MODELOS MATEMÁTICOS PARA MONORESTITUIÇÃO

DAL POZ, Aluir Porfirio[1]

[1]Professor Assistente Doutor. Professor e Pesquisador da Área de Fotogrametria.
Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências e Tecnologia. Departamento de Cartografia.
Caixa Postal 957. 19060-900 - Presidente Prudente - SP.
Fone: (018) 221-5388. Fax: (018) 223-2227. E-mail: ueppr@eu.ansp.br

ABSTRACT

The mono-plotting problem requires only a photograph, its exterior orientation parameters and a representation of the surface. The mathematical models for mono-plotting are based on the intersection between the collinearity equation and the surface representation. The later can be a numerical representation (Digital Terrain Model - DTM) or a mathematical model representing the surface. In this paper is presented the mono-plotting models developed and tested by the author, whose principal feature is the use of mathematical models for the representation of the surface. Several possibilities are used: 1- a surface limited by flat polygons (polyhedron); 2- a surface limited by bilinear surfaces; 3- a flat surface and; 4- a ellipsoidal surface. This paper will treat only the mathematical aspect of those models.

Keywords: Photogrammetry, Mono-Plotting, Mapping.

RESUMO

A solução para o problema de monorestituição requer somente uma fotografia, os dados de orientação exterior da fotografia e uma forma de representação do relevo fotografado. Os respectivos modelos matemáticos baseiam-se na intersecção da reta de colinearidade com o relevo representado na forma numérica (DTM) ou funcional. As soluções que serão apresentadas neste artigo foram desenvolvidas e testadas pelo autor, cuja principal característica principal é o uso de representações funcionais para representar o relevo. Várias possibilidades são usadas: 1- uma superfície limitada por polígonos planos (poliedro); 2- uma superfície limitada por superfícies bilineares; 3- uma superfície plana e; 4- uma superfície elipsóidica. Este trabalho tratará apenas do aspecto matemático destes modelos.

Palavras Chave: Fotogrametria, Monorestituição, Mapeamento.

1. INTRODUÇÃO

O processo fotogramétrico de monorestituição foi concebido por Makarovic (1973). Posteriormente, Masry & Maclarem (1979) e Lugnani (1985) destacaram o potencial deste processo na atualização cartográfica.

A solução do problema de monorestituição requer uma única fotografia, os seus parâmetros de orientação exterior e uma forma de representação do relevo fotografado.

Os parâmetros de orientação exterior podem ser obtidos através do processo de resseção espacial.

O método proposto por Makarovic (1973) tem por princípio a interseção da reta de colinearidade com um DTM da região, resultando numa solução iterativa. Já a solução que será apresentada neste artigo tem por princípio a interseção da reta de colinearidade com uma superficie matemática que modela a região de interesse. Neste caso, cada ponto-imagem será mapeado no seu correspondente ponto-objeto diretamente, isto é, sem iterações.

Os modelos de monorestituição que serão apresentados neste artigo foram desenvolvidos pelo autor e foram inspirados em um outro modelo fotogramétrico comumente utilizado na correção geométrica de imagens de sensores de varredura (Machado e Silva, 1988). Somente o modelo baseado na representação poliédrica do relevo (seção 2.3.1) foi publicado. Esse modelo matemático foi inicialmente apresentado em Dal Poz (1991) e os resultados de sua aplicação na atualização cartográfica em Dal Poz & Faria (1993).

2. DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS MATEMÁTICOS

2.1. Princípio

Como já foi dito, a solução concebida por Makarovic (1973) baseia-se na interseção da reta de colinearidade - equação de colinearidade inversa - com um DTM. Por outro lado, a solução que será apresentada neste trabalho baseia-se na intersecção da reta de colinearidade com um modelo matemático do relevo. Então, um princípio geral para o processo de monorestituição pode ser enunciado como sendo a intersecção da reta de colinearidade com uma forma de representação do relevo - numérica (DTM) ou funcional.

Diante do exposto, pode-se identificar dois modelos básicos, os quais combinados definem os modelos matemáticos de monorestituição:

. F: equação da reta de colinearidade na forma paramétrica; e

. T: modelo matemático do relevo.

Se por um lado, a equação de colinearidade (F) é única, o mesmo não acontece com o modelo matemático que modela o relevo (T). A escolha deste modelo depende de uma série de fatores, como por exemplo, a altitude de vôo, o tipo do relevo, a precisão requerida, etc. A seção 2.3 apresenta os modelos de monorestituição baseados nas seguintes representações funcionais do relevo (T): poliédrica, bilinear, plana, esférica e elipsóidica.

2.2. Equação de colinearidade na forma paramétrica (F)

O modelo de colinearidade pressupõe um modelo teórico, baseado na projeção de perspectiva central, para representar a realidade. Sabe-se que qualquer modelo teórico somente se aproxima da realidade. Fatores como a refração e as distorções das lentes provocam um afastamento do modelo teórico da realidade. Desprezando-se estes fatores, os quais podem ser modelados a priori, o centro perspectivo (CP), o ponto-imagem (p(x,y)) e seu correspondente ponto-objeto (P(X,Y,Z)) são colineares (figura 1). Este conceito é conhecido como princípio de colinearidade.

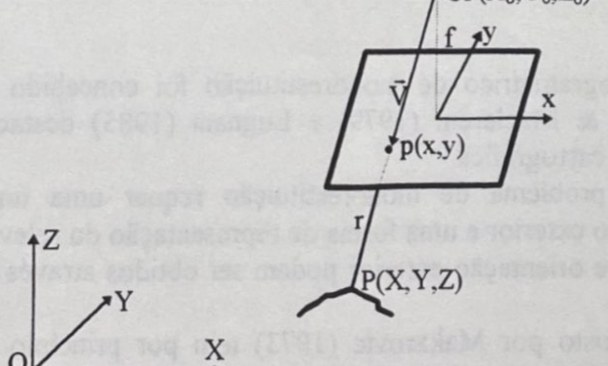


Fig. 1 Princípio de colinearidade

O princípio de colinearidade é usualmente representada pelas conhecidas equações de colinearidade (LUGNANI, 1987). No entanto, tendo em vista os modelos de monorestituição que serão apresentados neste trabalho (seção 2.3), é necessário expressar matematicamente este princípio de outra forma. A forma analítica adequada é a equação da reta na forma paramétrica. .Esta representação requer dois elementos:

. um vetor diretor ($\vec{V}$) que dá a direção da reta;-e

. um ponto que fixa a reta no espaço, sendo que para o presente caso é o centro perspectivo (CP).

Como o objetivo é deduzir a equação da reta r no referencial do espaço-objeto (figura 1), o vetor $\vec{V}$ e o ponto CP deverão estar neste referencial.

A reconstrução do vetor diretor $\vec{V}$ compreende as seguintes etapas:

. reconstrução do vetor diretor no referencial fotogramétrico ($\vec{n}$);

. reconstrução do vetor diretor no referencial do espaço-objeto $\vec{V}$.

O vetor $\vec{n}$ é dado pela expressão vetorial (1),

$$\vec{n} = n_x \vec{i} + n_y \vec{j} + n_z \vec{k} \tag{1}$$

onde:

$$. \; n_x = \frac{x}{d}; \tag{2}$$

$$. \; n_y = \frac{y}{d}; \tag{3}$$

$$. \; n_z = \frac{i.f}{d}; \text{ e} \tag{4}$$

A distância (d) entre o CP e o ponto-imagem (p) é dada pela expressão (5),

$$d = [x^2 + y^2 + f^2]^{1/2} \tag{5}$$

onde, x e y são as coordenadas de p(x,y) no sistema fotográfico.

Tem-se, ainda, na expressão (4):

$$. \; i = \begin{cases} -1 \text{ para o positivo; e} \\ 1 \text{ para o negativo.} \end{cases}$$

. f: é a distância focal.

Na expressão vetorial (1), os componentes n_x, n_y e n_z são os cosenos diretores do vetor $\vec{n}$.

O vetor $\vec{V}$ pode ser definido como:

$$\vec{V} = R.\ \vec{n} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k} \tag{6}$$

onde:

. $R = R(\kappa).R(\phi).R(\omega) = \{r_{ij}\}_{1 \leq (i,j) \leq 3}$: é a matriz de rotação, obtida em função dos elementos de atitude da câmera (κ , ϕ e ω); e

. V_x, V_y e V_z: são os elementos do vetor $\vec{V}$.

A equação da reta de colinearidade na forma paramétrica (F) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\text{r:}\begin{cases} X = V_x.t + X_o \\ Y = V_y.t + Y_o \\ Z = V_z.t + Z_o \end{cases} \tag{7}$$

ou,

$$\text{r: } F(x, y, f, \kappa, \phi, \omega, X_o, Y_o, Z_o, t) \tag{8}$$

onde:

. F: é a equação da reta de colinearidade na forma paramétrica; e
. t: é o parâmetro da reta r.

2.3. Modelos de monorestituição

Como já foi dito, cada modelo de monorestituição será obtido através da intersecção da reta de colinearidade (modelo F) com um modelo funcional do relevo (T).

A tabela 1 mostra os modelos matemáticos para monorestituição baseados em quatro modelos de representação do relevo (T):poliédrica, bilinear, plana e eslipsóidica.

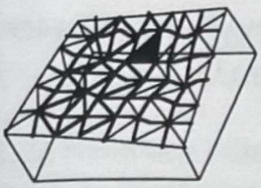
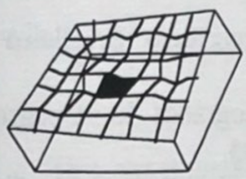
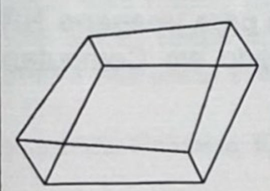
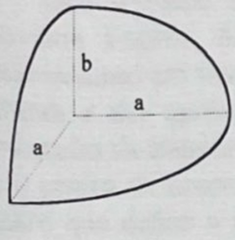
Uma superficie poliédrica é um sólido limitado por polígonos planos. Para o caso em questão, as faces delimitadoras do sólido são triângulos. Estes são definidos por três pontos vizinhos da malha de um modelo numérico do terreno (DTM). Portanto, cada face triangular pode ser modelada pela equação do plano (Tabela 1). Um ponto p qualquer do espaço-imagem corresponde a um ponto P do poliedro onde a reta de colinearidade (eqs. 7) o intercepta. Neste ponto (P) o parâmetro t assume o valor mostrado na 4ª coluna. Para que se possa saber qual triângulo será interceptado por uma determinada reta de colinearidade, todos os triângulos do poliedro devem ser projetados para o espaço-imagem. Este procedimento permite obter triângulos correspondentes entre os espaços imagem e objeto e é computacionalmente realizado através das equações de colinearidade. Sabe-se, então, a priori, dado um ponto-imagem p, qual triângulo do poliedro conterá o ponto-objeto P - homólogo de p. Como, a princípio, esta superficie matemática se amolda a qualquer relevo, o modelo matemático para monorestituição correspondente possui aplicação geral.

Uma segunda solução baseia-se num sólido delimitado localmente por superficies bilineares e é semelhante ao caso anterior. A cada célula da malha, definida por quatro pontos do DTM convenientemente tomados, é associada uma superficie bilinear. Uma reta de colinearidade, correspondente a um ponto-imagem p, intercepta seu homólogo (P) sobre a superficie bilinear quando o parâmetro t assumir o valor mostrado na coluna 4. Como pode-se notar, a exemplo do caso anterior, cada célula bilinear deve ser projetada para o espaço-imagem. Esta solução possui também aplicação geral.

Na terceira solução, o relevo é modelado por apenas uma face plana. Diferente das soluções anteriores, onde o relevo fotografado era dividido em sub-domínios, apenas um domínio é considerado. Esta solução pode ser considerada como um caso particular da primeira e pode ser aplicada em casos em que o relevo pode ser admitido plano.

A última solução baseia-se numa superficie elipsóidica definida num único domínio. O modelo matemático resultante pode ser aplicado quando a fotografia é tomada de uma altitude elevada para que a movimentação do relevo possa ser desprezada e a área fotografada assumir proporções em que a curvatura da Terra não possa ser mais desprezada. Um caso típico a ser considerado são as fotografias orbitais, como aquelas tomadas a bordo do Ônibus Espacial Americano ou da Plataforma Orbital Mir. Uma solução semelhante é explorada na correção geométrica de imagens de sensores de varredura (Machado e Silva, 1988).

Tabela 1 - Modelos matemáticos para monorestituição

SUPERFÍCIE (T)			SOLUÇÃO (t)	APLICAÇÃO
Visualização	Equação	Domínio		
 Poliédrica	$A.X + B.Y + C.Z + D = 0$ onde: . A,B,C e D são coeficientes do plano.	Triângulo da malha	$\dfrac{A.X_o + B.Y_o + C.Z_o + D}{A.V_{x_i} + B.V_{y_i} + C.V_{z_i}}$	Geral
 Bilinear	$Z = A_o + A_1.X + A_2.Y + A_3.X.Y$ onde: . A_o, B_o, C_o e C_o são os coeficientes da superfície bilinear.	Célula da malha	$\dfrac{-K_2 - (K_2^2 - 4.K_1.K_3)^{1/2}}{2.K_1}$ onde: . $K_1 = A_3.V_{x_i}.V_{y_i}$ $K_2 = A_1.V_{x_i} + A_2.V_{y_i} + A_3.Y_o.V_{x_i} + A_3.X_o.V_{y_i} + V_{z_i}$. $K_3 = A_o + A_1.X_o + A_2.Y_o + X_o.Y_o - Z_o$	Geral
 Plana	$A.X + B.Y + C.Z + D = 0$ onde: . A,B,C e D são coeficientes do plano.	Região fotografada	$\dfrac{A.X_o + B.Y_o + C.Z_o +}{A.V_{x_i} + B.V_{y_i} + C.V_{z_i}}$	Relevo “plano” de dimensões limitadas
 Elipsóidica	$(1 - e^2).(X^2 + Y^2) + Z^2 - a^2.(1 - e^2) = 0$ onde: . $e = \dfrac{a^2 - b^2}{a^2}$	Região fotografada	$\dfrac{-K_2 - (K_2^2 - 4.K_1.K_3)^{1/2}}{2.K_1}$ onde: . $K_1 = (1 - e^2).(V_{x_i}^2 + V_{y_i}^2) + V_{z_i}^2$ $K_2 = 2.[(1 - e^2)(V_{x_i}.X_o + V_{y_i}.Y_o) + V_{z_i}.Z_o]$. $K_3 = (1 - e^2).(X_o^2 + Y_o^2 - a^2) + Z_o^2$	Fotografias tomadas a grande altitude

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo foram apresentados os modelos de monorestituição baseados nas representações poliédrica, bilinear, plana e elipsóidica do relevo.

Estes modelos estão sendo implementados em linguagem C e deverão ser utilizados em aplicações, tais como:

. Monorestituição digital;
. Geração de ortofoto digital; e
. Sobreposição de uma fotografia digital sobre um DTM.

Por último, o maior potencial de aplicação destes modelos é na atualização cartográfica, pois normalmente a altimetria da carta desatualizada pode ser reutilizada para reprojetar as entidades cartográficas novas presentes numa fotografia aérea atual.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DAL POZ, A. P. Monorestituição: Uma nova solução. In.: XV Congresso Brasileiro de Cartografia. São Paulo, 1991, **Anais,** SBC, v. 2, pp. 269-274.

DAL POZ; A. P.; FARIA, S. D. Monorestituição aplicada à atualização cartográfica. In.: Congresso Brasileiro de Cartografia, 16., Rio de Janeiro, 1993, **Anais**, SBC, p. 300-305.

LUGNANI, J. B. **Aprimoramentos para atualização cartográfica**. Curitiba, 1985. Tese, Professor Titular. Universidade Federal Paraná.

LUGNANI, J. B. **Introdução à fototriangulação**. 1a. ed., Curitiba, UFPr, 1987, 134p.

MAKAROVIC, B. Digital mono-plotters. **ITC Journal**, pp. 583-599, 1973.

MASRY, S. E.; MCLAREN, R. A. Digital map revision. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, v. 45, n. 2, p. 193 - 200, 1979.

MACHADO E SILVA, A. J. F. **Modelos de correção geométrica para imagens HRV-SPOT**. São José dos Campos, 1988. Dissertação de Mestrado em Computação Aplicada, INPE.