

# ALGORITMO PARA CÁLCULO DE DISTÂNCIAS TRIDIMENSIONAIS ENTRE PONTOS E LINHAS EM BANCO DE DADOS GEOGRÁFICOS PARA AVALIAÇÃO DE ACURÁCIA POSICIONAL DE DADOS CARTOGRÁFICOS VETORIAIS

## *Algorithm For Calculating Three-Dimensional Distances Between Points And Lines In Spatial Databases For Positional Accuracy Assessment Of Vector Cartographic Data*

**Rafael Duarte**

**Instituto Geográfico e Cartográfico - IGC**

Gerência de Cartografia

Rua Boa Vista, 150 - Centro, São Paulo - SP

rduarte@sp.gov.br

**Mateus Pedrucci Romanholi**

**Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - Poli/USP**

Departamento de Engenharia de Transportes - PTR

Av. Prof. Almeida Prado, Travessa 2, nº 83 - Butantã, São Paulo - SP

mateus.romanholi@usp.br

### **Resumo:**

Este trabalho trata do desenvolvimento de um algoritmo e de uma aplicação de comparação de coordenadas tridimensionais e obtenção de distâncias entre linhas e pontos. O objetivo da aplicação é localizar pontos sobre uma feição linear para o posterior cálculo da distância dos pontos encontrados para pontos com coordenadas conhecidas, de forma a ajudar na execução dos testes estatísticos para avaliação do Padrão de Exatidão Cartográfica (PEC), auxiliando na verificação posicional de linhas tridimensionais. O cálculo das distâncias foi feito por meio de um algoritmo de menor distância disponibilizado pela extensão espacial PostGIS para o banco de dados PostgreSQL. A aplicação foi programada em linguagem C/C++, utilizando bibliotecas do PostGIS e a biblioteca Shapelib - Shapefile C Library. Os resultados da aplicação desenvolvida foram comparados com resultados de equações descritas neste trabalho com o objetivo de validar a ferramenta e os pontos encontrados. As diferenças encontradas - inferiores a um centímetro - foram consideradas satisfatórias para possibilitar o uso da aplicação, que deverá ser melhorada futuramente para permitir o cálculo automático dos valores para avaliação do PEC.

**Palavras-chave:** Banco de Dados Geográficos, Padrão de Exatidão Cartográfica, coordenadas tridimensionais.

### **Abstract**

This paper deals with the development of an algorithm and an application for three dimensional coordinate comparison and distance calculation between lines and points. The application's goal is to find the location of points over a linear feature for posterior calculation of the distance between the points found and points with known coordinates, in order to help the execution of statistical tests for assessment of the Brazilian cartographic positional accuracy standards (known as the Padrão de Exatidão Cartográfica - PEC), assisting in the positional validation of three dimensional lines. The distance calculation was executed by a shortest distance algorithm available in the PostGIS spatial extension for PostgreSQL database. The application was written in the C/C++ language, using PostGIS libraries and Shapelib - Shapefile C Library. The results of the application developed were compared with the results of equations described in this paper in order to validate the tool and the points found. The differences found - smaller than one centimeter - were considered satisfactory to allow the usage of the application, which must be further improved so as to automatically calculate the values for PEC assessment.

**Keywords:** Spatial Database, Map Accuracy Standards, three-dimensional coordinates.

**Anais do COBRAC 2016 - Florianópolis –SC – Brasil - UFSC – de 16 à 20 de outubro 2016**

## 1 INTRODUÇÃO

No Brasil, a análise dos produtos cartográficos é objeto de estudo e aplicação desde meados da década de 80, quando a avaliação de produtos cartográficos vetoriais pretendeu atender ao Decreto nº 89.817 de 1984, que tem como objetivo normatizar o controle de qualidade de produtos cartográficos, classificando-os em classes.

Com os diversos métodos de coleta de dados para a criação de produtos cartográficos, o controle de qualidade desses produtos passou a ser um desafio tanto para as instituições que produzem quanto para os usuários e agentes fiscalizadores (GALO; CAMARGO, 1994).

A comparação de coordenadas para a verificação de produtos cartográficos por meio de pontos é proposta pelo Decreto n 89.817 no qual define que "Noventa por cento dos pontos bem definidos numa carta, quando testados no terreno, não deveram apresentar erro superior ao Padrão de Exatidão Cartográfico" (PEC). Nesta definição entendemos por terreno pontos medidos (em loco) com acurácia e precisão superior ao produto testado, tratando-se do produto "carta", como descrito na lei, tratava-se de um produto impresso não tendo correspondência computacional na época. Mais recentemente carta pode ser também representada por planos de informação ou níveis (CÂMARA, 2005) os quais podem ser de formato vetorial onde estes possuem coordenadas bidimensionais ou tridimensionais em seus vértices. Conforme abordado por NOGUEIRA JR. (2003), a escolha de pontos para a aferição de um determinado nível deve ser aleatória, tendo como realidade atual o produto da cartografia digital onde um ponto escolhido para verificação posicional diversas vezes não se encontra sobre uma região onde existe correta definição de vértice, considerando o nível coletado do produto cartográfico ou local onde dificulta a comparação de coordenadas. Este artigo tenta minimizar as diferenças nas comparações entre coordenadas de feições lineares tridimensionais e pontos tridimensionais de maior precisão (e ou maior acurácia) a titulo de comparação e para fins facilitar a aplicação de testes estatísticos na medição acurácia cartográfica e ou PEC (TOMMASELI, 1988).

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A iniciativa de padronização de produtos cartográficos por meio de comparação de amostras foi tomada em 1937 pela então American Society of Photogrammetry, hoje conhecida por American Society for Photogrammetry and Remote Sensing (ASPRS) (UNITED STATES GEOLOGICAL SURVEY, 1981). Estas normativas estão em constante evolução, devido aos incrementos tecnológicos na ciência da fotogrametria. Porém, o processo de comparação de coordenadas independentes com as de feições do produto cartográfico se tornou um processo comum e estatisticamente aceito.

No Brasil, a aplicação da análise de exatidão em produtos cartográficos deve-se considerar as técnicas e produtos desenvolvidos posteriormente a 1984, pois nesta data entrou em vigor o Decreto nº 89.817, o qual tratou de definir padrões e responsabilidades para a produção cartográfica nacional. Tendo como realidade atual a o desenvolvimento de produtos cartográficos digitais é importante ressaltar que o decreto foi criado para análise de produtos analógicos, com isso demonstra-se a importância de pesquisas que visem aferir a qualidade de produtos cartográficos digitais (NOGUEIRA, 2003).

Com o intuito de compreender quais serão as características dos dados comparados, devemos primeiramente definir quais os produtos de origem das coordenadas de referência. Uma proposta que foi adotada por Merchant (1982), o qual propõe que os pontos de controle que serão comparados com homólogos ao produto cartográfico devem apresentar desvios padrão de 1/3 da exatidão do mapa (TOMMASELI, 1988).

Uma das formas de aquisição de coordenadas precisas que podem ser comparadas com o produto cartográfico é a utilização de imagens, consideradas um meio para a captura indireta de informação espacial, utilizando-se de técnicas fotogramétricas. As imagens são armazenadas como matrizes, em que cada elemento da imagem (denominado "pixel") tem um valor proporcional à energia eletromagnética refletida ou emitida pela área da superfície terrestre correspondente (VINHAS; SOUZA, 2005). As coordenadas para a comparação de feições de interesse ao produto cartográfico podem ser obtidas a partir de imagens devidamente posicionadas (LUGNANI, 1987). Outra forma de aquisição de coordenadas precisas para a aferição de produtos cartográficos é através de levantamentos em loco utilizando-se técnicas de posicionamento por satélite também conhecidos por *Global Navigation Satellite System – GNSS* (NOGUEIRA, 2003).

Outro modelo de armazenamento desenvolvido foi o formato vetorial, através do qual a localização e a aparência gráfica de cada objeto são representadas por um ou mais pares de coordenadas (DAVIS JR.; QUEIROZ, 2005). A utilização desse tipo de armazenamento, em relação ao modelo matricial, demanda menos quantidade de memória, pois somente são armazenadas coordenadas e atributos específicos de forma discreta.

Para a aquisição e coleta de dados vetoriais a partir de fotografias aéreas, durante a elaboração de um novo mapa ou carta com coordenadas tridimensionais, faz-se necessário o uso de instrumentos denominados restituidores (Figura 1), que permitem a transferência dos elementos da imagem fotográfica para o arquivo vetorial ou original de restituição, sob a forma de traços (pontos, linhas ou polígonos) (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 1998).



Figura 1 – Equipamento de restituição estéreo-fotogramétrica digital

Fonte: [http://mundogeoconnect.com/2014/arquivos/palestras/9\\_maior\\_a-alexandre-ciuffa.pdf](http://mundogeoconnect.com/2014/arquivos/palestras/9_maior_a-alexandre-ciuffa.pdf)

O resultado da restituição é um conjunto de arquivos de dados vetoriais, os quais contêm coordenadas tridimensionais das feições cartográficas interpretadas pelo operador de restituição, referenciadas a um sistema de projeção cartográfica e à rede geodésica fundamental (SILVA; NEVES, 2012).

Os dados vetoriais são armazenados em arquivos gráficos digitais e são compostos por classes de informação representadas por primitivas geométricas distintas, como pontos, linhas

ou polígonos. Essas classes representarão os diversos elementos geográficos que formam a carta topográfica.

Para a verificação de dados cartográficos vetoriais, podemos comparar as coordenadas dos vetores com as coordenadas de pontos obtidos de forma independente. Neste trabalho, os dados do mapeamento serão representados por linhas com coordenadas tridimensionais restituídas a partir de pares estereoscópicos digitais, e os pontos independentes serão coletados utilizando as mesmas imagens, através da mesma técnica. Isso não impede que os pontos sejam coletados de outra forma, como por exemplo, em trabalhos de campo com receptores GNSS.

A precisão atribuída aos dados coletados pelo mapeamento depende da precisão das coordenadas independentes utilizadas para comparação. Se forem utilizadas coordenadas de campo mais precisas que as coletadas no processo de restituição do mapeamento, torna-se possível analisar a precisão do mapeamento utilizando parâmetros do PEC. Caso a precisão dos pontos obtidos de forma independente seja próxima à das linhas do mapeamento, podem ser utilizadas comparações estatísticas visando garantir a confiabilidade do mapeamento, mesmo que não sejam atendidos todos os parâmetros de exatidão cartográfica.

Um dos formatos de arquivo mais utilizados para o armazenamento de dados vetoriais é o shapefile, desenvolvido pela empresa ESRI, que além de armazenar geometrias, como os formatos CAD/CAM, possui também uma tabela de atributos associada. O shapefile é um formato de arquivo documentado, o que permite que ele seja criado e editado por qualquer solução desenvolvida por terceiros (ESRI, 1998). Assim, foram desenvolvidas bibliotecas livres para a edição de geometrias armazenadas em formato shapefile, como shapelib (<http://shapelib.maptools.org/>), para a linguagem C, e pyshp (<https://github.com/GeospatialPython/pyshp>), para a linguagem Python.

O armazenamento de atributos e geometria por si só não permite que sejam realizadas operações de consultas e análises espaciais. Esses processos são possíveis por meio de bancos de dados espaciais e Sistemas de Informação Geográfica (SIG) (EGENHOFER; FRANZOSA, 1991; CÂMARA, 2005).

Inicialmente, os bancos de dados armazenavam informações geométricas e tabulares de forma separada, em uma arquitetura dual (CÂMARA, 2005). Posteriormente, com a evolução dos SIG, os bancos de dados passaram a armazenar em uma mesma estrutura tanto geometrias quanto informações tabulares, conferindo-lhes a característica de bancos de dados geográficos. A utilização de bancos de dados geográficos permite um repositório externo para os dados trabalhados em um SIG, possibilitando tarefas essenciais como entrada, visualização, consulta e análise de dados, e plotagem de mapas (Figura 2).

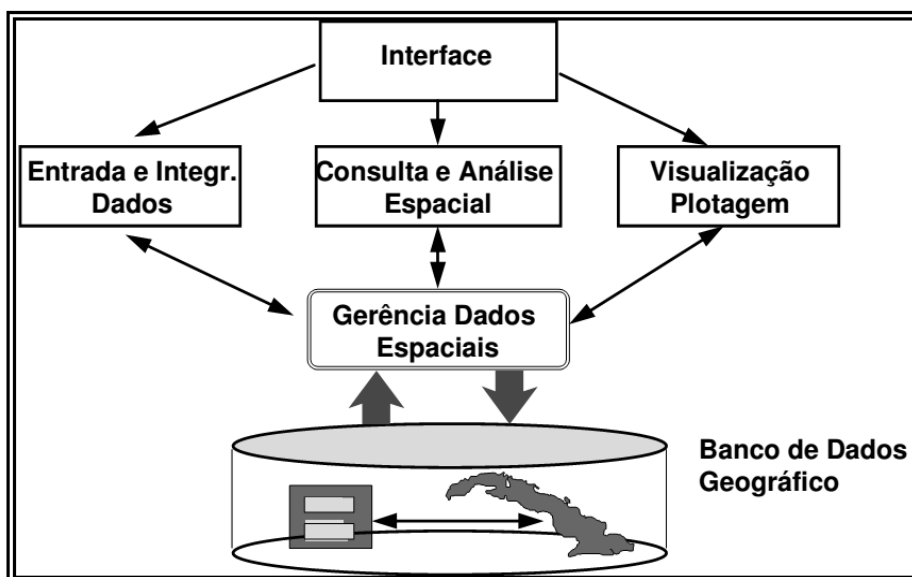


Figura 2 – Estrutura de um sistema de informação geográfica com o uso de banco de dados

Fonte: CÂMARA, 2005.

Com o auxílio de um banco de dados geográficos, a avaliação posicional dos dados cartográficos requer a extração das coordenadas de um determinado ponto  $M_1(x_1, y_1, z_1)$ , localizado sobre um vetor  $\overrightarrow{P_1P_2}$ , a uma mínima distância de um ponto  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  (Figura 3).

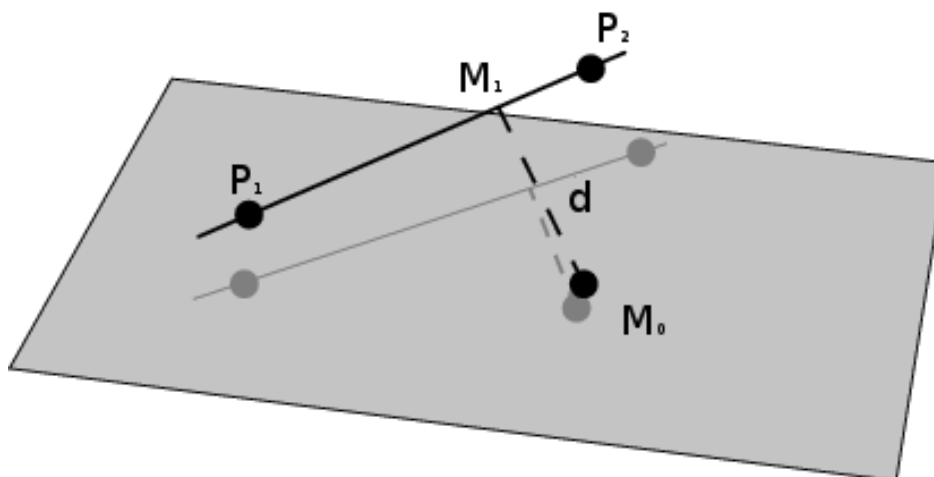


Figura 3 – Distância entre uma linha e um ponto.

Fonte: <http://mathworld.wolfram.com/Point-LineDistance3-Dimensional.html> (adaptado).

Podemos dizer que  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  é um ponto contido no vetor  $\overrightarrow{P_1P_2}$ , localizado na mesma direção que o ponto  $M_0(x_0, y_0, z_0)$ , de coordenadas próximas às do vetor  $\overrightarrow{P_1P_2}$ . Podemos calcular a distância  $d$  entre o ponto  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  e o vetor  $\overrightarrow{P_1P_2}$  utilizando a equação (1).

$$d = \frac{|\overrightarrow{M_0M_1} \times \overrightarrow{P_1P_2}|}{|\overrightarrow{P_1P_2}|} \quad (1)$$

Calculamos a equação da reta  $\overrightarrow{P_1P_2}$  de sua forma canônica, onde temos a equação (2):

$$\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c} \quad (2)$$

Na equação (2) temos os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  dados pelos coeficientes angulares do vetor  $\overrightarrow{P_1P_2}$  conforme as equações (3) e (4), e na decomposição na equação (5) (DAWKINS, 2015):

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \langle x_1, y_1, z_1 \rangle + t \langle a, b, c \rangle \quad (3)$$

$$\langle x, y, z \rangle = \langle x_1 + ta, y_1 + tb, z_1 + tc \rangle \quad (4)$$

$$\begin{aligned} x(t) &= x_1 + ta \\ y(t) &= y_1 + tb \\ z(t) &= z_1 + tc \end{aligned} \quad (5)$$

Ao encontramos a distância  $d$ , da linha ao ponto, por meio da equação (1), podemos compará-la com a distância  $d_2$ , calculada utilizando a coordenada do ponto  $M_1(M_{1x}, M_{1y}, M_{1z})$  que pertence à reta  $\overrightarrow{P_1P_2}$ , e a coordenada  $M_0(M_{0x}, M_{0y}, M_{0z})$  na equação (6):

$$d_2 = \sqrt{(M_{0x} - M_{1x})^2 + (M_{0y} - M_{1y})^2 + (M_{0z} - M_{1z})^2} \quad (6)$$

### 3 CÁLCULO ANALÍTICO DE DISTÂNCIA 3D (LINHA-PONTO)

Nesta seção será abordada a metodologia de obtenção dos valores de distância através de cálculos, conforme a referência bibliográfica inicial. Esses valores serão comparados posteriormente com os calculados a partir das coordenadas obtidas no algoritmo de busca na seção 4.

#### 3.1 Demonstrações de cálculo da distância 3D

Inicialmente foram selecionados, de forma aleatória, 10 pontos e retas próximas a eles, com os quais foram calculadas as distâncias utilizando-se a equação (1), para isso foram utilizadas as equações da reta dos vértices das linhas próximas a esses pontos.

##### 3.11 Metodologia de cálculo da equação da reta

O cálculo dos valores relativos aos parâmetros das retas está exemplificado a seguir:  
 Dadas as coordenadas (7):

$$\begin{aligned} P_1(689.242, 5231.365, 892.018) \\ P_2(679.877, 5228.587, 892.318) \end{aligned} \quad (7)$$

Utilizamos a equação (3) com os valores de (7) conforme a equação (8):

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \langle 689.242, 5231.365, 892.018 \rangle + t \langle -9.365, -2.365, 0.299 \rangle \quad (8)$$

E decomposmos conforme a equação (5), demonstrado na equação (9):

$$\begin{aligned} x(t) &= 689.242 - 9.365t \\ y(t) &= 5231.365 - 2.778t \\ z(t) &= 892.018 + 0.299t \end{aligned} \quad (9)$$

Resultando na equação (10) da reta  $\overrightarrow{P_1P_2}$ :

$$\frac{x - 689.242}{-9.365} = \frac{y - 5231.365}{-2.778} = \frac{z - 892.018}{0.299} \quad (10)$$

### 3.12 Metodologia de cálculo da distância entre ponto e reta

Dado o ponto  $M_0(685.795, 5231.146, 892.537)$  e a equação (10) da reta calculada anteriormente, podemos calcular a distância  $d$  utilizando a equação (1) da forma demonstrada pela equação (11).

$$d = \frac{|\overrightarrow{M_0M_1} \times \overrightarrow{P_1P_2}|}{|\overrightarrow{P_1P_2}|} = \frac{\sqrt{(-1.201287)^2 + (3.239787)^2 + (-7.524831)^2}}{\sqrt{(-9.365)^2 + (-2.778)^2 + (0.299)^2}} \approx 0.847m \quad (11)$$

### 3.2 Valores de distância encontrados pela distância linha-ponto

Na Tabela 1 são demonstrados os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , assim como os valores de  $x1$  e  $x0$  aplicados na equação (1).

Tabela 1- Distância 3D linha-ponto e coeficientes

a	b	c	x1	y1	z1	x0 (M0)	y0 (M0)	z0 (M0)	d (metros)
2,046	-1,9389	0	8,218	541,077	965,927	9,810825	540,0082	966,4	0,571
-9,365	-2,778	0,29998	689,242	231,365	892,018	685,7947	231,1455	892,537	0,875
-0,158	3,413	-0,375	818,701	741,381	892,119	816,7852	743,8919	892,0625	1,812
17,692	-8,231	0,67498	267,83	157,265	889,914	276,3917	157,265	889,914	0,690
-0,957	-4,033	0	73,617	876,35	757,895	73,90504	874,6498	758,8125	1,138
-6,214	19,732	-0,30596	131,883	349,912	829,978	130,2844	355,1586	829,35	0,549
16,098	7,334	-0,26202	725,184	860,269	852,517	738,5393	859,4425	853,6125	6,416
5,313	0,062	0	195,212	49,443	812,126	197,4344	48,0607	813,2	1,771
6,333	0,849	0	984,607	117,333	795,114	987,8911	116,9946	796,225	1,353
-0,429	3,141	0	933,399	220,076	792,939	933,9336	220,4712	792,4875	0,738

## 4 ALGORITMO DE BUSCA DE COORDENADAS 3D PERTENCENTES À LINHA EM RELAÇÃO A COORDENADAS FORA DA LINHA

Para facilitar a execução dos cálculos e automatizar a busca das linhas e, posteriormente, do ponto pertencente a esta, foi desenvolvido um algoritmo que realiza a busca da linha mais próxima, cujo pseudocódigo é demonstrado na subseção 4.2. O código fonte do programa estará disponível no sítio <https://github.com/rafaelduartenom/findpointonline>. Este código foi escrito em linguagem C/C++ utilizando as bibliotecas citadas na subseção 4.1, e depois compilado em um arquivo executável (Findcoordinateonline.exe) que necessita dos parâmetros de entrada descritos a seguir:

```
Findcoordinateinline.exe host_postgis port dbname user password tolerance precision  

shapefilename output
```

host\_postgis: endereço IP do servidor de banco de dados PostgreSQL/PostGIS

port: porta do servidor de banco de dados PostgreSQL/PostGIS

dbname: nome do banco de dados onde estão armazenadas as linhas

user: nome do usuário de acesso ao banco

password: senha do usuário de acesso ao banco

tolerance: tolerância de procura do ponto (distância máxima permitida entre a linha e o ponto)

precision: valor de busca inicial (distância mínima entre a linha e o ponto)

shapefilename: nome do arquivo shapefile contendo os pontos

output: nome do arquivo de saída, onde serão inseridas as coordenadas encontradas, separadas por ponto-e-vírgula

#### 4.1 Bibliotecas e estrutura da aplicação

Todos os programas e bibliotecas utilizados para o desenvolvimento desta aplicação são de licenças do tipo “open source” e estão listados abaixo:

-Banco de dados PostgreSQL com extensão PostGIS v9.2 – Licença: PostgreSQL License

-Biblioteca Shapefile C Library – shapelib – Licença: LGPL

-Biblioteca PostgreSQL C Library – libpq – Licença: PostgreSQL License

-Compilador MINGW – GCC Compilador para Windows – Licença: GPLv2 ou GPLv3

A aplicação desenvolvida utiliza as funções ST\_3DDWithin e ST\_3DClosestPoint, descritas na documentação do PostGIS. A primeira função informa se determinada linha se encontra ou não a uma determinada distância (tolerância) de um ponto dado (Figura 4, esquerda). Caso positivo, o banco informa o ponto contido naquela linha que está mais próximo a um determinado ponto (Figura 4, direita) (POSTGIS, 2015).

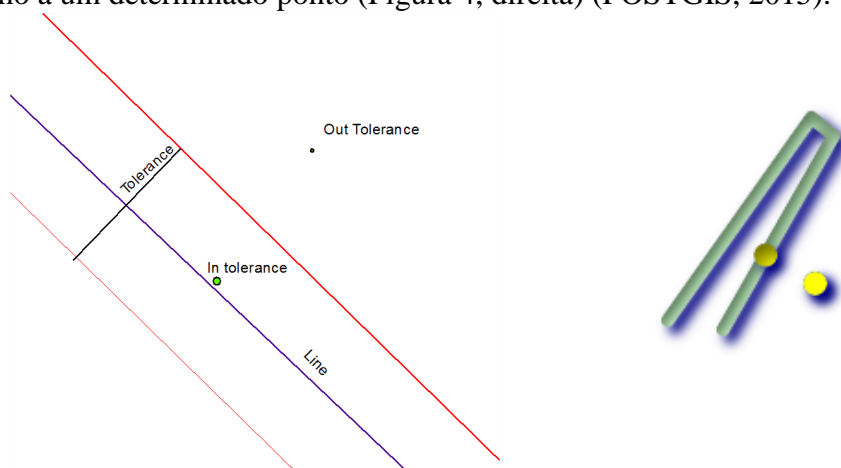


Figura 4 – Demonstração da tolerância (esquerda) e da função ST\_3DClosestPoint (direita).

Fonte: Construção nossa (esquerda); [http://postgis.net/docs/ST\\_ClosestPoint.html](http://postgis.net/docs/ST_ClosestPoint.html) (direita)

A comparação foi feita utilizando linhas e pontos. As linhas foram inseridas no banco de dados PostgreSQL/PostGIS como dados fixos e os pontos foram lidos a partir de um arquivo shapefile utilizando a biblioteca shapelib. A leitura dinâmica a partir do arquivo shapefile foi preferida, pois consideramos os pontos lidos por estéreo-restituição como dados variáveis, uma vez que a leitura dos pontos pode conter erros de interpretação, implicando em releituras que ocasionariam nova carga no banco de dados. Essa decisão foi tomada para

facilitar a execução do processo, não impedindo, contudo, que as etapas fossem executadas totalmente dentro do banco de dados.

#### 4.2 Pseudocódigo da aplicação de busca da linha e do ponto sobre ela

**Variáveis:** número de linhas; coordenadas do ponto; raio de busca; precisão da busca; contador1; contador2.  
**Início**  
 Leia coordenadas do ponto; raio de busca; precisão da busca.  
 contador1 recebe: precisão da busca.  
 Enquanto (contador1 for menor que raio de busca) faça:  
 {  
     Execute o comando ST\_3DClosestPoint com: contador1; coordenadas do ponto.  
     Se (resposta do comando for verdadeira) então:  
         Retorne com o valor das coordenadas do ponto sobre a linha.  
     Senão  
         contador1 recebe: contador1 + precisão da busca.  
 }  
 Se contador1 for maior que o raio de busca então:  
     Retorne com o valor de coordenadas 0 (ponto não encontrado).  
**Fim**

### 5 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Depois de calcular o valor das distâncias e encontrar as coordenadas a partir do algoritmo, utilizamos a equação (6) para calcular a distância  $d_2$ . Na Tabela 2 são calculadas as diferenças entre os valores de  $d_2$  e os valores de  $d$  apresentados na Tabela 1.

Tabela 2 - Comparação de valores de distância encontrados

<b>d (m)</b>	<b>d<sub>2</sub> (m)</b>	<b>d-d<sub>2</sub>(m)</b>
0,571	0,567	0,004
0,875	0,884	0,009
15,85	*	*
1,812	1,804	0,008
0,690	0,693	0,003
1,138	1,135	0,003
0,549	0,552	0,003
6,416	6,422	0,006
1,771	1,770	0,001
1,353	1,357	0,004
0,738	0,730	0,008

\*Distância acima da tolerância de 13 metros

### 6 CONCLUSÕES

Os testes matemáticos aplicados em uma amostra de dez pontos validaram a possibilidade de uso da ferramenta desenvolvida neste trabalho na avaliação do PEC de produtos vetoriais, em qualquer escala de mapeamento. Acreditamos que a aplicação deve ser melhorada em trabalhos futuros de modo a permitir a inserção de elementos no banco de

dados de forma mais automatizada, assim como disponibilizar os resultados gerados em tabelas no próprio banco e executar os cálculos dos valores do PEC. Atualmente, uma solução disponível para o cálculo final do PEC a partir das coordenadas obtidas é o software GeoPEC (SANTOS, 2014).

### **Agradecimentos**

Agradecemos ao Instituto Geográfico e Cartográfico - IGC, pessoalmente ao diretor Celso Donizetti Talamoni e ao gerente de cartografia Alexandre Yamamoto Ciuffa, pelo fornecimento de dados vetoriais preliminares de feições hidrográficas do mapeamento 1:25.000 do Estado de São Paulo, que foram utilizados como dados de exemplo neste trabalho.

### **Referências Bibliográficas**

CÂMARA, G. **Representação computacional de dados geográficos**. In: CASANOVA, M. A.; CÂMARA, G.; DAVIS JR., C. A.; VINHAS, L.; QUEIROZ, G. R. Bancos de dados geográficos. vol. 1, cap. 1, pp. 11-52. São José dos Campos: Mundogeo, 2005. Disponível em <<http://www.inf.puc-rio.br/~casanova/Publications/Books/2005-BDG.pdf>>. Acesso em: 30 dez. 2015.

DAVIS JR., C. A.; QUEIROZ, G. R. **Algoritmos geométricos e relacionamentos topológicos**. In: CASANOVA, M. A.; CÂMARA, G.; DAVIS JR., C. A.; VINHAS, L.; QUEIROZ, G. R. Bancos de dados geográficos. vol. 1, cap. 2, pp. 53-92. São José dos Campos: Mundogeo, 2005. Disponível em <<http://www.inf.puc-rio.br/~casanova/Publications/Books/2005-BDG.pdf>>. Acesso em: 30 dez. 2015.

DAWKINS, P. **Calculus III Notes – The 3D Coordinate System**. Paul's Online Math Notes. 2015. Disponível em <<http://tutorial.math.lamar.edu/Classes/CalcIII/3DCoords.aspx>>. Acesso em: 30 dez. 2015.

EGENHOFER, M. J.; FRANZOSA, R. D. **Point-set topological spatial relations**. In: International Journal of Geographical Information Systems, 1991, pp. 161-174. Acesso em: 30 dez. 2015. doi: 10.1080/02693799108927841

ESRI. **ESRI Shapefile Technical Description**. White Paper, Redlands, 1998, 28 p. Disponível em <<https://www.esri.com/library/whitepapers/pdfs/shapefile.pdf>>. Acesso em: 30 dez. 2015.

GALO, M.; CAMARGO, P. O. **O uso do GPS no controle de qualidade de cartas**. In: COBRAC - 1994, 1o Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário. Florianópolis, 1994, pp. 41-48. Acesso em: 30 dez. 2015. doi:10.13140/RG.2.1.1790.1603

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Noções básicas de cartografia**. Rio de Janeiro: DGC/IBGE, 1998, 128 p. Disponível em <[ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/cartografia/nocoes\\_basicas\\_cartografia.pdf](ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/cartografia/nocoes_basicas_cartografia.pdf)>. Acesso em: 30 dez. 2015.

LUGNANI, J. B. **Introdução à Fototriangulação**. Curitiba, 1987. 134p.

MERCHANT, D. C. **Spatial accuracy standards for large scale line maps**. Technical Papers of the American Congress on Surveying and Mapping, v. 1, p. 222-231, 1982.

NOGUEIRA JÚNIOR, J. B. N. **Controle de qualidade de produtos cartográficos: uma proposta metodológica**, p. 19 e 78, Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas). Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia de Presidente Prudente. Presidente Prudente – SP, 2003.

POSTGIS. **PostGIS Documentation**. 2015. Disponível em <<http://postgis.net/documentation/>>. Acesso em: 30 dez. 2015.

SANTOS, A. P. **GeoPEC v3.2 - Programa para avaliação da acurácia posicional de dados espaciais através da verificação do Padrão de Exatidão Cartográfica (PEC)**. Viçosa: UFV, 2014. Disponível em <[http://www.eam.ufv.br/?page\\_id=384](http://www.eam.ufv.br/?page_id=384)>. Acesso em: 30 dez. 2015.

SILVA, M. V.; NEVES, T. F. **Mapeamento digital da cidade do Recife - PE em SIRGAS 2000**. In: IV Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação. Recife, 2012, pp. 1-9. Disponível em <[https://www.ufpe.br/cgtg/SIMGEOIV/CD/artigos/Todos\\_Artigos/147\\_2.pdf](https://www.ufpe.br/cgtg/SIMGEOIV/CD/artigos/Todos_Artigos/147_2.pdf)>. Acesso em: 30 dez. 2015.

TOMMASELLI, AMG; MONICO, JFG; CAMARGO, P. O. Análise da Exatidão Cartográfica da Carta Imagem São Paulo. **5o, Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto**, p. 253-257, 1988.

UNITED STATES GEOLOGICAL SURVEY. **Map accuracy**. Reston: NCIC/USGS, 1981, 2 p. Disponível em <<http://pubs.er.usgs.gov/publication/70039528>>. Acesso em: 30 dez. 2015.

VINHAS, L.; SOUZA, R. C. M. **Tratamento de dados matriciais na TerraLib**. In: CASANOVA, M. A.; CÂMARA, G.; DAVIS JR., C. A.; VINHAS, L.; QUEIROZ, G. R. Bancos de dados geográficos. vol. 1, cap. 13, pp. 426-46. São José dos Campos: Mundogeo, 2005. Disponível em <<http://www.inf.puc-rio.br/~casanova/Publications/Books/2005-BDG.pdf>>. Acesso em: 30 dez. 2015.