

PARÂMETROS GEODÉSICOS FUNDAMENTAIS.

CORDINI, Jucilei⁽¹⁾; FREITAS, Sílvio R. C. de⁽²⁾

- (1) Universidade Federal de Santa Catarina. Centro Tecnológico.
Departamento de Engenharia Civil.
Caixa Postal 476 - CEP: 88.010-970 - Florianópolis/SC.
- (2) Universidade Federal do Paraná. Departamento de Geociências.
Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas.
Caixa Postal 19.011 - CEP: 81.531-990 - Curitiba/PR.

ABSTRACT

This work aims to emphasize the practical and conceptual importance of the Geodetic Reference Systems (GRS). For these purposes we describe their conception and the principles related to the modeling of physical parameters. The combination of gravity data and satellite data for the determination of geodetic fundamental parameters (a , GM , J_2 , ω) which define the SGR 1980, are presented. We also present some other physical and geometric derived parameters.

Keywords: Geopotential. Geodetic parameters. Geodetic Reference System.

RESUMO

No início da era espacial, o geopotencial era precariamente conhecido tendo em vista a sua determinação somente a partir da gravimetria (terrestre e oceânica). O coeficiente J_2 (fator dinâmico de forma) associado ao achatamento terrestre e os harmônicos esféricos pares J_4 e J_6 eram estimados mediante considerações de distribuição simétrica e homogênea de massa da Terra. O achatamento terrestre, nesta época, era melhor determinado por medidas geométricas a partir das triangulações geodésicas. Entretanto, apesar do modesto conhecimento do geopotencial, os primeiros satélites artificiais foram colocados em órbita e lá permaneceram por um período de três a seis meses efetuando e coletando informações. Apesar desta curta permanência (vida útil) no espaço, foi possível, a partir dos estudos de rastreamento da órbita, determinar novos coeficientes dos harmônicos do geopotencial e recalcular os antigos. Evidências de vantagens sobre as metodologias clássicas, impulsionaram o surgimento de novas técnicas espaciais, como o rastreio lunar, o VLBI (Very Long Baselines Interferometry) e mais recentemente o GPS (Global Positioning System). Diversas áreas têm se beneficiado das técnicas espaciais, em especial as Ciências Geodésicas. A busca incessante do modelo "ideal" para o potencial terrestre tem proporcionado a determinação dos parâmetros geodésicos fundamentais com altíssima precisão, possibilitando uma evolução natural no estabelecimento dos Sistemas Geodésicos de Referência.

Neste trabalho procura-se mostrar como são desenvolvidos os estudos de modelamento do geopotencial a partir da combinação de dados gravimétricos e de satélites, da determinação dos parâmetros geodésicos fundamentais (a , J_2 , GM , ω) e das constantes físicas e geométricas que compõem o atual Sistema Geodésico de Referência, baseados predominantemente no SGR

1980.

Palavras chave: Geopotencial. Parâmetros geodésicos. Sistema Geodésico de Referência.

1 INTRODUÇÃO (De Freitas, 1996).

O posicionamento de pontos na superfície terrestre, tendo como objetivo primordial a definição da forma e dimensão da Terra, faz uso de técnicas de mensuração apoiadas em um referencial cuja determinação envolve aspectos geométricos e físicos. Este referencial deve ser associado a outro referencial tido como absoluto ou primordial. Para tanto, pode-se reduzir o problema, para efeitos de definição, à definição de dois referenciais: um *inercial*, definido pelos astros "imóveis" e outro *geodésico*, solidário com a Terra. À este, associa-se uma superfície de referência, constituindo um **Sistema Geodésico de Referência (SGR)**. A superfície de referência permite, a partir de uma orientação conveniente, estabelecer a densificação de pontos com coordenadas conhecidas, por posicionamento relativo (ou transporte de coordenadas) desde um ponto origem com posição absoluta conhecida (DATUM). As técnicas de posicionamento relativo atingiram na atualidade um grau de precisão extremamente alto, com procedimentos de mensuração extremamente simples. Tal fato justifica, cada vez mais, a busca de melhores SGRs fazendo-se uso destas técnicas, deixando o posicionamento absoluto, o qual é extremamente complexo, para a necessária definição dos referenciais e superfícies de referência. Definidas a forma e dimensão de uma superfície de referência, ajustada e orientada à Terra, e um ponto DATUM, é possível determinar-se toda uma rede de pontos relativamente a este, com procedimentos muito mais simples que os do posicionamento absoluto.

Outro aspecto que justifica a adoção de superfícies de referência ajustadas à Terra, além de um referencial cartesiano solidário com esta superfície, é que ela permite manter um significado "natural" para as coordenadas geodésicas. Enquanto latitude, longitude e altitude nos dão de imediato uma noção física de nossa posição na Terra, tal não acontece com as coordenadas cartesianas, para as quais inexistente este sentido "natural".

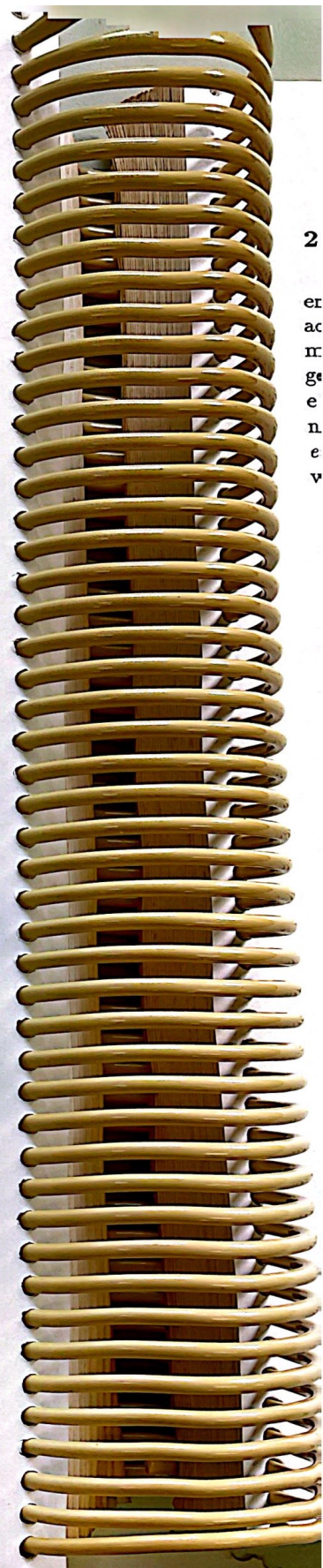
A atividade predominante da Geodésia, nos últimos duzentos e cinquenta anos foi a determinação do elipsóide de revolução melhor ajustado à Terra. O primeiro modelo geométrico válido, baseado em determinações da forma e dimensão da Terra, a partir dos resultados obtidos em pequenas redes de triangulação geodésica, foi determinado pela Comissão de Pesos e Medidas da França bem 1799, com semi-eixo equatorial de 6375653m e achatamento de 1:334 (Lacombe & Costebel, 1988). O elipsóide de revolução associado ao SGR 1980 é ainda considerado o melhor modelo geométrico associado com a Terra. Tem semi-eixo equatorial igual a 6 378 137 m e achatamento de 1 : 298,257 222 101 (Moritz, 1984), tendo sido determinado a partir da combinação de dados provenientes de redes geodésicas mundiais, técnicas espaciais e determinações do geopotencial. Apesar da aparente imprecisão do primeiro modelo, constata-se somente uma discrepância inferior a 2,5km entre o seu semi-eixo equatorial e o do SGR 1980. Tal fato demonstra que a Geodésia, mesmo com as técnicas mais precárias do século XVIII, já podia ser vista como uma Ciência baseada em métodos precisos.

O modelo geométrico, baseado no elipsóide de revolução, evidencia-se como o mais adequado, pois com apenas dois parâmetros geométricos aproxima-se da Terra verdadeira com afastamentos máximos na ordem de 0,1%, se considerada a maior topografia desta. Se considerados os oceanos como figura predominante da Terra, pelo fato de ocuparem cerca de 80% de sua

superfície, o elipsóide de revolução apresenta afastamentos extremos em relação ao Nível Médio dos Mares (NMM) na ordem de +60m e -80m (Vanicek & Krakowsky, 1982), implicando em um desvio máximo de 0,001%. Outros modelos mais sofisticados foram tentados pela geodésia, tais como os baseados em elipsóide triaxial. Tais modelos, com uma complexidade muito maior para o tratamento matemático, apresentam afastamentos máximos em relação à superfície dos oceanos de +60m a -60m, o que justifica terem sido considerados apenas de valor teórico, sem valor prático.

Enquanto as técnicas mais antigas para a determinação do melhor modelo geométrico eram essencialmente baseadas em métodos *astro-geodésicos*, a partir do início deste século, a Geodésia passou a utilizar também informações físicas da Terra na determinação destes modelos, introduzindo os chamados métodos *astro-gravimétricos*. O primeiro elipsóide de Referência Internacional, adotado em 1930 por recomendação da *União Internacional de Geodésia e Geofísica (UIGG)*, com semi-eixo equatorial de 6378388m e achatamento 1:297, foi determinado por Hayford em 1909, utilizando técnicas astro-gravimétricas, baseadas em reduções isostáticas, as quais permitiam reduzir irregularidades do Geóide. A partir deste modelo, foi possível estabelecer outras propriedades, tal como a determinação do valor teórico da gravidade, quando se associava a massa da Terra e velocidade angular ao modelo e se adotava a superfície elipsóidica como equipotencial, constituindo o modelo físico denominado de Terra Normal. A Associação Internacional de Geodésia (AIG) adotou em 1967 uma origem convencional para o pólo (CIO) e longitudes convencionais para a definição do TU1 (e TU2), e estabeleceu que o elipsóide de Referência Internacional passava a ser definido também a partir de parâmetros físicos. A partir desta resolução, o elipsóide de Referência Internacional passou a ser definido pelo seu semi-eixo equatorial (a), pela constante gravitacional geocêntrica GM (produto da constante gravitacional de Newton pela massa da Terra), pelo fator dinâmico de forma (definido pelo coeficiente J_2 do desenvolvimento do Geopotencial) e pela velocidade angular da Terra (ω). A partir de então, aparecem como grandezas derivadas destas, o achatamento do modelo elipsóidico (α), os valores da gravidade normal no equador (γ_e) e no pólo (γ_p), entre outras.

O fato notório é que, já há duzentos e cinquenta anos se sabia que a forma da Terra não era acidental. Sua forma deveria tender para a de equilíbrio hidrostático de um fluido em rotação, cujos efeitos são contrapostos pela atração gravitacional interna. Soluções atuais desta condição de equilíbrio hidrostático, apontam para um achatamento na ordem de 1:299,8. A diferença deste valor com o do SGR 1980 é explicada pela existência de processos dinâmicos na Terra. Este fato é notável principalmente pelos efeitos dinâmicos da tectônica de placas, movimento do pólo e soerguimentos pós-glaciais. O aspecto mais importante a ser considerado é o de que o modelo geométrico associado com o SGR 1980 marcou uma transição da Geodésia. Tal modelo representa o limite de precisão dos chamados modelos estáticos, para os quais admite-se a Terra como tendo uma forma constante. Para precisões maiores, deve-se considerar modelos dinâmicos, para os quais passa a ser necessário o conhecimento de propriedades estruturais da Terra, constituindo os chamados modelos estruturais. Como forma de atender aos aspectos dinâmicos, sem abordar as considerações estruturais de forma explícita, são estabelecidos os chamados ITRFs (International Terrestrial Reference Frames), os quais fornecem a posição do pólo, equador e do centro de massa da Terra associados à eixos cartesianos (não necessariamente ortogonais) que permitem a orientação da superfície de referência adotada. Os ITRFs são definidos para épocas tais como 1990,0, 1994,0 e permitem a redução das observações ao SGR 1980. Desta forma é possível ainda manter a definição do SGR baseada nos quatro parâmetros fundamentais acima mencionados.



2 SISTEMA GEODÉSICO DE REFERÊNCIA. DEFINIÇÃO.

A *UIGG*, através da Resolução nº 7 estabelecida na XVII Assembléia Geral em Canberra, em 1979, *reconhecendo* que o SISTEMA GEODÉSICO DE REFERÊNCIA 1967 - SGR 1967 adotado na XIV Assembléia Geral em Lucerne, em 1967, não mais representava a forma, dimensão e o campo da gravidade da Terra com uma precisão adequada para muitas aplicações geodésicas, geofísicas, astronômicas e hidrográficas, e *considerando* que valores mais precisos e apropriados já estavam disponíveis, *recomendou* que o SGR 1967 fosse substituído por um novo SISTEMA GEODÉSICO DE REFERÊNCIA 1980, também baseado na teoria do *elipsóide eqüipotencial geocêntrico*, definido pelos seguintes parâmetros fundamentais (constantes convencionais):

Raio equatorial da Terra:

$$a = 6.378.137 \text{ m},$$

Constante gravitacional geocêntrica da Terra:¹

$$GM = 3.986.005 \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2},$$

Fator de forma dinâmico:²

$$J_2 = 108.263 \times 10^{-8},$$

Velocidade angular da Terra:

$$\omega = 7.292.115 \times 10^{-11} \text{ rad s}^{-1}.$$

A adoção deste novo sistema, pela comunidade geodésica internacional, como referência para todos os trabalhos geodésicos, foi estabelecido por *recomendação* da Resolução nº 1, da mesma *UIGG*.

Por definição, o SGR 1980 é baseado na teoria do elipsóide eqüipotencial, a exemplo do seu antecessor. Esta teoria define o elipsóide eqüipotencial ou o elipsóide de nível³ como sendo uma *superfície eqüipotencial* dotado de um certo potencial U

$$U = U_0 = \text{constante},$$

denominado *Potencial da gravidade normal*. A função U é univocamente determinada pelos parâmetros a , b , M e ω , independentemente da distribuição interna da densidade da Terra real (Moritz, 1984).

A gravidade normal $\gamma = |\text{grad } U|$ na superfície do elipsóide é dada por

$$\gamma = \frac{a \gamma_e \cos^2 \phi + b \gamma_p \sin^2 \phi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi}} \quad (1)$$

onde as constantes γ_e e γ_p são as gravidades no equador e no pólo, respectivamente.

O elipsóide eqüipotencial fornece um simples, consistente e uniforme sistema de referência para todos os propósitos da Geodésia: o modelo elipsóidico serve de superfície geométrica de referência, enquanto o campo da gravidade normal, na superfície e no espaço, referencia as atividades da geodésia por satélite e a gravimetria (Moritz, 1984).

¹Incluindo o efeito da atmosfera

²Excluindo o efeito de deformação permanente de maré

³Elipsóide de revolução

3 ORIGEM E ORIENTAÇÃO DO SISTEMA.

Conforme especificado pela Resolução nº 7 da *UIGG*, o SGR 1980 é **geocêntrico**, isto é, a sua *origem é o centro de massa da Terra*. Portanto, o centro geométrico do elipsóide equipotencial coincide com o geocentro.

Quanto à orientação do sistema, ficou convencionado que o eixo de rotação do elipsóide de referência tem a direção da *Origem Convencional Internacional (CIO)* do Movimento do Pólo; o meridiano zero é definido como o meridiano do *Bureau International de l'Heure (BIH)*.

Em correspondência, existe um sistema de coordenadas retangulares XYZ cuja origem é o geocentro. O eixo Z, coincide com o eixo de rotação do elipsóide de referência, e está direcionado para o CIO, enquanto o eixo X aponta na direção do meridiano zero, em concordância com o BIH.

4 AVALIAÇÃO DOS PARÂMETROS FUNDAMENTAIS.

A partir do surgimento da era espacial, com o lançamento dos primeiros satélites artificiais, as clássicas triangulações e trilaterações utilizadas predominantemente na determinação de alguns parâmetros geodésicos, cederam lugar às técnicas espaciais. Estas técnicas utilizam dados gravimétricos (terrestres e espaciais), inúmeros dados de satélites (óticos, eletrônicos, laser) e inúmeras combinações entre eles.

Várias instituições internacionais têm se dedicado na busca de um modelo "ideal" para o potencial terrestre, tendo sido desenvolvidos dezenas de modelos do geopotencial.

Segundo Seeber (1993), mais de trinta modelos do geopotencial já foram publicados, e este número tende a crescer tendo em vista o nível de precisão cada vez mais crescente.

Um bom modelo gravitacional faz-se necessário para o desenvolvimento de estudos do movimento do pólo, tectônica de placas e outros fenômenos relacionados com a geodinâmica. O conhecimento preciso das órbitas dos satélites é de extrema importância, por exemplo, para a determinação das coordenadas geocêntricas das estações, ao nível de precisão atualmente exigido. Estas, combinadas com observações laser (lunar e satélite) e VLBI, proporcionam a determinação do semi-eixo equatorial com altíssima precisão.

A técnica de utilização de satélites artificiais apresenta a vantagem de não depender da existência de dados gravimétricos da superfície terrestre (as técnicas clássicas exigiam o conhecimento das anomalias da gravidade). O princípio deste método consiste em expressar o potencial terrestre em uma série infinita de harmônicos esféricos, cujos coeficientes determina-se a partir das observações dos satélites artificiais.

A técnica que permite a combinação de dados gravimétricos com observações de satélites, obteve grande aceitação, visto que são obtidos resultados mais precisos para os coeficientes dos harmônicos esféricos, para a constante gravitacional geocêntrica (GM) e para o semi-eixo maior (a) do elipsóide de referência, apesar de envolverem uma grande modelagem matemática. Os modelos atuais mais importantes do geopotencial, realizam esta combinação de dados. Dentre eles pode-se citar os modelos desenvolvidos pelos programas SAO (Smithsonian Astrophysical Observatory), GRIM (Earth Gravity Field Model), GEM (Goddard Earth Models - Goddard Space Flight Center - NASA) e OSU (Ohio State University).

Do programa SAO, desenvolvido em três etapas (SE-I, 1966; SE-II, 1969; SE-III, 1973)

extraem-se os seguintes valores, de interesse nesta abordagem:

$$GM = 398\,603,2 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2} \quad \longrightarrow \quad GM = 398\,601,3 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$$

$$a = 6\,378\,165 \text{ m} \quad \longrightarrow \quad a = 6\,378\,140,4 \text{ m}$$

$$\alpha = 1 : 298,25 \quad \longrightarrow \quad \alpha = 1 : 298,256$$

O programa GRIM desenvolveu diversos modelos, dentre os quais destacam-se:

GRIM1:

$$GM = 398\,601,3 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$$

$$a = 6\,378\,155 \text{ m}$$

$$\alpha = 1 : 298,255$$

GRIM2

$$GM = 398\,601,3 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$$

$$a = 6\,378\,136,5 \text{ m} \quad (\text{com coordenadas})$$

$$a = 6\,378\,141 \text{ m} \quad (\text{somente satélites})$$

GRIM3

$$GM = 398\,600,5 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$$

$$a = 6\,378\,140 \text{ m}$$

$$\alpha = 1 : 298,257$$

O programa GEM desenvolveu inúmeros modelos, dentre os quais merecem destaque inicialmente:

Série GEM 9 e GEM 10

$$GM = 398\,600,64 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$$

$$a = 6\,378\,139 \text{ m}$$

$$\alpha = 1 : 298,257$$

Série GEM 10A, 10B, 10C

$$GM = 398\,600,44 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2} \pm 0,02 \text{ km}^3 \text{ s}^2$$

$$a = 6\,378\,138 \text{ m} \pm 1 \text{ m}$$

$$\alpha = 1 : 298,257 \pm 0,001$$

Finalmente, o programa OSU desenvolveu uma série de quatro modelos: OSU 78, OSU 81, OSU 86 e OSU 91.

Os valores básicos dos parâmetros geodésicos calculados por estes modelos foram:

$$GM = 398\,600,44 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$$

$$a = 6\,378\,136 \text{ m}$$

$$\alpha = 1 : 298,257$$

Cabe ressaltar aqui, as diversas informações utilizadas por cada um dos programas para a avaliação dos parâmetros fundamentais e do modelo do potencial terrestre. O programa SAO utilizou inicialmente somente observações óticas (SE-I) obtidas a partir de 12 estações terrestres e 13 satélites alvo. Para o estágio SE-II foram acrescentadas 3 estações terrestres e 14 estações de observação Laser. No estágio do SE-III, foram utilizadas observações óticas provenientes de 75 estações terrestres, incluindo algumas da Europa. Foram utilizadas também observações Laser obtidas do rastreamento de 25 satélites.

O programa GRIM, desenvolvido pelo esforço conjunto da Alemanha e França utilizou dados de observações óticas e Laser, 11 satélites selecionados (órbitas) e informações de arcos de órbita de 15 a 25 dias. O estágio do GRIM 2, reprocessou os dados do GRIM 1 acrescentando dados de outros satélites, além de incluir 34400 valores médios da anomalia "free-air" calculadas para áreas de $1^\circ \times 1^\circ$ pela "Defense Mapping Agency", dados estes referenciados ao SGR 1967. O estágio GRIM 3 evoluiu bastante: foram utilizadas observações óticas, Laser e Doppler (22 satélites), 28800 anomalias da gravidade sobre os oceanos ($1^\circ \times 1^\circ$) e 25000 anomalias terrestres ($1^\circ \times 1^\circ$).

No programa GEM, os dados utilizados praticamente continuaram os mesmos de programas anteriores, porém com extrema melhoria nos métodos de cálculo e análise. Nesta etapa foram realizados inúmeros testes entre o GEM 9 e o GEM 10 objetivando a determinação precisa da órbita do GEOS-3, de extrema importância para a altimetria por satélite. A partir do modelo GEM 10B introduziram-se novas observações: 28000 dados altimétricos obtidos em área de $1^\circ \times 1^\circ$ (GEOS-3) e dados não quantificados em área de $2^\circ \times 2^\circ$ (passagem global do GEOS-3).

O programa OSU utilizou dados de anomalia da gravidade terrestre, anomalia da gravidade na superfície oceânica, obtidos a partir dos satélites altimétricos GEOS-3 e GEOSAT.

4.1 Determinação de GM

O produto GM da massa da Terra (M) pela Constante Gravitacional de Newton (G), denominada Constante Gravitacional Geocêntrica, é o mais importante parâmetro da Geodésia Celeste porque contribui para a escala nos resultados das coordenadas das estações. GM é uma das constantes do SGR 1980 e considerada desde então como uma quantidade exata.

O parâmetro é sempre dado sob a forma de produto por ser obtido com maior precisão através de observações de satélites.

Dois são as formas de obtenção de GM: através da Astronomia, pela utilização da 3ª lei de Kepler (órbita lunar) e atualmente a partir da observação de veículos espaciais (sondas) e de satélites (órbitas altas). Os primeiros resultados confiáveis foram obtidos a partir de dados de sondas espaciais (vide Tabela (1)); atualmente, os resultados mais precisos são obtidos a partir da análise de vários anos de medidas a Laser da Lua e do satélite LAGEOS. Os modelos atuais do potencial terrestre, que utilizam estes tipos de dados, proporcionam valores cada vez mais precisos para GM.

A expressão utilizada no cálculo de GM, leva em consideração o modelo elipsóidico equipotencial geocêntrico e é calculado a partir dos coeficientes harmônicos esféricos do potencial:

$$U_0 = (GM) \tan^{-1} \left(\frac{E}{b} \right) + \frac{1}{3} \omega^2 a^3,$$

Tabela 1: Valores de GM

Método	Valor ($km^3 s^{-2}$)
Lunar Orbit	398.620,000 ± 6,000
Dados terrestres C_{20} , C_{40}	603,000 ± 6,000
RANGER (6-9)	601,000 ± 0,700
MARINER 9	601,200 ± 2,500
VERENA (4-6)	600,370 ± 1,000
Laser (Lua) *	600,444 ± 0,010
Laser (LAGEOS) **	600,434 ± 0,002
Geodetic Reference System (1980)	600,500 ± 0,500
MERIT Standards, IERS Standards	600,448 ± 0,000
Referência 1967	603,000 ± 0,000

* 80 meses de observações; ** 15 anos de observações

Fonte: Seeber, 1993.

com

$$E = \sqrt{a^2 - b^2},$$

onde ω é a velocidade angular da Terra e E é a excentricidade linear.

Utilizando-se os parâmetros do elipsóide de referência SAD 69, o valor encontrado para GM através da expressão acima é igual a (Prado, 1981)

$$GM = 398\,601,7279 \text{ km}^3 \text{ s}^2.$$

Com a aplicação da 3ª lei de Kepler, GM pode ser também determinado através da expressão

$$GM = \frac{4\pi^2 a^3}{P^2} = n^2 a^3,$$

onde n é o movimento angular médio, a é semi-eixo maior e P é o período de revolução. Com isso, o melhor resultado encontrado para GM foi $398\,603 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$.

5 CONSTANTES GEOMÉTRICAS DERIVADAS.

A partir da adoção de técnicas astro-gravimétricas e, mais recentemente, de técnicas espaciais, inúmeras grandezas geométricas do elipsóide de referência passaram a ser calculadas a partir das grandezas fundamentais, tidas como exatas. A seguir apresentam-se as grandezas geométricas derivadas, constantes do SGR 1980.

Semi - eixo menor $b = a \sqrt{1 - e^2} = 6\,356\,752,3141 \text{ m}$

Achatamento $\alpha = \frac{a - b}{a} = 298,257\,222\,101$

Excentricidade linear $E = \sqrt{a^2 - b^2} = 521\,854,0097 \text{ m}$

Raio polar de curvatura $c = \frac{a^2}{b} = 6\,399\,593,6259\text{ m}$

Primeira excentricidade $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 0,006\,694\,380\,022\,90$

Segunda excentricidade $e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} = 0,006\,739\,496\,775\,48$

Quadrante de meridiano $Q = c \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{3e'^2}{4} + \frac{45e'^4}{64} - \frac{175e'^6}{256} + \frac{11025e'^8}{16384} \right)$
 $Q = 10\,001\,965,7293\text{ m}$

Raio medio $R_1 = \left(\frac{2a + b}{3} \right) = 6\,371\,008,7714\text{ m}$

Raio da esfera de mesma superficie $R_2 = c \left(1 - \frac{2e'^2}{3} + \frac{26e'^4}{45} - \frac{100e'^6}{189} + \frac{7034e'^8}{14175} \right)$
 $R_2 = 6\,371\,007,1810\text{ m}$

Raio da esfera de mesmo volume $R_3 = (a^2 b)^{1/3}$
 $R_3 = 6\,371\,000,7900\text{ m}$

6 CONSTANTES FÍSICAS.

Constam também do SGR 1980 as seguintes grandezas físicas derivadas:
Potencial da gravidade normal na superfície do elipsóide:

$$U_0 = \frac{GM}{b} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e'^{2n}}{2n+1} + \frac{m}{3} \right] \rightarrow m = \frac{\omega^2 a^2 b}{GM} = 0,003\,449\,786\,003\,08$$

$$U_0 = 62\,636\,860,850\text{ m}^2\text{s}^{-2}$$

Coefficientes harmônicos esféricos do geopotencial:

$$J_{2n} = (-1)^{n+1} \frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)} \left(1 - n + 5n \frac{J_2}{e^2} \right)$$

$$J_4 = -2,370\,912\,22 \times 10^{-6}$$

$$J_6 = 6,083\,47 \times 10^{-9}$$

$$J_8 = -1,427 \times 10^{-11}$$

Gravidade normal no equador $\gamma_e = \frac{GM}{ab} \left(1 - m - \frac{me'q_0'}{6q_0} \right);$

$$2q_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{n+1}n}{(2n+1)(2n+3)} e'^{2n+1}$$

$$q'_0 = 3 \left(1 + \frac{1}{e'^2} \right) \left(1 - \frac{1}{e'} \arctan e' \right) - 1$$

$$\gamma_e = 9,780\,326\,7715 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{Gravidade normal no polo} \quad \gamma_p = \frac{GM}{a^2} \left(1 + \frac{me'q'_0}{3q_0} \right)$$

$$\gamma_p = 9,832\,186\,3685 \text{ m s}^{-2}$$

7 FÓRMULA DA GRAVIDADE 1980.

A fórmula para o cálculo da gravidade normal no SGR 1980 é aquela apresentada pela expressão (1); entretanto, para cálculos numéricos é recomendada a expressão

$$\gamma = \gamma_e \frac{1 + k \operatorname{sen}^2 \phi}{\sqrt{1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \phi}} \quad (2)$$

com

$$k = \frac{b\gamma_p}{a\gamma_e} - 1,$$

e os valores de γ_e , γ_p e e^2 mostrados acima.

Alternativamente utiliza-se também a expansão em série

$$\begin{aligned} \gamma = \gamma_e (& 1 + 0,005\,279\,0414 \operatorname{sen}^2 \phi + \\ & + 0,000\,023\,2718 \operatorname{sen}^4 \phi + \\ & + 0,000\,000\,1262 \operatorname{sen}^6 \phi + \\ & + 0,000\,000\,0007 \operatorname{sen}^8 \phi); \end{aligned}$$

esta expansão possibilita o cálculo da gravidade normal com um erro relativo de 10^{-10} , correspondendo a $10^{-03} \mu \text{ m s}^{-2}$, ou seja, 10^{-04} m gal .

A conversão entre SGR 1967 e SGR 1980 é também proporcionada por uma expansão em série, dada por

$$\gamma_{1980} - \gamma_{1967} = (0,8316 + 0,0782 \operatorname{sen}^2 \phi - 0,0007 \operatorname{sen}^4 \phi) \text{ m gal}.$$

O valor médio da gravidade normal sobre o elipsóide de referência é calculado pela expressão:

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} = & 1 + \frac{e^2}{6} + \frac{k}{3} + \frac{59e^4}{360} + \frac{5e^2k}{18} + \\ & + \frac{2371e^6}{15120} + \frac{259e^4k}{1080} + \frac{270229e^8}{1814400} + \frac{9623e^6k}{45360}, \\ \bar{\gamma} = & 9,797\,644\,656 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

E a gravidade normal no paralelo $\phi = 45^\circ$, vale

$$\gamma_{45} = 9,806\,199\,203 \text{ m s}^{-2}.$$

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como fechamento de nossas idéias, gostaríamos de evidenciar alguns aspectos abordados ao longo do presente trabalho.

Enfatizamos inicialmente a questão do Sistema Geodésico de Referência, cuja superfície associada, não somente se faz necessária, como é imprescindível para a densificação geodésica através do posicionamento relativo.

Aspecto igualmente importante, principalmente do ponto de vista didático, é a noção física de nossa posição na Terra, caracterizada pelas coordenadas geodésicas (latitude, longitude e altitude), o que não acontece com as coordenadas cartesianas. Denota-se daí a importância de uma superfície para referenciar os trabalhos geodésicos.

Com relação a atividade de maior destaque desenvolvida até hoje pela Geodésia, determinação da forma e dimensão da Terra, atualmente demonstra-se que esta Ciência, mesmo com as precárias técnicas de medição disponíveis ao final do século XVIII, já se impunha como uma Ciência fundamentada em métodos precisos.

Outro aspecto relevante a respeito do SGR 1980, é que o mesmo marcou uma transição da Geodésia. Qualquer tentativa de melhorar o padrão de precisão do atual Sistema, somente será possível com a consideração da existência e atuação de processos dinâmicos na Terra. Neste aspecto a Geodinâmica será, sem dúvida, um grande suporte no estabelecimento de modelos estruturais apropriados, possibilitando melhorar e ampliar os conhecimentos das propriedades estruturais da Terra.

Com relação à precisão dos valores dos parâmetros associados ao SGR 1980, estes são acurados (exatos) ao nível das casas decimais dadas. Por esta razão, os valores apresentados não sofreram truncamento em suas casas decimais.

Finalmente, deve ser destacado o contínuo esforço das diversas Instituições envolvidas com o desenvolvimento de modelos do potencial da Terra, na tentativa de melhor representar a forma e dimensão do nosso planeta.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES/PICD pela concessão da bolsa de doutoramento e também ao CNPq pelo apoio ao projeto (Proc. 52.3362/94-3).

BIBLIOGRAFIA

- de FREITAS, S.R.C. Tópicos especiais de Geodésia. *Notas de aula*, UFPR Curitiba/PR: 1996.
- BALMINO, G. et al. A Geopotential Model Determined from Recent Satellite Observing Campaigns (GRIM 1). *Manuscripta Geodaetica*, Berlin : v. a, n. 1, p. 41-69, 1976.
- BALMINO, G. et al. The GRIM 2 Earth Gravity Field Model. *Deutsche Geodätische Kommission*, München : v. b, [s.n.], 1976.
- BALMINO, G. et al. The GRIM 3 Earth Gravity Field Model. *Manuscripta Geodaetica*, Berlin : v. 8, n. 02, p. 93-138, 1983.

- LACOMBE, H.; COSTEBEL, P. *La figure de la Terre: du XVIII siècle à l'ère spatiale*. Paris Gauthier-Villars, pages 472, 1988.
- LERCH, F.J. et al. Gravity Model Improvement Using GEOS 3 (GEM 9 e GEM 10). *Journal of Geophysical Research*, Washington, DC v. 84: n. 38, 3897-3916, July, 1970.
- LERCH, F.J. et al. Goddard Earth Models for Oceanographic Applications (GEM 10B e GEM 10C). *Marine Geodesy*, Berlin v. 5: n. 2, 145-187, 1981.
- LERCH, F.J. et al. The GEM T2 Gravitational Models. *Journal of Geophysical Research*, Washington, DC v. 95: n. B13, 22043-22071, 1990.
- LUNDQUIST, C.A.; VEIS, G. Geodetic parameters for a 1966 Smithsonian Institution Standard Earth. *SAO Special Report*, Cambridge v. 3, n. 200: 1966.
- MORITZ, H. Geodetic Reference System. *Bulletin Géodésique*, Paris v. 58, n. 03: 388-398 1984.
- SEEBER, Günter. *Satellite Geodesy. Foundations, Methods and Applications*. New York : de Gruyter, 1. ed., 1993.
- VANICEK, P.; KRAKIWSKY, E.J. *Geodesy: the concepts*. Fredericton: North-Holland Publishing, 2nd. ed., 1984.