

# INFERÊNCIA ESPACIAL DA ONDULAÇÃO GEOIDAL NO ESTADO DE SÃO PAULO

*Spatial inference of geoidal undulation in São Paulo state*

**George Deroco Martins<sup>1</sup>, Henrique Cândido de Oliveira<sup>2</sup>,  
Gabriel do Nascimento Guimarães<sup>2</sup>, Nilton Nobuhiro Imai<sup>3</sup> e Vinicius  
Francisco Rofatto<sup>2</sup>**

**Universidade Federal de Uberlândia – Campus Monte Carmelo**

<sup>1</sup> Faculdade de Engenharia Civil e <sup>2</sup> Instituto de Geografia  
Rodovia LMG 746 km 1 s/n – Monte Carmelo/MG CEP: 38500-000  
geogederoco@feciv.ufu.br; henrique.oliveira@ufu.br; gabriel@ufu.br; vinicius.rofatto@ufu.br

**Universidade Estadual Paulista – Campus Presidente Prudente**

<sup>3</sup> Departamento de Cartografia  
Rua Roberto Simonsen, 305 – Presidente Prudente/SP CEP: 1906-900  
nnimai@fct.unesp.br

## Resumo

A informação altimétrica, que no passado era determinada por meio de nivelamento geométrico, atualmente pode ser estabelecida com o auxílio das observações de satélites. O advento do GNSS (*Global Navigation Satellite System*) propiciou a determinação de altitudes geodésicas com facilidade e alta precisão. A partir dessa altitude, pode-se obter a altitude ortométrica ou normal (altitudes físicas), por meio do conhecimento da ondulação geoidal ou quase-geoidal. O emprego de altitudes físicas é essencial em construções e monitoramentos de barragens, estradas, linhas férreas, transposição de rios, entre outras aplicações. Uma vez que o modelo geoidal é determinado, sua qualidade pode ser comparada por meio da utilização de observações GNSS nas referências de nível (RRNN). A ondulação geoidal, obtida a partir da subtração entre altitude geodésica e altitude ortométrica (normal), pode ser comparada com a ondulação geoidal advinda do modelo geoidal previamente determinado. O objetivo deste trabalho é estimar uma superfície geoidal por meio da geoestatística, a partir de estações GNSS/nivelamento e compará-la com o modelo geoidal GEOIDESP14. Para tanto, utilizou-se a Krigagem para gerar a superfície no domínio territorial do estado de São Paulo. Como resultado, obteve-se um modelo variográfico nas direções de 45° e 135°, que melhor se ajustavam aos dados de ondulação geoidal de 170 estações distribuídas no território paulista. Os resultados gráficos da krigagem ordinária, a partir de 170 estações GNSS/nivelamento são consistentes com o modelo geoidal do estado de São Paulo.

Palavras-chave: GNSS/nivelamento, ondulação geoidal, geoestatística, Krigagem.

## Abstract

The altimetry information, which in the past was determined by spirit levelling technique, is now established by using satellites observations. The advent of GNSS (*Global Navigation Satellite System*) allows an easy determination of precise geodetic heights. The ellipsoidal height provided by the GNSS together with the knowledge of a precise geoid or quasi-geoid undulation can be used to derive the orthometric or normal heights (a physical height). The use of physical heights is essential for several applications, such as construction and monitoring of dams, roads, railways, river course modification, and others. Since a geoid model is determined, the use of GNSS observations on benchmark can be applied for quality analyses. The geoid undulation, obtained from the difference between GNSS geodetic height and orthometric height, allows the comparison with geoid undulation obtained from a geoid model. This study aims to investigate the kriging geostatistic approach in the estimation of a geoidal surface. The kriging geoidal surface was derived by using GNSS/levelling observations and compared with the GEOIDESP14 (geoid model). As a result, a variographic model in 45° and 135° directions was obtained, due to the better adjustment to the geoid undulation data, considering 170 stations spread throughout São Paulo state. The

graphic results of ordinary kriging, from 170 GNSS/levelling stations are consistent with the geoid model of São Paulo.

**Keywords:** GNSS/levelling, geoid undulation, geostatistics, Kriging.

## 1 INTRODUÇÃO

A superfície geoidal tem despertado interesses específicos. Ao contrário da superfície física e do teluroide, ela é uma superfície de nível do campo de gravidade possuindo características físicas. A determinação de um modelo geoidal pode ser realizada a partir de várias técnicas: a integração numérica da fórmula de Stokes diretamente ou com o uso da FFT (*Fast Fourier Transform*), a Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ), o desenvolvimento em série das funções harmônicas esféricas, a obtenção direta da ondulação geoidal pela diferença entre a altitude geodésica (via GNSS) e a ortométrica (via nivelamento geométrico), a altimetria por radar a bordo de satélites (nos oceanos) e as possíveis combinações entre elas.

Atualmente, no estado de São Paulo, algumas obras de engenharia estão sendo executadas, tais como: duplicações de rodovias e projetos viários de grande porte (rodoanel e expansão das linhas de metrô do município de São Paulo). Além disso, alguns projetos no âmbito geodésico foram e estão sendo desenvolvidos, como exemplo tem-se o projeto Temático (processo: 06/04008-2 da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP) que contribuiu na infraestrutura GNSS (*Global Navigation Satellite System*) para o posicionamento geodésico e a integração entre ciência e tecnologia. Esse projeto visou contribuir com as investigações relacionadas à avaliação do modelo geoidal, aos sistemas de altitude, ao monitoramento vertical da crosta terrestre (para a estimativa dessa componente no nível médio do mar) e à densificação da rede gravimétrica do estado de São Paulo, para auxílio de obras de engenharia.

O estado de São Paulo possui 170 estações GNSS/nivelamento, distribuídas em todo o território. O levantamento desses pontos foi fruto de trabalho de instituições como o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), o IGC (Instituto Geográfico e Cartográfico) e o IAG-USP (Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo).

Uma vez que o modelo geoidal é calculado, a maneira de analisar sua qualidade é compará-lo com observações GNSS sobre as referências de nível (RRNN) – GNSS/nivelamento. A ondulação geoidal, obtida a partir da altitude geodésica subtraída da altitude ortométrica (normal), permite a comparação com a ondulação geoidal advinda do modelo geoidal, sendo realizada de maneira pontual. Uma hipótese é gerar uma superfície a partir das estações e compará-la a um modelo geoidal. Uma ferramenta útil para solucionar esta questão é a geoestatística, uma vez que, as informações GNSS/nivelamento, são mensuradas em estações georreferenciadas e, sabe-se da coexistência de uma relação espacial entre os valores, tornando-se assim, uma possível estimativa da ondulação geoidal em locais onde estes não são conhecidos.

Dentre os vários métodos de estimativa existentes, atualmente, o mais difundido é a krigagem ordinária. Este método resulta em valores com mínima variância de erro, o que confere ao domínio estimado precisão local, quando dados que descrevem um fenômeno não estacionário são utilizados, ou seja, a ausência de variância finita (ROCHA, 2011).

Este trabalho tem por objetivo estimar, por meio de uma análise geoestatística, a ondulação geoidal no domínio espacial do estado de São Paulo, utilizando o método da krigagem

ordinária e comparar a superfície gerada com o modelo geoidal GEOIDESP14.

## 2 O MODELO GEOIDAL

Muitas são as ferramentas e tecnologias disponíveis hoje para a determinação das ondulações geoidais. Entre elas, a integração numérica da fórmula de Stokes diretamente ou com o uso da FFT, a colocação por mínimos quadrados, o desenvolvimento em série das funções harmônicas esféricas, a obtenção direta da ondulação geoidal pela diferença entre a altitude geodésica derivada de observações GNSS e a ortométrica, obtida pelo nivelamento geométrico, a altimetria por radar a bordo de satélites e as combinações entre as mesmas.

A partir do conhecimento das anomalias de gravidade, reduzidas ao geóide, é possível utilizar a integral de Stokes para calcular as ondulações geoidais. Devido à dificuldade de obtenção de medidas gravimétricas sobre toda a superfície terrestre, foram propostas modificações na função da integral de Stokes. Além disso, os longos comprimentos de onda contribuem no procedimento de integração sobre uma calota esférica de dimensão limitada. A representação da ondulação geoidal na forma abreviada é expressa da seguinte maneira (BLITZKOW, 1996):

$$N(\theta, \lambda) = N_L(\theta, \lambda) + \delta N_L(\theta, \lambda) \quad (1)$$

sendo,

$N_L$ : tradução da componente de longo comprimento de onda da ondulação geoidal;  
 $\delta N_L$ : a componente de comprimento de onda mais curto.

O primeiro termo do segundo membro da Equação (1) representa geometricamente a separação entre o elipsoide e o esferoide de referência, representado pelo modelo do geopotencial; o segundo termo é a separação entre o esferoide e o geóide, obtido a partir dos dados gravimétricos (Figura 1).

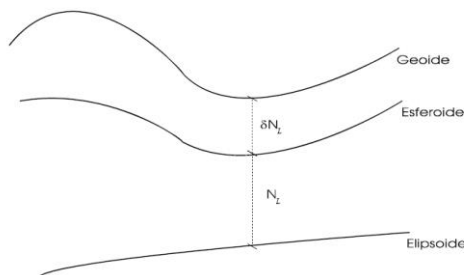


Figura 1 – Componentes da ondulação geoidal (BLITZKOW, 1996)

Os longos comprimentos de onda são calculados a partir de um modelo do geopotencial, o que significa estender a série até um dado grau e ordem  $L$ . Os curtos comprimentos de onda podem ser calculados através de uma modificação na integral de Stokes, permitindo restringi-la a uma calota de raio  $\psi_0$ .

### 3 O GEOIDE NO ESTADO DE SÃO PAULO

O estado de São Paulo possui um modelo geoidal calculado em 2014 (GEOIDESP14) (GUIMARÃES, et al., 2014). Esse modelo está compreendido entre as latitudes  $-26^\circ$  a  $-19^\circ$  e longitudes  $-44^\circ$  a  $-54^\circ$  (Figura 2). O geide foi calculado a partir de um conjunto de 46.290 estações, gentilmente cedidas pelas seguintes instituições: o Observatório Nacional (ON), a PETROBRAS, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, o Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, e a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP). É importante ressaltar que o projeto Temático da FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa no Estado de São Paulo), processo 06/04008-2 contribuiu substancialmente na disponibilidade dos dados de gravimetria terrestre.

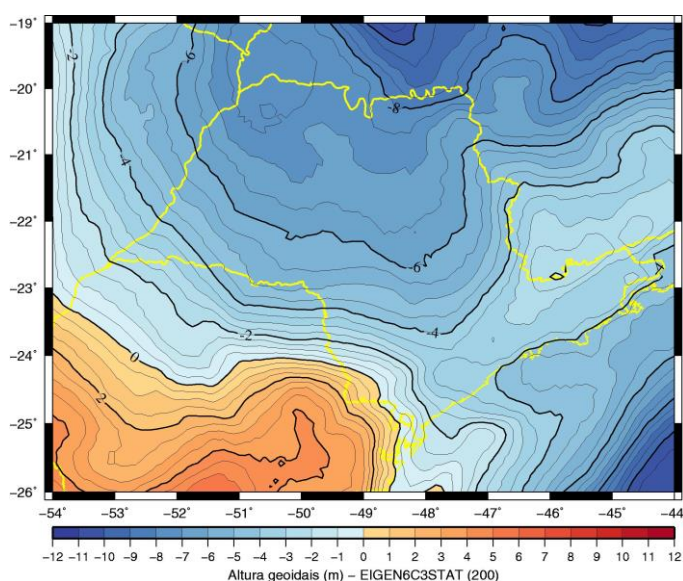


Figura 2 – Modelo geoidal do estado de São Paulo  
 Fonte: (GUIMARÃES, et al., 2014)

A fórmula de Stokes é a maneira usual para se determinar as ondulações geoidais. Os modelos do geopotencial desenvolvidos na era espacial permitiram o desmembramento da altura geoidal em duas componentes: longo e médio comprimento de onda; e curto comprimento de onda. Os modelos permitem a obtenção das componentes de longos e médios comprimentos de onda, limitando assim, o uso da integral de Stokes numa região próxima ao ponto de cálculo. O grau e ordem do modelo a ser utilizado deverão ser escolhidos, oportunamente, em função de disponibilidade mais atualizada do modelo do geopotencial. Os dados gravimétricos são processados visando a obtenção das anomalias da gravidade ar livre, e a partir delas, são determinadas as anomalias de Helmert, as quais devem ser usadas na formulação de Stokes. A área de integração é limitada numa vizinhança conveniente em função do grau e ordem do modelo selecionado. Maiores informações acerca da formulação de Stokes podem ser encontradas em (ELLMANN; VANÍČEK, 2007). O cálculo da integral de Stokes foi realizado

pela técnica da FFT utilizando o programa FFTMOD (LI & SIDERIS, 1993) com a modificação do kernel.

A metodologia para determinar o modelo geoidal utilizando a FFT é apresentada na Figura 2.

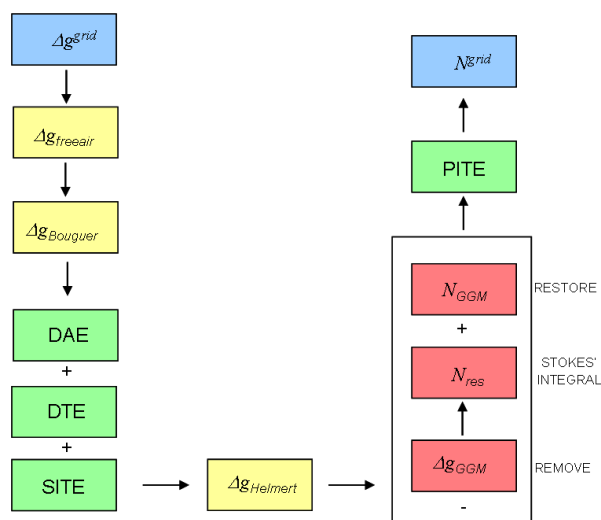


Fig. 2 – Esquema de cálculo usando a FFT  
Fonte: Guimarães (2013)

O esquema para o cálculo do modelo geoidal pode ser resumido em 5 etapas (BLITZKOW et al., 2008):

1. Cálculo das anomalias pontuais ar livre, por meio de dados terrestres de gravimetria (coordenadas, altitude ortométrica e aceleração de gravidade);
2. Cálculo das anomalias completas de Bouguer, para posterior obtenção das anomalias médias ar livre em quadrículas de 5'. Para esses cálculos são necessárias as anomalias pontuais ar livre e um modelo digital de terreno;
3. Cálculo das anomalias de gravidade de Helmert na superfície terrestre, que são obtidas adicionando à anomalia média ar livre, o efeito atmosférico direto (DAE), o efeito direto topográfico (DTE), e o efeito topográfico indireto secundário (SITE);
4. Integração de Stokes com a utilização da técnica “remove-restore”;
5. Adição do efeito indireto topográfico primário (PITE) nas ondulações geoidais, referidas a um “geoide fictício”, denominado co-geoide (GEMAEL,1999), para obtenção das ondulações geoidais referidas ao novo geoide.

#### 4 A KRIGAGEM

A Krigagem é um método de interpolação geoestatístico, onde considera-se tanto a distância, quanto o ângulo de variação entre os pontos experimentais, para então, ser realizado o

cálculo dos pontos interpolados. A eficiência dessa interpolação depende da especificação correta de diversos parâmetros, que descrevem o semivariograma e o modelo de deriva.

Primeiramente, antes do processo de interpolação, a Krigagem calcula todas as funções de ponderação de distância. Para tal, é construído um semivariograma experimental do conjunto de dados amostrados.

Esse semivariograma permite estimar pesos adequados a serem atribuídos aos pontos interpolados, cada vez mais distantes dos pontos de medidos. Entretanto, há uma dificuldade para se determinar, precisamente, como um conjunto de dados varia em função da distância e da direção. Existem diversas técnicas disponíveis que auxiliam na determinação desse comportamento, sendo a mais popular a análise da semivariância (RIBEIRO; MONTALVANI, 2011).

O grau de dependência observada entre os pontos sobre uma determinada superfície é expresso pela propriedade da semivariância. A semivariância é definida como sendo a metade da variação das diferenças medidas entre todos os possíveis pontos espaçados a um intervalo constante, denominado de lag (BOHLING, 2005). Nos casos em que a distância é igual a zero, a semivariância também é nula, uma vez que não há diferença entre os pontos comparados. Entretanto, quando se compara pontos cada vez mais distantes, o valor obtido para semivariância também aumenta. O cálculo da semivariância é dado por (BOHLING, 2005):

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{\alpha=1}^{N(h)} [z(\mu_{\alpha} + h) - z(\mu)_{\alpha}] \quad (2)$$

sendo,

$\mu$ : vetor de coordenadas polares

$z(\mu)$ : representa a propriedade física analisada em função da localização espacial

$h$ : representa o lag;

$z(\mu+h)$ : valor da propriedade física observada da coordenada defasada ( $\mu+h$ ).

$N$ : número de pontos da amostra;

$\gamma$ : semivariância

Após o cálculo da semivariância é gerado o semivariograma, o qual é a base para a interpolação via krigagem. A partir da superfície contínua criada, estima-se segregação espacial das variáveis, e o alcance da segregação no espaço amostral.

## 5 MATERIAIS E MÉTODOS

### 5.1 Área Experimental e Dados Utilizados

Neste trabalho, 170 estações GNSS/nivelamento foram utilizadas, as respectivas localizações podem ser observadas na Figura 3. O nivelamento destas estações foi realizado pelo IBGE e pelo antigo IGG (Instituto Geográfico e Geológico), atualmente IGC (Instituto Geográfico e Cartográfico). A altitude ortométrica está referenciada ao *Datum* de Imbituba e a altitude geodésica ao elipsoide WGS84 – *World Geodetic System* 1984. Deste total, 139 estações

foram implantadas pelo Laboratório de Topografia e Geodésia da USP (USP-LTG), sendo que a altitude geodésica possui uma precisão em torno de 0,06m (SÁ, 2006), enquanto a altitude ortométrica não tem sua precisão conhecida, uma vez que os valores não foram ajustados. As outras 31 estações foram fornecidas pelo IBGE, sendo que 26 delas estão incluídas no último ajustamento da rede altimétrica brasileira (IBGE, 2011).

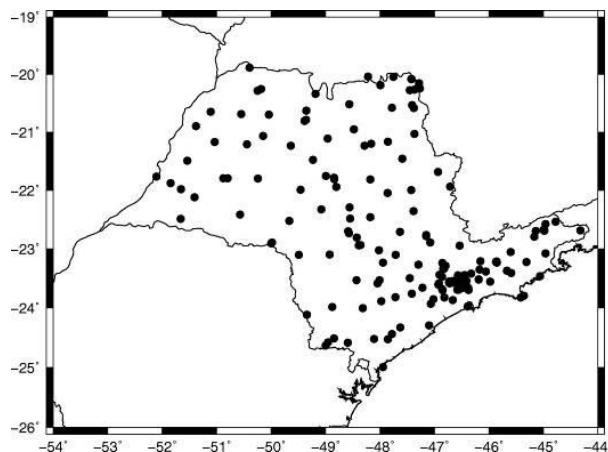


Figura 3 – Estações GNSS/nivelamento no estado de São Paulo

Deve-se ressaltar que o tratamento geoestatístico dos dados e a geração de superfícies por meio da krigagem foram realizados no *software* Surfer®, versão 8.0.

## 5.2 Desenvolvimento Metodológico

Para geração da superfície gravimétrica, primeiramente, efetuou-se a análise exploratória dos dados, onde se obteve a distribuição dos pontos de amostragem. Em seguida realizou-se uma análise estatística descritiva, onde foi gerado um histograma e tabela de dados descritivos.

Com a análise de estatística descritiva, geraram-se os valores de medidas de tendência central, nos quais são apresentadas a média e a mediana, e foram determinadas as variações das observações (variância, desvio padrão e coeficiente de variação). Nesta etapa, também foi considerado as medidas de assimetria do histograma, as quais fornecem informações sobre o formato da curva de distribuição. Sendo que, segundo Andriotti (1988), a assimetria é o grau de afastamento da média em relação à moda e a mediana, considerando que numa distribuição de frequência simétrica há a coincidência entre moda, mediana e média.

Também por meio do histograma, analisou-se visualmente se os dados apresentam, ou não, uma distribuição normal e, assim como, a eventual presença de valores anômalos (*outliers*).

Posteriormente, foi realizada a análise variográfica, onde foi interpretada a estrutura de correlação espacial dos dados, procurando quantificá-la. Desta forma, foram obtidos os pesos referentes aos valores estimados para o processo estimativo da krigagem.

Inicialmente, foi necessário verificar se a variável ondulação geoidal apresentava um comportamento isotrópico ou anisotrópico, ou seja, se a variabilidade espacial dos valores é a mesma em todos os sentidos ou não, assim, foram gerados diagramas na direção de 0, 45, 90 e 135°, com uma tolerância angular de 22,5°, e um *lag* de 3,1°, que corresponde aproximadamente

a 350km. Esta abordagem significou decompor o semivariograma omnidirecional em quatro outros.

Após a construção dos semivariogramas, foi realizada a modelagem, ou seja, o ajuste de um semivariograma experimental a um modelo teórico, contemplando as direções de maior e menor alcance. Nesta ocasião, o modelo teórico escolhido para o variograma gerado, foi o exponencial.

Terminada a análise estrutural, com o modelo exponencial de melhor ajuste, realizou-se a Krigagem, sendo o método escolhido: a Krigagem ordinária. Por fim, gerou-se a superfície de ondulação geoidal no domínio do estado de São Paulo.

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir da análise do histograma apresentado na Figura 4, observa-se que os dados gravimétricos, na área de estudo, demonstram uma distribuição assimétrica positiva, ou seja, uma distribuição normal, como confirmado pelas estatísticas descritivas apresentadas na Figura 4. Desta forma, conclui-se que os dados não possuem tendência e, são passíveis da aplicação da Krigagem.

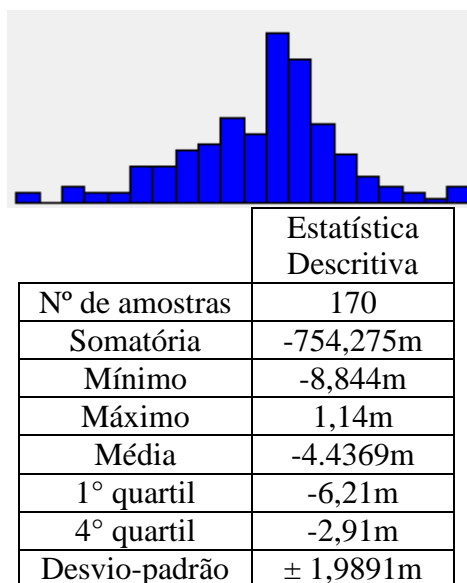


Figura 4 – Histograma e estatística descritiva dos dados gravimétricos.

A partir da análise variográfica, constatou-se que a variabilidade não é a mesma em todas as direções, conseqüentemente, apresentando um caso de anisotropia, situação esta em que os dados apresentam dependência ao variar a direção. Para tanto, a anisotropia pode ser verificada ao observar os semivariogramas nas direções 0°, 45°, 90° e 135°, nas Figuras 5a, 5b, 5c e 5d, respectivamente.

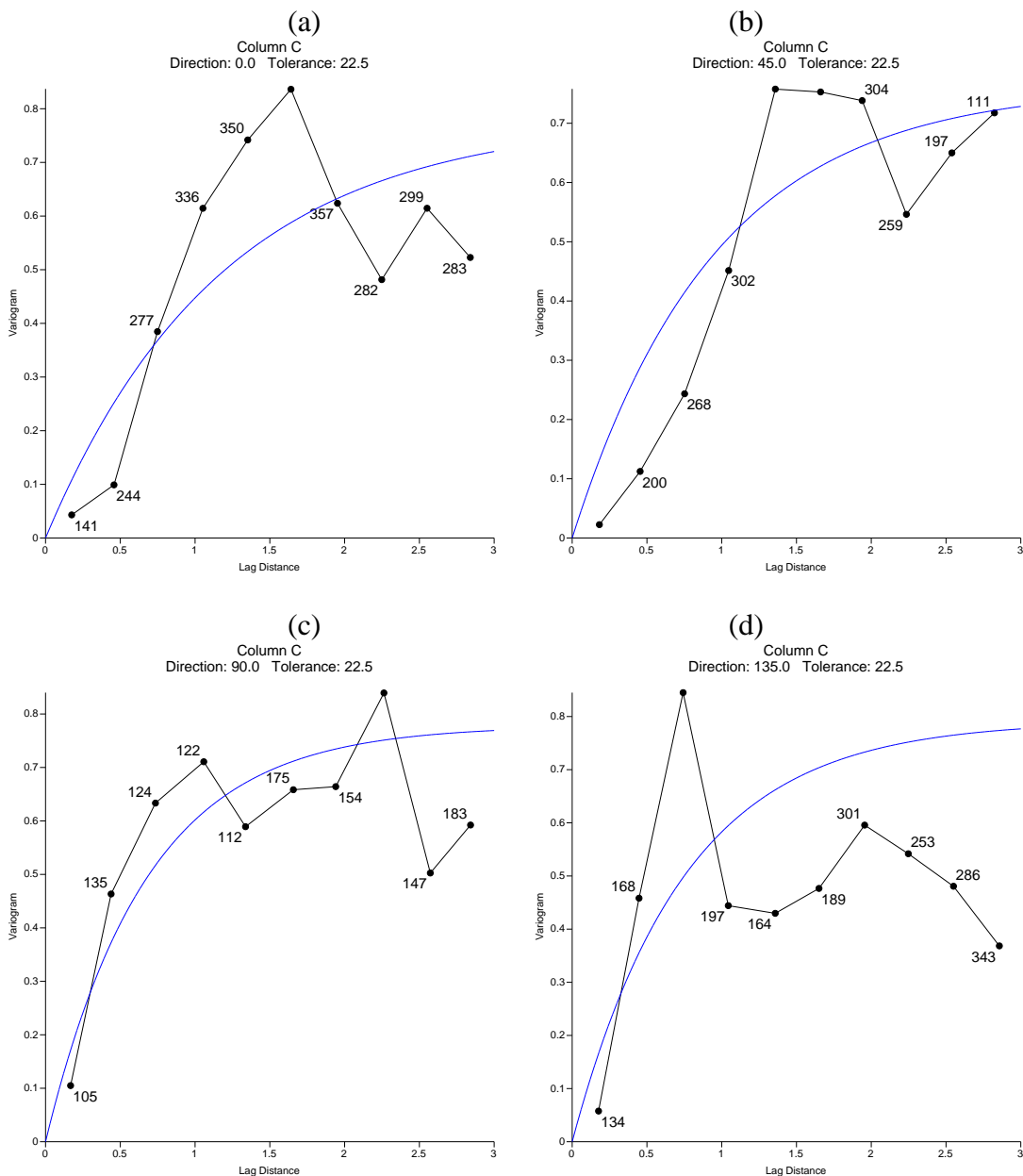


Figura 5 – Semivariograma para as seguintes direções:  
 (a) 0°. (b) 45°. (c) 90° e (d) 135°.

Ao analisar as Figuras 5a, 5b, 5c e 5d, nota-se que os semivariogramas de 45° e 135°, possuem menor alcance e maior variabilidade. Para tanto, foi encontrado um alcance de 0.7615 para o semivariograma de 45° e 0.7913 para o semivariograma de 135°.

Definidos os semivariogramas para as duas direções (maior e menor alcance), obteve-se um modelo matemático (utilizando as amostras), permitindo a geração de superfície de ondulação geoidal para pontos não amostrados, por meio da Krigagem ordinária do tipo em blocos, conforme a Figura 6.

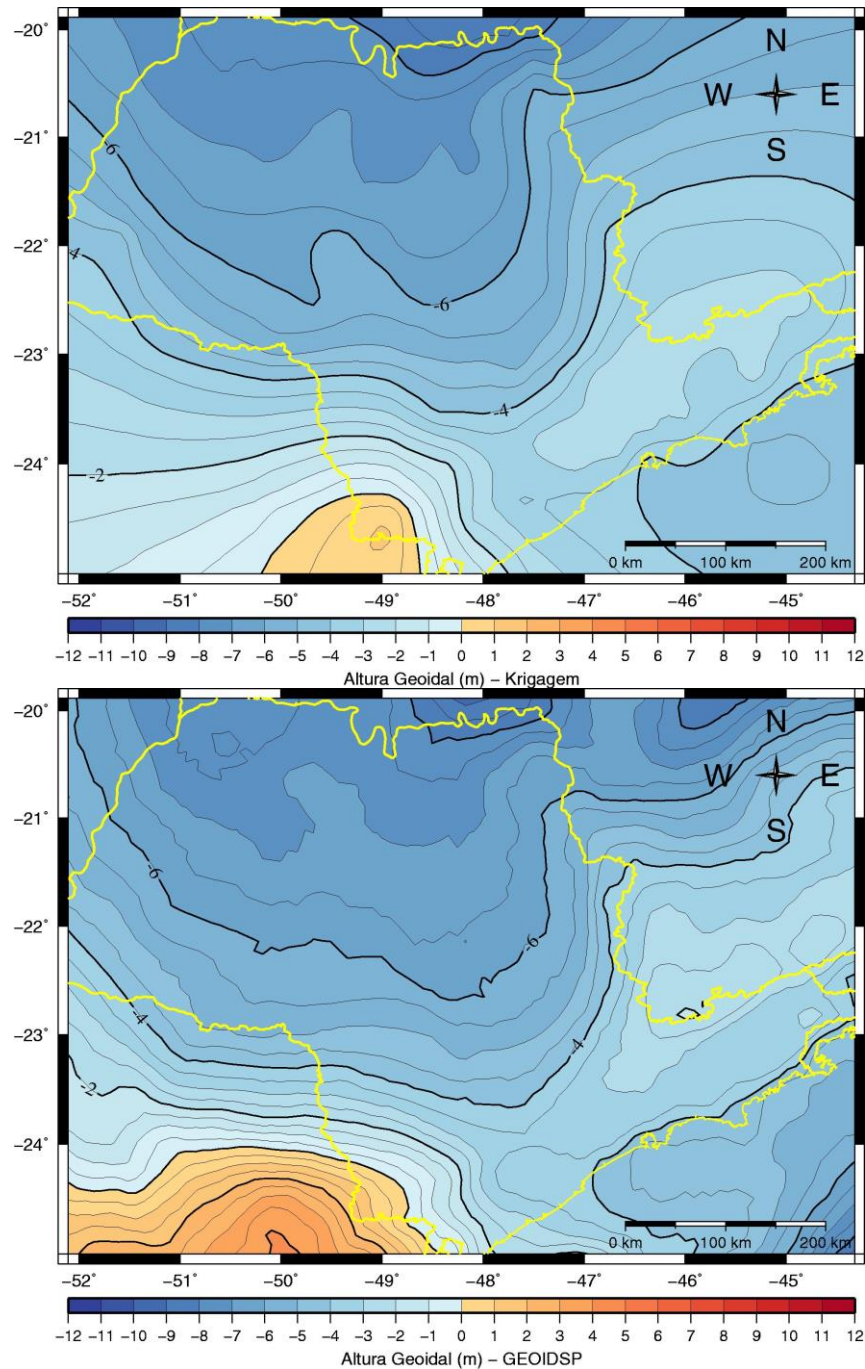


Figura 6 – Modelo geoidal. Figura superior gerada por meio da Krigagem Ordinária e figura inferior gerada a partir dos dados gravimétricos

Verifica-se na Figura 6 que a superfície geoidal, gerada pela krigagem ordinária, a partir de 170 estações GNSS/nivelamento possui um comportamento mais suave em relação ao modelo geoidal GEOIDSP. Nota-se que tanto no estado do Paraná quanto em Minas Gerais, o gradiente do geóide gerado pela krigagem é menor quando comparado ao GEOIDSP. Tal fato se justifica pela ausência de dados GNSS/nivelamento. Observa-se também que, quanto maior a quantidade de estações GNSS/nivelamento (região metropolitana de São Paulo), maior é a proximidade do gradiente como o modelo geoidal do estado.

## 7 CONCLUSÕES

A estimativa da superfície gravimétrica pelo método da krigagem, especificamente o método da krigagem ordinária em blocos, permitiu a obtenção dos valores de ondulação geoidal em áreas não amostradas no domínio espacial do estado de São Paulo, fornecendo uma importante fonte de dados para trabalhos de engenharia que fazem uso da altitude ortométrica. Desta forma, conclui-se que a geoestatística, no domínio da krigagem, é uma importante ferramenta na elaboração de mapas que podem ser utilizados para os mais diversos fins.

Verificou-se que os resultados gráficos do método da krigagem ordinária empregado para a determinação da ondulação geoidal, a partir de dados GNSS/nivelamento possuem consistência com o modelo geoidal GEOIDSP. As regiões (Paraná e Minas Gerais) com ausência de dados GNSS/nivelamento tiveram um comportamento, em termos de gradiente, mais suave do que o GEOIDSP.

Como sugestão para trabalhos futuros, recomenda-se a utilização de outros métodos disponíveis na geoestatística, assim como, a comparação com outros modelos geoidais disponíveis tanto para o estado de São Paulo quanto para todo o território nacional, além da utilização de estações GNSS/nivelamento no entorno do estado.

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao docente Nilton Nobuhiro Imai pelas sugestões e discussões durante o curso de Representações de Superfície, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas (PPGCC) da Universidade Estadual Paulista (UNESP), e ao Laboratório de Topografia e Geodésia (LTG) da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP), pelo fornecimento dos dados referentes ao levantamento GNSS/nivelamento utilizados neste trabalho.

## Referências Bibliográficas

ANDRIOTTI, J. L. S. Introdução à Geoestatística. Estudos Tecnológicos-Acta Geológica Leopoldensia, São Leopoldo, v. 11, n.27, p. 5-81, 1988.

BLITZKOW, F. **O problema do valor de contorno da geodésia: resultados práticos para a América do Sul.** 1996. 81p. Tese (Livre Docência) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1996.

BLITZKOW, D.; MATOS, A.C.O.C.; CAMPOS, I.O.; ELLMANN, A.; VANIČEK, P.; SANTOS, M.C. An attempt for an Amazon geoid model using Helmert gravity anomaly. In: Sideris, M.G. (Org.). **Observing our Changing Earth**. 1 ed.: Springer-Verlag, 2008, v. 133, p. 187-194, 2008.

BOHLING G. Kriging. Kansas Geological Survey. 2005.

ELLMANN, A.; VANIČEK, P. UNB applications of Stokes-Helmert's approach to geoid computation. **Journal of Geodynamics**, v. 43, p. 200-213, 2007.

GEMAEL C. 1999. Introdução a Geodésia Física. Editora UFPR.

GUIMARÃES, G.N. **A geoid model in the state of São Paulo: an attempt for the evaluation of different methodologies**. 2013. 144 F. Tese de Doutorado – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2013.

GUIMARÃES, G.N.; MATOS, A.C.O.C.; BLITZKOW, D.; Quasi-geoid model in the state of São Paulo. **The 3rd International Gravity Field Service (IGFS 2014) - General Assembly**. 30 de Junho a 06 de Julho, Shanghai, China, 2014.

IBGE, Ajustamento simultâneo da rede altimétrico de alta precisão do sistema brasileiro geodésico brasileiro. **Relatório**. Rio de Janeiro, 62p. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/altimetrica.shtm>> Acesso em Outubro de 2014, 2011.

LI, Y.; SIDERIS, M. Minimization and estimation of geoid undulation errors, **Bulletin Géodésique** v. 68 p. 201-209 1993.

RIBEIRO, V. B.; MANTOVANI, M. S. M. Campo gravimétrico do complexo alcalino de tapira (mg): comparação entre técnicas de interpolação e de separação regional-residual. *Revista Brasileira de Geologia*, Campinas, v. 24, n. 05, p.1-12, 15 jun. 2011.

ROCHA, M. M. et al. Aplicação de krigagem com correção do efeito de suavização em dados de potenciometria da cidade de Pereira Barreto - SP. *Geologia*, São Paulo, n., p.1-13, 06 jun. 2011.

SÁ, N.C.; VIEIRA, C. Rede GPS do estado de São Paulo: aprimoramento de modelos geoidais e apoio básico local. **Relatório científico final FAPESP** (Processo: 99/012691-9) Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006. 90 p.