nº 1 teve por objetivo avaliar a geometria dos pontos empregados no cálculo dos parâmetros, ou seja, qual a influência que a posição geométrica dos pontos geradores possuem no resultado final. Foram criadas 6 casos distintos, a saber:

Caso 01 : Apenas os cantos da folha, correspondendo à situação prática mais usual. Pontos Determinantes: 1, 2, 3 e 4.

Caso 02 : Inclusão dos pontos médios dos lados superior e inferior, de modo a melhor modelar as variações do coeficiente de deformação K. Pontos Determinantes: 1, 2, 3, 4, 7 e 8.

Caso 03 : Análogo ao Caso 02, com substituição nos pontos médios. Neste caso foram consideradas as bordas esquerda e direita. Pontos Determinantes: 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

Caso 04 : Junção dos casos 02 e 03. Considerados os cantos e todos os pontos médios das bordas das folhas. Pontos Determinantes: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8.

Caso 05 : Substituição dos pontos médios das bordas pelo ponto central. Pontos Determinantes: 1, 2, 3, 4 e 9.

Caso 06 : Considerados apenas os pontos médios das bordas. Neste caso haverá extrapolação ao se aplicar os parâmetros sobre os pontos de controle. Pontos Determinantes: 5, 6, 7 e 8.

Os 6 casos descritos foram processados para o Grupo A, na latitude de 0° e para os Grupos E e J, na latitude de 30° .

Analizados os resultados, pode-se constatar uma tendência sistemática, sem contudo ser possível precisar qual geometria é a mais adequada. Cada um dos resultados indicou uma tendência diferente. Uma análise mais detalhada, envolvendo um maior número de escalas e latitudes indicará a lei de formação desta tendência.

Os Gráficos 02 e 03 ilustram o Grupo E, na latitude 30° . Os demais processamentos apresentaram resultados similares.

Grupo E - Latitude 30
Coordenada NORTE

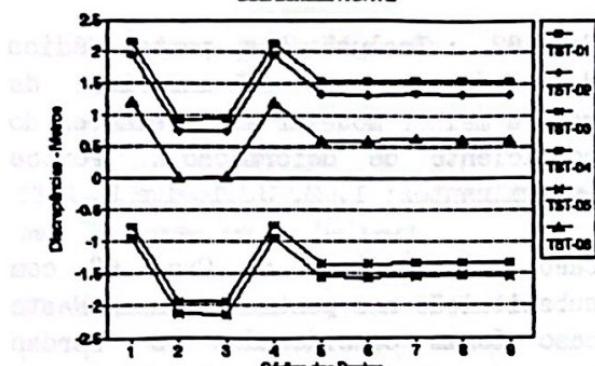


Gráfico 02

Grupo E - Latitude 30
Coordenada ESTE

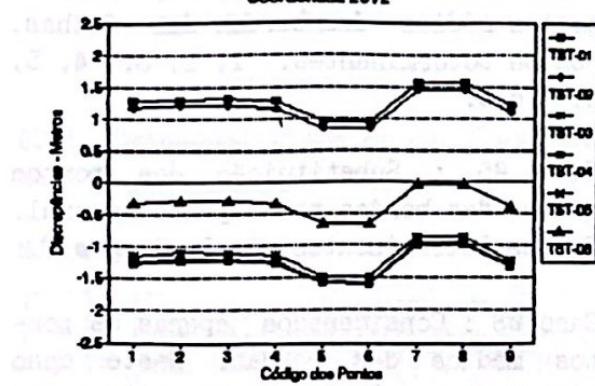


Gráfico 03

O Teste nº 2 teve por objetivo apenas comprovar a influência da latitude uma vez que as deformações provocadas são conhecidas e descritas na literatura. Foi selecionado o Grupo H, para o qual foram determinados os parâmetros da Transformação Afim com intervalos de 10° e considerado o Caso 01 - pontos determinantes nos cantos.

O Gráfico 04 apresenta um comportamento esperado e atesta a taxa de crescimento das deformações como função da latitude. Os valores apresentados referem-se à média da composição dos erros em abscissa e ordenada, nas diversas latitudes. A título de comparação, foi lançado o valor do Padrão de Exatidão Cartográfica, classe A, para a escala considerada.

O Teste nº 3, teve por objetivo quantificar os erros associados à uma transposição de fuso, por intermédio da aplicação da Transformação Afim. Os cálculos restringiram-se ao Caso 01, por ser o mais largamente empregado, negligenciando-se, por ora, o efeito sistemático da geometria dos pontos determinantes. Quanto à variável latitude, foram tomados valores a 0° , 30° e 60° .

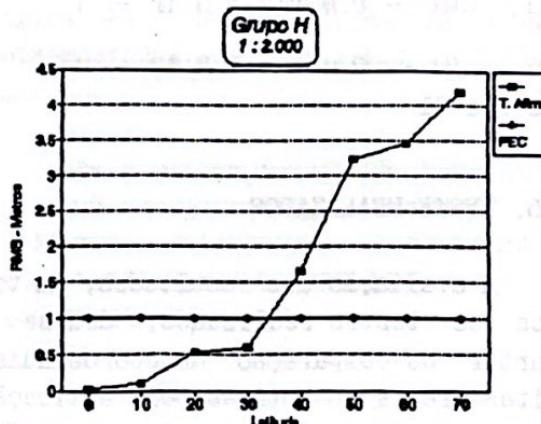


Gráfico 04

Os Gráficos 05 a 10 ilustram os Grupos A, E e J, para ordenadas e abscissas. Todos os demais grupos apresentam a mesma tendência à homogeneização de resultados entre os pontos, à medida que a escala aumenta.

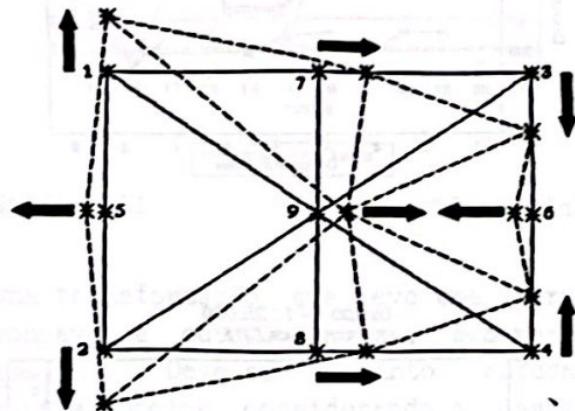


Figura 05

Os vetores erro são visualizados na Figura 05, com um significativo exagero. Pode-se observar a tendência de fuga dos cantos, na coordenada Norte, e dos demais, na coordenada Este. A figura 06 permite uma visão esquemática do resultado da transformação. A linha cheia, corresponde à geometria da folha B em seu fuso original. A linha tracejada corresponde à geometria da folha B' caso fosse calculada no fuso adjacente e, a linha pontilhada, corresponde ao resultado da Transformação Afim, ou seja, fisicamente existe a folha B, que após a transformação deveria ser representada como B' mas assume a geometria Bt.

Finalmente o Teste nº 4, teve por objetivo comprovar os resultados teóricos em uma situação prática. Foi selecionada a folha 1 : 250.000, Ribeirão Preto, do fuso -45° e calibrada com as coordenadas dos cantos referidas ao fuso adjacente de -51° . O resultado da calibração, fornecido pelo programa utilizado - CartoCAD

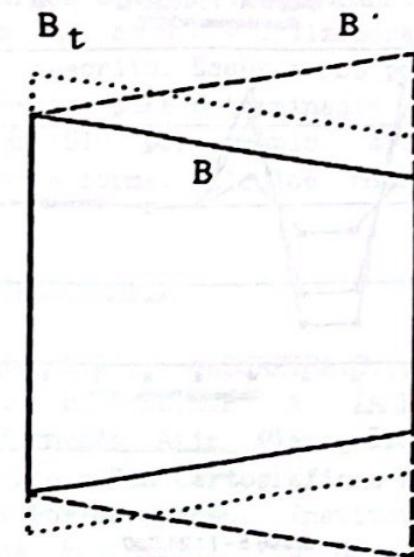


Figura 06

2.0 - indicou um erro médio de 17 metros na coordenada Este e 30 metros na coordenada Norte. Foram então digitalizados 12 pontos descritores das intersecções das transformadas de meridianos e paralelos, a saber: 10, 11 e 12, correspondendo ao meridiano de $-47^\circ 45'$ e latitudes $-21^\circ 15'$, $-21^\circ 30'$ e $-21^\circ 45'$, respectivamente. Os pontos 13 a 21 correspondem aos meridianos $-47^\circ 30'$, $-47^\circ 15'$ e $-47^\circ 00'$, nas mesmas latitudes.

O Gráfico 11 demonstra claramente que os resultados práticos, devido à incidência dos erros de operação e da própria mesa digitalizadora, degradam ainda mais os resultados.

06. CONCLUSÕES

Devido às características da Transformação Afim, no que se refere à manutenção da colinearidade e paralelismo entre as linhas homólogas, conclui-se que este tipo de transformação geométrica não é adequado à transposição de fusos quando se quer manter o PEC. Este problema requer

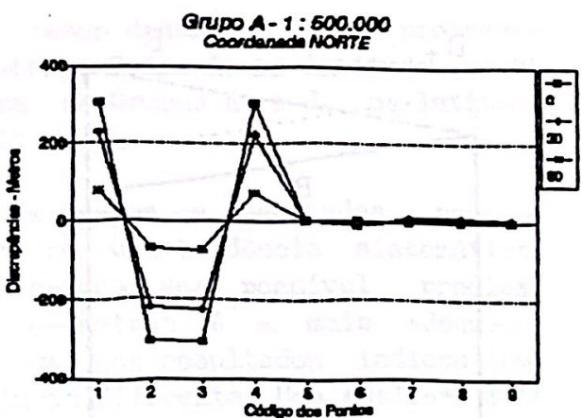


Gráfico 05

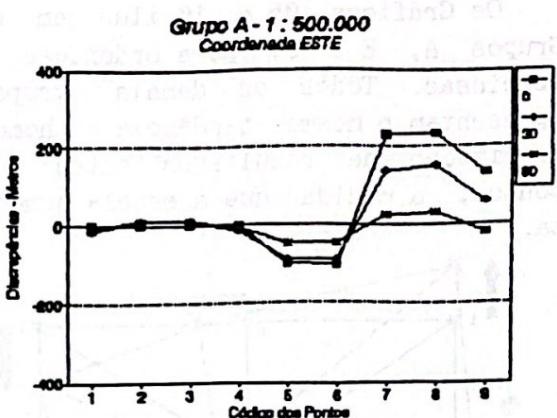


Gráfico 06

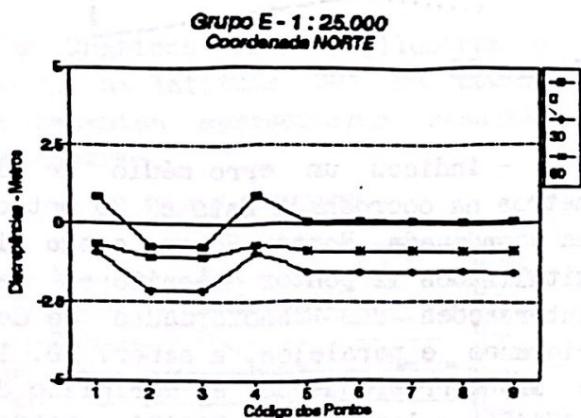


Gráfico 07

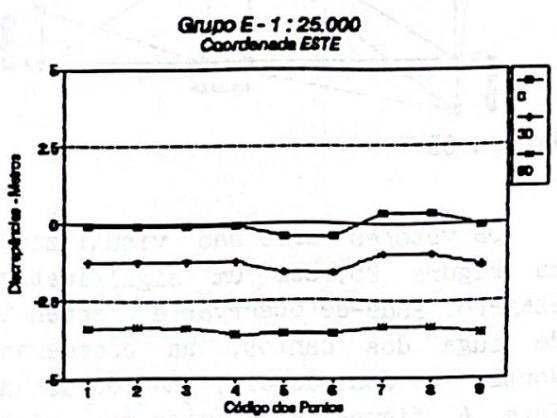


Gráfico 08

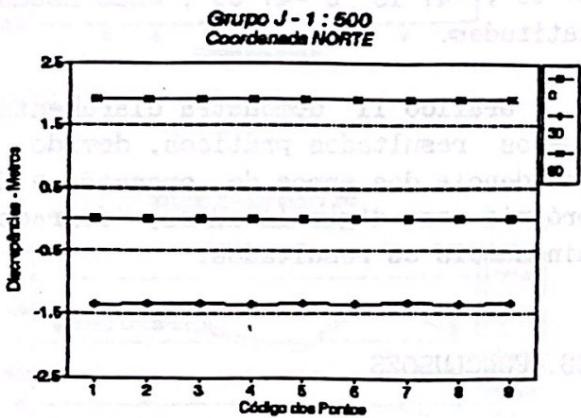


Gráfico 09

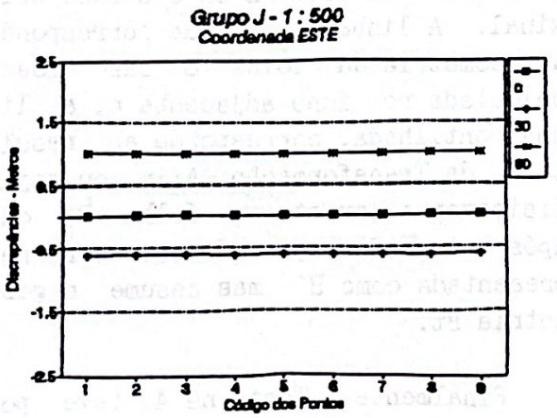


Gráfico 10

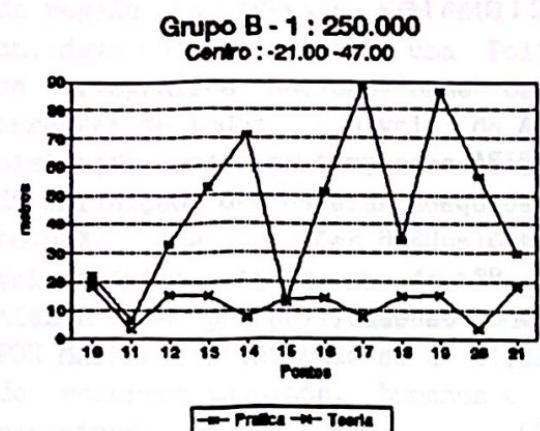


Gráfico 11

uma transformação que leve uma curva concava à outra, convexa, sem paralelismo. Deve-se portanto estudar outros modelos, considerando a descharacterização da projeção original.

Considerando ainda que, na prática, os programas disponíveis no mercado implementam este tipo de transformação, deve-se estar atento aos erros introduzidos na base digital resultante. Desta forma, em função da escala, latitude média da folha e dos pontos de controle selecionados, uma carta, originalmente classe A, ao ser digitalizada pode gerar dados piores que uma carta classe C. Esta degradação de precisão deve ser analisada caso a caso, em função dos objetivos finais a que se destinam os dados digitais.

Um estudo mais detalhado, cobrindo cada faixa de escala, a intervalos menores de latitude poderá indicar quais os erros específicos para casos particulares, levando a conclusões do tipo: para a Escala 1 : E, até a latitude θ , com n pontos de calibração, espera-se uma degradação na precisão de X % .

Outro estudo de interesse que fica em aberto é a quantificação dos erros

que surgem ao fazer uma transformação direta na mesa digitalizadora, conforme descrito. Esses erros podem ser aceitáveis para determinadas aplicações em SIG, por exemplo. Evitar-se-ia, desta forma, cálculos desnecessários.

07. BIBLIOGRAFIA

- FERREIRA,L.F.; MADUREIRA,C.; CORREA,F.; BHERING,S.B. & ZAMBRANO,G. Transformação Afim Plana. Seminário sobre Projeções Cartográficas no Curso de Pós-Graduação. Instituto Militar de Engenharia. Rio de Janeiro. agosto/1992. 116 pp.
- HRADILEK,L. & HAMILTON,A.C. A Systematic Analysis of Distortions in Map Projections - Lecture Notes # 34. Fredericton. University of New Brunswick. 1973. 37 pp.
- LUGNANI,J.B. Introdução à Fotogrametria. Curitiba. Imprensa Universitária da UFPr. 1987. 134 pp.
- MARTIN,G.E. Transformation geometry. New York. Springer-Verlag. 1982. 237 pp.
- MOFFIT,F.H. & MIKHAIL,E.M. Photogrammetry. New York. Harper & Row, Pub. Inc. 1980. 648 pp.
- RICHARDUS,P. & ADLER,R. Map Projections for Geodesists. Cartographers and Geographers. Amsterdam. North Holland Pub.Co. 1972. 173 pp.
- SANCHEZ-MARMOL,L. & PEREZ-BEATO,M. Geometría Metrica, Proyectiva y Sistemas de Representación. SAETA - Sociedad Anónima Española de Traductores y Autores. 1945. 655 pp.
- SNYDER,J. Map Projections-A Working Manual / G.S. Paper 1395. Reston U.S. Geological Survey. 1987. 383 pp.