

## Associação do GPS/Nivelamento ao Geóide gravimétrico do Estado de São Paulo

José Milton Arana

✉ jarana@prudente.unesp.br

<b>Conteúdo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>1 Introdução</li> <li>2 Noções do Sistema NAVSTAR/GPS             <ul style="list-style-type: none"> <li>2.1 Multi-caminhos</li> <li>2.2 Orientação e centro de fase da antena</li> <li>2.3 Medição da altura da antena</li> </ul> </li> <li>3 Geóide             <ul style="list-style-type: none"> <li>O Geóide Gravimétrico no Estado de São Paulo - Modelo GEOCOM</li> <li>3.1 Determinação de N a partir do GPS/nivelamento</li> <li>3.2 Determinação de N a partir do GPS/nivelamento associado ao Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo</li> </ul> </li> <li>4 GPS na área do trabalho e base de dados             <ul style="list-style-type: none"> <li>4.1 Rastreamento</li> <li>4.2 Base de dados</li> </ul> </li> <li>5 Integração GPS/Nivelamento com o Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo             <ul style="list-style-type: none"> <li>5.1 Resultado da integração GPS/47RRNN com o geóide gravimétrico</li> <li>5.2 Carta Geoidal resultante de 47RRNN/GPS e Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo.</li> </ul> </li> <li>6 Conclusões e Recomendações</li> <li>7 Bibliografia</li> </ul>
-----------------	--

**Resumo:** O uso do GPS na altimetria depende do conhecimento da ondulação geoidal (N). Neste trabalho são mostradas as dificuldades para determinar N, usadas para transformação de altitudes geométricas em ortométricas. Atualmente, o Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo nos proporciona acurácia de aproximadamente 1,0 m. Com objetivo de contribuir com a melhoria desse nível de acurácia, realizou-se a integração do Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo com levantamento GPS em RRNN. Os testes experimentais foram realizados numa área teste com 48 RRNN em Maringá-PR (aproximadamente 4900 km<sup>2</sup>).

**Palavras chave:** GPS, altitude, ondulação do geóide.

**Abstract:** The use of GPS to find heights depends on the knowledge of the geoidal undulation (N). In this paper are explained the difficulties for determining N, used for the transformation of geometric altitudes into orthometric ones. Nowadays, the geoidal undulation computed from gravimetric geoid has an accuracy of 1,0 m. In order to contribute for the improvement of this level of accuracy, it was used integration of Gravimetric Geoid of São Paulo States with GPS survey on RN's. The experiments were carried out in a test area with 48 RN's in Maringá-PR (approachable 4900 km<sup>2</sup>).

**Keywords:** GPS, altitud, geoid ondulation.

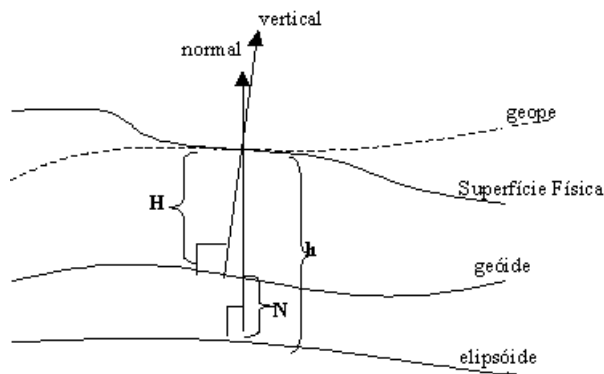
### 1 Introdução

O NAVigation System with Time And Ranging/Global Positioning System - NAVSTAR/GPS é um sistema de rádio-navegação, desenvolvido e realizado pelo United States Department of Defense e NASA (ANDRADE, 1988). O sistema obteve um rápido crescimento em aplicabilidade e popularidade no uso em posicionamento e em navegação. O GPS tem sido amplamente usado em levantamentos geodésicos, topográficos, e nos mais diversos usos de posicionamentos e navegação.

A capacidade de obter posição relativa com alta precisão na altimetria, impôs a necessidade de um melhor conhecimento das ondulações do geóide (N) de modo a compatibilizar a determinação da altitude geométrica (h) com a altitude ortométrica (H). Assim, com o advento do GPS, o conhecimento do geóide deixou de ser importante no posicionamento horizontal, mas tornou-se importantíssimo no posicionamento vertical.

A forma do geóide está diretamente relacionada ao campo da gravidade da Terra. No entanto, o elipsóide é uma superfície matemática com a forma e dimensões próximas ao geóide e utilizado nos levantamentos geodésicos como uma superfície de referência no posicionamento horizontal. Estas superfícies, geralmente, não são coincidentes e nem paralelas e esta separação entre a superfície do geóide e a do elipsóide é denominada como ondulação ou separação geoidal N. Esta ondulação pode atingir até dezenas de metros. A inclinação dessas superfícies, em casos extremos é de até 1' (um minuto de arco) (GEMAEL, 1999).

Na grande maioria dos trabalhos de posicionamento em obras de engenharia, levantamentos geodésicos e topográficos, faz-se necessária a determinação da altitude ortométrica (altitude referenciada ao geóide). Surge então a necessidade de transformar a altitude geométrica obtida no GPS, em altitude ortométrica. Esta transformação, do ponto de vista matemático, constitui-se numa operação simples, envolvendo a altitude geométrica e altura geoidal no ponto. Conforme pode-se ver na figura 01, as altitudes ortométricas e geométricas estão relacionadas por (AYHAN, 1993):



**Figura 1** : Altitudes geométrica e ortométrica

$$H \approx h - N$$

(1)

onde,

H - altitude ortométrica;

h - altitude geométrica; e

N - ondulação do geóide.

Neste trabalho, as ondulações geoidais foram realizadas de maneiras distintas: com rastreamento GPS sobre as RRNN; com o Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo - GEOCOM; e por associação do GPS/nivelamento com o referido geóide gravimétrico. Com este procedimento, em todas as RRNN rastreadas, poderão ser determinadas as alturas geoidais derivadas do GPS associado ao nivelamento; pelo geóide gravimétrico; e pela associação deste com o GPS/nivelamento. De posse destas ondulações, investigou-se a possibilidade da aplicação do GPS na determinação da altitude ortométrica. Com as ondulações do geóide obtidas pelo GPS associado ao nivelamento geométrico e ao citado geóide gravimétrico, elaborou-se uma carta de ondulação do geóide.

## 2 Noções do Sistema NAVSTAR/GPS

O *Navigation System with Time and Ranging Global Positioning System* NAVSTAR/GPS é um sistema de rádio-navegação baseado em observações aos satélites artificiais. O sistema foi desenvolvido pelos Departamento de Defesa e Departamento de Transporte dos Estados Unidos da América (*Department of Defense – DoD*) com o objetivo de ser o principal sistema de navegação do Exército Americano, proporcionando posicionamento tri-dimensional (SEEBER, 1993).

O GPS possibilita o posicionamento tri-dimensional e a determinação de posições horizontais precisas já é um processo rotineiro. Entretanto, a altitude proporcionada pelo GPS (geométrica) tem apenas um significado matemático e, geralmente, na cartografia e em obras de engenharia utilizam-se das altitudes ortométricas (por possuírem um significado físico).

A componente altitude é afetada pelo modo (técnica) de levantamento e pela observável utilizada no levantamento GPS. Utilizando-se de técnicas de levantamentos e de combinações de procedimentos de processamentos, a precisão da altitude elipsoidal esperada é de 1,5 à 2 vezes menos acurada que as componentes horizontais (FEATHERSTONE *et al.* 1998).

A geometria do GPS, intrinsecamente influencia na precisão na altitude, isto devido ao fato de que os satélites são observados acima do horizonte (da antena) e esta fraqueza geométrica é quantificada pelo *Vertical Dilution Of Precision* (VDOP). Um importante procedimento é executar a coleta de dados GPS em horário que o VDOP está o menor possível.

Uma outra causa geométrica que afeta a altitude elipsoidal GPS é a aproximada correlação entre o erro das efemérides e o comprimento da linha base; esta relação é dada por:

$$\sigma_b / b \approx \sigma_p / \rho$$

(2)

onde, **b** representa o comprimento da linha base,  $\sigma_b$  é o erro relativo à linha base,  $\rho$  representa a distância entre o observador e o satélite observado e  $\sigma_p$  seu erro relativo. Assumindo que a distância do satélite ao observador seja de 20 000 km e as efemérides transmitidas possuam erro da ordem de 10 m, ter-se-á erros em altitude de aproximadamente 0,5 parte por milhão (0,5mm/km). Entretanto, nos levantamentos onde pretende-se obter as altitudes com uso das efemérides transmitidas, o comprimento da linha base deve ser tanto menor quanto possível. Em levantamentos GPS com linhas de bases longas, recomenda-se o uso de efemérides precisas produzidas pelo *International GPS Service* IGS. Normalmente estas efemérides estão disponíveis aos usuários poucos dias após a execução dos levantamentos, e estas, normalmente, são uma ordem de uma magnitude melhor que as efemérides transmitidas.

Os sinais transmitidos pelo GPS atravessam a ionosfera e a atmosfera neutra (que inclui a estratosfera e a troposfera), sendo o atraso atmosférico afetado por ambas as camadas. Por se a ionosfera, um meio dispersivo, os efeitos do atraso dos sinais podem ser grandemente minimizados utilizando-se de rastreadores que observam simultaneamente as duas fases das frequências das portadoras GPS. A atmosfera neutra é um meio não dispersivo e, assim, seu efeito não pode ser eliminado utilizando-se as duas frequências portadoras. Assim sendo, o efeito da camada atmosférica deve ser eliminado por modelos atmosféricos. Neste trabalho, utilizou-se do modelo atmosférico denominado de Hopefield (DODSON, 1995).

## 2.1 Multi-caminhos

O multi-caminhos ocorre quando os sinais GPS são refletidos de objetos próximos, ou mesmo da superfície, antes de atingir a antena do receptor. O multi-caminhos pode causar erros na altitude elipsoidal de poucos metros, quando utilizadas as observações do código, e de poucos centímetros quando utilizada a fase da portadora. Entretanto, o valor exato do erro provocado pelo multi-caminhos não pode ser determinado, pois este depende de fatores específicos do local. Para evitar os possíveis multi-caminhos, adotou-se a estratégia de selecionar locais de rastreamento em que não havia possibilidades das antenas receberem sinais refletidos de objetos (construções civis, árvores, etc. . .) próximos.

## 2.2 Orientação e centro de fase da antena

O centro de fase (eletrônico) da antena não coincide, necessariamente, com o seu centro geométrico. O centro de fase pode variar de acordo com a posição de cada satélite (elevação e azimute). A maioria dos programas computacionais corrige este efeito. Entretanto, com a finalidade de minimizar o efeito do centro de fase da antena em um levantamento, procedimentos especiais devem ser tomados, tais como: preferencialmente, utilizar antenas de um mesmo fabricante e mesmo modelo; e nas coletas de dados GPS todas as antenas devem ser orientadas na mesma direção.

## 2.3 Medição da altura da antena

O erro na medida da altura da antena, cuja distância deve ser contada sobre a vertical acima do marco de coleta de dados, é provavelmente, o mais comum erro humano cometido durante o levantamento GPS. Este erro é crítico para o levantamento de altitude, pois no processamento dos dados, este não é detectado. Assim, sugere-se procedimentos específicos nas realizações das medidas das antenas. Assim, adotou-se os procedimentos nas realizações de medidas das alturas da antena, tais como:

- . múltiplas medidas em mais de um sistema de unidades;
- . medidas realizadas em diferentes partes da antena; e
- . calcular a altura (vertical) e verificar no campo.

## 3 Geóide

A posição horizontal de um ponto sobre a superfície terrestre é determinada por sua latitude e longitude sobre um determinado elipsóide de referência. O posicionamento altimétrico, mais intuitivo é dado pela distância contada sobre a linha vertical entre o ponto e uma superfície, normalmente associada ao nível médio do mar.

A altitude ortométrica é dependente do campo da gravidade da Terra. O *datum* vertical do sistema de altitudes ortométricas é o geóide. No Brasil, a determinação do datum vertical deu-se a partir do marégrafo instalado no litoral catarinense, mais precisamente no Porto Henrique Lajes, localizado na cidade de Imbituba-SC.

Até poucas décadas atrás foi postulado que o nível médio do mar, teoricamente, deveria coincidir com o geóide. Com base nesta imposição, o posicionamento do *datum* vertical (geóide) em relação a um marco de referência reduzia-se a determinação da posição do nível médio do mar ( $H_{NML}$ ). A determinação do nível médio do mar é calculada a partir das observações do nível instantâneo do mar ( $H_{NMI}$ ) coletadas nas estações de marégrafo. A figura 2 mostra, esquematicamente, o posicionamento do marco de referência.

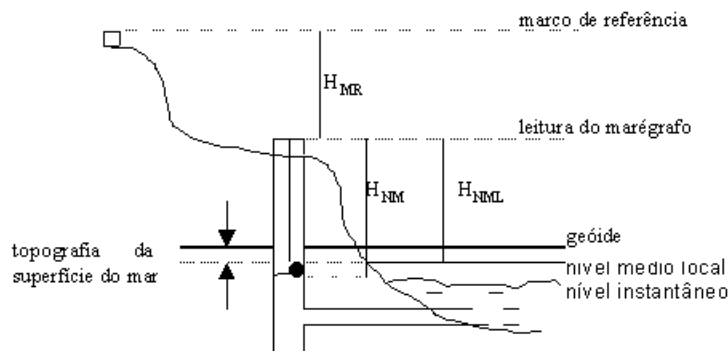


Figura 3 : Estabelecimento do marco de referência (Fonte: VANICEK e KRAKIWSKI, 1982).

A definição do *datum* vertical é um tanto quanto complexa, pois envolve vários fenômenos físicos que podem estar alterando continuamente a posição do geóide em relação à superfície de referência (elipsóide). Dentre os fenômenos físicos, cita-se: o efeito dinâmico dos mares, as correntes marítimas; variação da pressão atmosférica (este pode causar deslocamento do nível médio do mar na ordem do decímetro, aproximadamente 1 cm por mbar (VANICEK e KRAKIWSKI, 1982); variação dos ventos, que causa variação de poucos dm na determinação de uma média mensal da posição do geóide; mudança da temperatura, que causa uma variação de 1 a 3 cm por °C; descarga dos sedimentos fluviais; mudança da configuração do fundo oceânico (soalho oceânico); derretimento glacial, que causa um deslocamento de 6 a 10 cm por século; marés de longo período; e movimento dos polos.

A determinação da altitude ortométrica através do GPS pressupõe o conhecimento da ondulação do geóide (N) com precisão compatível ao desejado na componente altitude. Atualmente, as técnicas mais usadas para a determinação do geóide com alta precisão, visando o nivelamento com o GPS, consistem basicamente na representação das altitudes geoidais através de componentes distintas, denominadas **global, a regional e local**. A **componente global** é determinada a partir dos coeficientes que representam o esferóide (elipsóide de revolução (TORGE, 1980)); a **componente regional** usualmente é determinada a partir de dados do campo de gravidade (satélite, gravimetria terrestre e oceânica); e a **componente local** introduz correções calculadas através de dados complementares, tais como modelos digitais da topografia e da densidade da crosta.

No presente trabalho, as ondulações do geóide foram decompostas em duas componentes: a componente regional, determinada com o uso do Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo - GEOCOM; e a segunda componente, determinada pelo GPS associado ao nivelamento.

### O Geóide Gravimétrico no Estado de São Paulo - Modelo GEOCOM

A determinação do Geóide Gravimétrico no Estado de São Paulo foi utilizada a fórmula de Stokes, modificada para a integração sobre a esfera através da transformada rápida de Fourier (SÁ e MOLINA, 1995). O esferóide foi representado pelo modelo geopotencial OSU91A, truncado em grau e ordem 180. As componentes gravimétrica e da correção topográfica foram calculadas a partir de modelos gravimétricos e topográfico digitais com resolução de 5' (cinco minutos de arco). O efeito indireto foi obtido a partir de um modelo topográfico digital com resolução de 0,5°.

Os dados gravimétricos utilizados, na geração do referido modelo gravimétrico, resultaram da integração de três tipos de informações: as terrestres; as oceânicas; e as de altimetria por satélite. Os dados terrestres foram obtidos em levantamentos realizados por várias instituições, com objetivos diversos. Os dados oceânicos foram coletados por instituições internacionais nos levantamentos de Geofísica marinha, processadas e fornecidas pelo U. S. National Geophysical Data Center. As medidas de altimetria por satélite são aquelas de missão SEASAT, convertidas em anomalias ar-livre e fornecidas na forma de modelo digital. As medidas terrestres foram referidas a International Gravity Standardization Net 1971 através da Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira.

A determinação da ondulação do geóide no modelo GEOCOM foram determinadas com a utilização do programa GEOCOM, cedido pelo seu autor: prof. Dr. Nelsi Côgo de Sá.

### 3.1 Determinação de N a partir do GPS/nivelamento

A realização do rastreamento dos satélites do sistema GPS sobre as RRNN, nos propicia a determinação da ondulação do geóide. Assim, em uma linha formada por duas RRNN com altitudes geométricas conhecidas, pode-se interpolar a ondulação do geóide em pontos desta linha, ou próximo à mesma.

No caso em que se deseja a interpolação de vários valores da ondulação do geóide, em uma área, pode-se determinar um plano, equação (3) ou uma poli-superfície, equações de (4) à (6). Assim, conhecendo-se pelo menos três RRNN, não co-lineares, com altitudes geométricas determinadas por GPS, pode-se determinar a ondulação geoidal destes pontos, e a partir destas ondulações, determinar um plano, ou poli-superfície, que representa a forma aproximada do geóide na região. Estendendo-se o conceito de interpolação, descrito acima, para regiões que possuam número maior de pontos com ondulação do geóide conhecido pelo nivelamento geométrico associado ao GPS, pode-se utilizar modelos matemáticos que representam a forma aproximada do geóide na região em apreço. Há autores que caracterizam o geóide obtido por este procedimento de **geóide geométrico**, ainda, por se tratar da determinação do geóide em uma específica região, há autores que o designam de **geóide local**. FIEDLER (1992) e COLLIER & CROFT (1997), apresentam modelos matemáticos (modelos de interpolação) que representam o geóide na região em apreço, conforme segue:

$$z_i = aE_i + bN_i + c \quad (3)$$

$$z_i = aE_i + bN_i + cEN_i + d \quad (4)$$

$$z_i = aE_i + bN_i + cE_i^2 + dN_i^2 + e \quad (5)$$

$$z_i = aE_i + bN_i + cN_i E_i + dE_i^2 + eN_i^2 + f \quad (6)$$

Onde:

$z_i$  – representa a ondulação do geóide na RN;

$E_i, N_i$  – coordenadas UTM das RN<sub>i</sub>;

a, b, c, d, e – são os parâmetros a serem determinados no ajustamento.

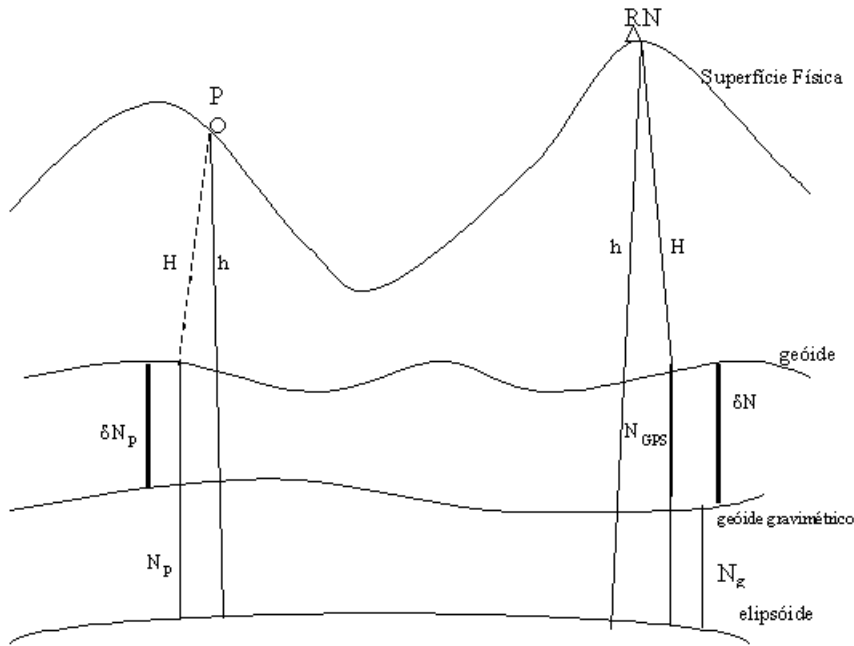
### Determinação de N a partir do GPS/nivelamento associado ao Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo

Os modelos do geopotencial tem a capacidade de representar, com fidelidade, os longos comprimentos de ondas do campo da gravidade terrestre (LI e SIDERIS, 1994). Em levantamentos de áreas, relativamente pequenas, que é o caso da presente pesquisa, há a necessidade da representação dos curtos comprimentos de onda. A determinação da altitude com GPS desses pontos com referências de nível conhecidas, permite a determinação da ondulação do geóide com fidelidade.

A determinação da ondulação do geóide a partir do rastreamento GPS em pontos pertencentes à Rede Fundamental de Nivelamento do Brasil RN, possibilita calcular a "real" ondulação do geóide enquanto que os modelos geopotenciais nos fornecem a ondulação do geóide do modelo. A diferença entre as ondulações geoidais do modelo com as ondulações determinadas com GPS/nivelamento, nos possibilitam o cálculo da "separação" entre o modelo e o geóide; levado este conceito de diferenças de ondulações geoidais (modelo – GPS/nivelamento) às várias RRNN existentes em uma região, pode-se, com auxílio de uma das equações (3) à (6) e do método dos mínimos quadrados (m.m.q.), determinar um plano, equação (3.1) ou uma poli-superfície, uma das equações (4), (4) ou (5) que representará um "modelo matemático" da separação existente entre o geóide, naquela região, e o modelo geopotencial (ou o geóide gravimétrico).

Esquemáticamente, a figura 03 mostra a situação da determinação da ondulação do geóide por GPS/nivelamento associado ao

geóide gravimétrico.



**Figura 3** : Determinação da ondulação do geóide por associação o GPS/nivelamento ao Geóide Gravimétrico.

onde,

H – Altitude ortométrica;

h – Altitude geométrica;

$N_g$  – Ondulação do geóide obtida pelo geóide gravimétrico;

$N_{GPS}$  – Ondulação do geóide obtida pelo GPS/nivelamento; e

$\delta N$  – Separação entre o geóide gravimétrico e o “geóide real”.

Com auxílio da figura 03, tem-se:

$$\delta N = N_{GPS} - N_g \quad (7a)$$

ou,

$$N_{GPS} = N_g + \delta N \quad (7b)$$

Ainda, utilizando a figura 03 e imaginando uma situação onde pretende-se determinar a altitude ortométrica utilizando desta técnica – associação do GPS/nivelamento com o geóide gravimétrico – P representa o ponto no qual intenciona-se a determinação da ondulação do geóide ( $N_p$ ). Em uma situação ideal, tem-se:

$$N_p = N_g + \delta N_p \quad (8)$$

A determinação do modelo matemático que proporciona  $\delta N_p$  dá-se de maneira análoga à determinação do geóide geométrico, equações de (3) à (6), onde será modelada a diferença de ondulação ( $\delta N_p$ ), obtida com o modelo geopotencial e com o GPS/nivelamento nas RRNN. Lembra-se que, nas equações acima mencionadas, os  $z_i$  devem ser substituídos por  $\delta N_i$ . Seleccionada qual das equações será utilizada para representar a separação, com auxílio do M.M.Q., determinam-se os parâmetros da equação seleccionada. Esta equação deverá representar a separação entre os geóides gravimétrico e o geométrico na região em apreço. Utiliza-se o geóide gravimétrico, ao ponto no qual pretende-se  $N_p$ , e com auxílio dos parâmetros determinados no ajustamento, calcula-se o  $\delta N_p$ . A expressão (8) proporcionará a ondulação do geóide no ponto.

## 4 GPS na área do trabalho e base de dados

A área do desenvolvimento deste trabalho encontra-se na Região Norte do Estado do Paraná, mais especificamente entre as cidades de Nova Esperança, Doutor Camargo, Apucarana e Arapongas; possuindo uma altitude média de 556m , onde a máxima altitude é de 815 m e a mínima de 345 m.

### 4.1 Rastreamento

O rastreamento (em campo) foi desenvolvido respeitando o planejamento, e utilizando-se de rastreadores TRIMBLE™ modelo 4000 SST, o qual possui a capacidade de rastrear as portadoras  $L_{1/2}$ . Observa-se que os três receptores envolvidos no projeto são do mesmo fabricante e mesmo modelo. O tempo de rastreio em cada seção foi de 1h 20min.

Nas RRNN onde houve a necessidade de estação excêntrica, esta foi implantada a uma distância máxima de 40 m da RN. As estações excêntricas foram escolhidas de modo a eliminar possíveis bloqueios dos sinais causados por construções civis ou por vegetações próximas às RRNN, ou ainda por reflexos indesejáveis geradores de multicaminhos (*multipath*).

## 4.2 Base de dados

No processamento dos dados GPS, salienta-se que as estações fixas estão referenciadas ao sistema WGS84 (1ª realização), no processamento foram utilizadas efermérides ITRF-92, que são compatíveis com o WGS84 (G 730) na ordem do decímetro.

As diferentes realizações WGS84 implicam em um deslocamento aparente de 82 cm na estação PARA e de 67 cm na estação UEPP. Com relação às altitudes este fato proporciona (tabela 03) diferenças de +10,9 cm e +13,9 cm na estação PARA e UEPP, respectivamente.

Considerando que as distâncias que as RRNN estão em relação às estações fixas, aproximadamente 154 km da estação UEPP e 350 km da estação PARA, que o ajustamento GPS não ponderou as RRNN quanto às distâncias das estações fixas, e que as diferenças de altitudes devido às diferentes realizações WGS84, conclui-se que as altitudes resultantes contém erros sistemáticos de aproximadamente +13 cm, além daqueles inerentes ao levantamento em si.

Considerando que a região de estudo encontra-se, aproximadamente, a 800 km de Imbituba SC (datum vertical), espera-se erros nas RRNN de cerca de 15,5 cm. Ainda com relação a erros, considerando que a área de trabalho possui dimensões, aproximadas, de 70 por 70 km, as RRNN podem possuir erros relativos de até 2,4 cm, quando considerado o padrão da rede de 3mm .

Aliada as diferentes realizações WGS84 e aos erros das RRNN, deve-se considerar que a topografia do nível médio dos mares (NMM) no *datum* é estimada em aproximadamente 13 cm, relativamente ao geóide do EGM96 (FREITAS et al. 1999).

## 5 Integração GPS/Nivelamento com o Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo

A integração do GPS e geóide gravimétrico na determinação da ondulação do geóide é uma das maneiras de se combinar dados físicos com o geóide geométrico local. Isto pode ser consumado utilizando-se uma das equações (3) à (6); onde  $z_i$  será considerado como observação  $L$ . Será apresentado apenas o desenvolvimento da equação que, em testes iniciais, mostrou melhores resultados, a saber, a equação (4). O desenvolvimento que segue, pode ser aplicado em quaisquer das equações mencionadas. Substituindo na referida equação (4),  $z_i$  pela observação  $l$  (ondulação determinada pelo GPS/nivelamento), tem-se:

$$l = aE + bN + cNE + d \quad (9)$$

Com a finalidade de incorporar, na equação acima, os dados contidos nos modelos físicos (ZHONG, 1997), fez-se:

$$l = N - (N_g + E_S) \quad \text{com} \quad l = N - N_o \quad (10)$$

onde:

1.  $N$  - Representa a ondulação do geóide, determinadas nas RRNN pelo GPS associado ao nivelamento;
2.  $N_g$  - Ondulação do geóide obtido, nas mesmas RRNN, com uso de modelo geopotenciais;
3.  $N_o$  - Ondulação do geóide nas RRNN compensada do desvio sistemático observado;
4.  $E_S$  - Desvio sistemático observado.

Considerando a equação (10), a equação (9) assumira:

$$N - N_o = aE + bN + cNE + d \quad (11)$$

A finalidade de utilizar-se da integração do GPS com os modelos do geopotencial é fazer uso dos coeficientes que representam o potencial gravitacional, onde o modelo geopotencial representa a contribuição dos longos comprimentos de onda do campo da gravidade da Terra. A diferença de ondulação do geóide, determinado pelo GPS sobre as RRNN e as fornecidas pelo modelo geopotencial pode ser interpretada como a contribuição dos curtos comprimentos de onda do campo da gravidade da Terra, limitadas à região de trabalho. A utilização dos modelos geopotenciais implica em estar utilizando-se de informações do campo de gravidade de todo o globo terrestre.

### 5.1 Resultado da integração GPS/47RRNN com o geóide gravimétrico

Os resultados, que constam na tabela 1 foram determinados a partir da utilização das 47 RRNN na associação do GPS com os modelos OSU91A, EGM96 e GEOCOM no cálculo dos parâmetros da equação (11). Nesta associação, utilizou-se o desvio sistemático de +0,20m para o GEOCOM.

Na tabela 1, a primeira coluna contém a ondulação do geóide determinada pela associação do GPS/nivelamento ao Geocom; a segunda coluna contém as discrepâncias determinadas pelo GPS/nivelamento associado ao geóide gravimétrico de São Paulo e o GPS/nivelamento.

Tabela 1: Associação GPS/nivelamento ao geóide gravimétrico

NGPS+GEOC (m)	NGPS+GEOC-NGPS (m)	NGPS+GEOC (m)	NGPS+GEOC-NGPS (m)
-1,738	0,121	-1,839	-0,011

-1,808	-0,088	-1,810	0,028
-1,688	-0,035	-1,750	0,007
-1,824	-0,263	-1,680	0,004
-1,578	0,099	-1,585	0,064
-1,631	0,128	-1,500	0,002
-1,644	0,020	-2,105	-0,017
-1,749	-0,141	-2,119	-0,047
-1,782	-0,166	-2,138	-0,068
-1,803	-0,273	-2,187	-0,172
-1,834	-0,115	-2,210	0,083
-1,857	0,038	-2,287	-0,023
-1,835	0,107	-2,283	-0,005
-1,758	0,011	-2,241	0,121
-1,741	0,126	-2,181	0,139
-1,733	0,019	-2,139	0,056
-1,727	0,017	-2,082	-0,042
-1,560	0,077	-2,151	-0,027
-1,590	0,006	-1,974	-0,009
-1,641	-0,109	-1,902	0,124
-1,791	0,137	-1,877	0,116
-1,772	-0,053	-1,850	-0,041
-1,833	-0,029	-1,778	0,043
		-1,667	0,040
	<b>desvio padrão</b>	<b>discrepâncias</b>	<b>0,099 m</b>
		<b>máxima discrepância</b>	<b>0,139 m</b>
		<b>mínima discrepância</b>	<b>-0,273 m</b>

Verifica-se na tabela 1 que o resultado da associação do GPS ao Geóide Gravimétrico de São Paulo e GPS/nivelamento apresenta máxima discrepância de 0,139m, a mínima de -0,273m e desvio padrão de 0,099m.

## 5.2 Carta Geoidal resultante de 47RRNN/GPS e Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo.

A figura 4 – Carta de Ondulação Geoidal 47RRNN/GPS + GEOCOM foi gerada a partir da tabela 1.

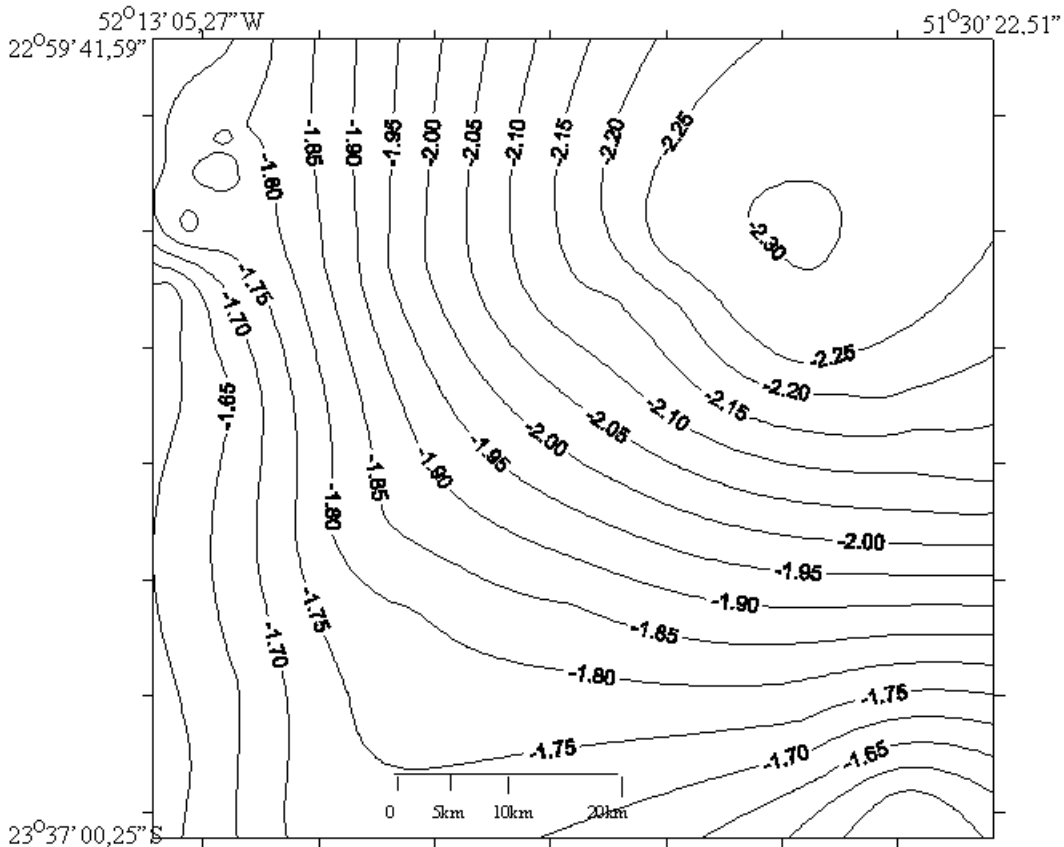


Figura 4 : Carta de Ondulação Geoidal 47RRNN/GPS + GEOCOM

A partir da associação do GPS/nivelamento aos modelos geoidais OSU91A, EGM96 e ao Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo, elaborou-se o teste estatístico, conforme segue:

**Tabela 2** : Teste de tendência do GPS/nivelamento associado ao Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo

MODELO	GEOCOM
$t_x$	0,000
$t_{(n-1, \alpha/2)}$	1,782

Diante da tabela 2, verifica-se que não rejeita a hipóteses nulas ( $H_0$ ) para o geóide gerado da integração do GPS/nivelamento associado Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo. Assim, estatisticamente, este geóide gerado não é tendencioso.

Para o teste de exatidão dos modelos determinados por GPS/nivelamento associado aos modelos acima, elaborou-se a tabela 3, conforme segue:

**Tabela 3** : Teste qui-quadrado para GPS/niv. associado ao Geocom

MODELO	GEOCOM
$\chi^2_x$	26,68
$\chi^2_{(n-1)}$	59,77

A partir da tabela 3, estatisticamente não rejeita-se a hipótese nula ( $H_0$ : ) para o geóide gerado a partir da associação do GPS/nivelamento com o Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo.

Com a finalidade de análise, construiu-se a tabela 4, onde: na primeira linha contém o geóide utilizado para a determinação do desvio padrão; e na segunda linha contém desvio padrão.

**Tabela 4** : Resumo dos e.m.q. apresentado pelas cartas.

MODELO	GPS/nivel. + GEOCOM
desvio padrão	0,099 m

A análise da tabela 4, deve ser considerado:

1. A propagação de erros estimada desde o *datum* vertical à região de estudo é de, aproximadamente 15,5cm;
2. Precisão relativa das RRNN é de 2,4 cm;
3. A topografia do N.M.M., nas proximidades do *datum* vertical estimada é de 13 cm;
4. As estações fixas estão referenciadas ao WGS84 (1ª realização).
5. A integração do GPS/nivelamento com o Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo foi o que apresentou melhores resultados.

## 6 Conclusões e recomendações

O presente trabalho apresenta uma sistemática de integração de geóide geométrico local com modelos do Geopotencial e mesmo com um Geóide Gravimétrico e mesmo com modelos do geopotencial. Esta sistemática pode ser facilmente reproduzida por usuários, conforme item Integração GPS/nivelamento com Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo e análise de limitações.

O Geóide Gravimétrico GEOCOM proporciona, de acordo com as estimativas de seus autores, acurácia nas determinações de ondulações geoidais, de aproximadamente 1,00 m. Neste experimento, o Geocom apresentou dispersão relativamente ao geóide geométrico de 0,114m.

O principal objetivo deste trabalho foi atingido na medida que foi realizada a integração do sistema GPS e nivelamento geométrico ao Geóide Gravimétrico GEOCOM, verificando a precisão desta integração a partir de levantamentos GPS sobre RRNN. Verificou-se também a influência do número de RRNN rastreadas na determinação do geóide, onde constatou que a associação do GPS/nivelamento com geóide gravimétrico apresentara melhores resultados quando utilizada a totalidade das RRNN na geração do modelo.

Os dados para a geração do "grid" do geóide geométrico estão limitados à área teste, enquanto o geóide gravimétrico excede a esta. Isto sugere que em trabalhos posteriores deva ser testada a extensão da base de dados GPS para melhoria dos resultados.

Foi verificada a influência do tempo de rastreio nas RRNN, no processamento dos dados GPS; onde pode ser concluído que o tempo de rastreio foi suficiente e, em RRNN onde o tempo de rastreio foi aumentado para 2 h 20 min, os resultados não apresentaram melhora significativa relativamente aos valores obtidos com 1h20min.

Na época do experimento existiam limitações de estações base, compatibilização de sistemas de referência, S.A, equipamentos marca Trimble 4000 da série SST, as quais na atualidade estão superados pela proximidade do WGS84 com o ITRF, pela eliminação do S.A., pela melhoria dos equipamentos de rastreio e pela existência da RBMC/SIRGAS.

A pluralidade de Sistemas de Referência, na época do experimento, e os problemas encontrados, demonstram a importância de unificação de referenciais a nível global e melhor discussão do sistema de altitudes.

Os resultados obtidos estão totalmente justificados em vista da precisão da base de dados e métodos empregados, demonstrando a eficiência do método.

Com base nos resultados alcançados neste trabalho, sugere-se:

- 1) Em regiões onde existam mais RRNN, com distribuição geográfica regular, que seja utilizada a metodologia aqui apresentada, utilizando-se do Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo, do modelo geopotencial EGM96 ou outros que vierem a surgir de qualidade superiores a estes, visando a geração de cartas geoidais mais pormenorizadas;

2) Em regiões onde exista baixa densidade de RRNN, que se realize o rastreamento GPS sobre estas RRNN, determinado a média da ondulação geoidal e, que a partir do modelo EGM96 ou do Geóide Gravimétrico tal como o do Estado de São Paulo, determine as ondulações geoidais nestas RRNN. Determina-se a diferença destas ondulações geoidais. Nos pontos que se deseja a ondulação do geóide, com uso do modelo geopotencial determina-se a ondulação do geóide; no ponto desejado, soma-se a diferença de ondulações geoidais à ondulação determinada pelo modelo; e

3) Em regiões onde não possuem RRNN, utilizar apenas o geóide gravimétrico, e na inexistência deste, o modelo geopotencial EGM96.

O resultado desta pesquisa sugere que a presente metodologia seja aplicada às regiões mais extensas, onde existam informações similares, tais como as redes GPS estaduais de alta precisão onde os pontos tenham nivelamento geométrico.

## 7 Bibliografia

ANDRADE, J. B. NAVSTAR-GPS. Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná UFPR, Curitiba, 1981.

AYHAN, M.E. *Geoid determination in Turkey (TG-91)*. Bulletin Géodésique. Springer-Verlag. Berlin. v 67. n 1, 1993.

COLLIER, P. A., CROFT, M. J. *Heights from GPS in an engineering environment*. Survey Review, UK, ed. Board, n. 263, 1997.

DODSON, A. H. *GPS for height Determination*. Survey Reviews, New York, v. 33, n. 256, 1995.

FEATHERSTONE, W. E., DENTITH, M. C. and KIRBY, J. F. *Strategies for the accurate determination of orthometric heights from GPS*. Survey Review, New York, v. 34, n. 267, 1998.

FIELDER, J. *Orthometric heights from Global Positioning System*. Journal of Surveying Engineering. New York. v 118. n 3, 1992.

FREITAS, S. R., CORDINI, J., MARONE, E., SCHWAB, S. H. S. *Vínculo da rede altimétrica brasileira à rede SIRGAS*. International Geoid Service, Bulletin n. 9, Special Issue for South America. Italy, 1999.

GEMAEL, C.. *Introdução à Geodésia Física*. Editora da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1999.

LEICK, A. *GPS - Satellite Surveying*. John Wiley & Sons. New York. 2ª ed, 1995.

LEMOINE, F.G., KENYON, S. C., FACTOR, J. K., TRIMMER, R. G., PAVLIS, N. K., CHIN, D. S., COX, C. M., KLOSKO, S. M., LUTHCHE, S. B., TORRENCE, M. H., WANG, Y. M., WILLIAMSON, R. G., PAVLIS, E. C., RAPP, R. H., e OLSON, T. R. *The Development of Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) geopotential Model EGM96*. Ohio State University. National Aeronautics and Space Administration, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD, USA, 1998.

LI, Y. C. e SIDERIS, M. G. *Minimization and estimation of geoid undulation errors*. Bulletin Géodésique. Springer – Verlag. v. 68, 1994.

NATIONAL IMAGERY AND MAPPING AGENCY NIMA – *Technical Report*. Department of Defense World Geodetic System 1984. It's Definition and Relationships with Local Geodetic System. 1997, online, 09/2000.

N. C. de, MOLINA. E. C. XVII Congresso Brasileiro de Cartografia. *O geóide gravimétrico no Estado de São Paulo: resultados preliminares*. Instituto Astronômico e Geofísico. Universidade de São Paulo - IAG/USP. São Paulo, 1995.

SEEBER, G. *Satellite Geodesy: Foundations, Methods and Applications*. Walter de Gruyter. Berlin, 1993.

TORGE, W. *Geodesy*. Berlin. Walter de Gruyter, 1980.

VANICEK, P. e KRAKIWSKY, E. J. *Geodesy: The concepts*. NHPC - Amsterdam, New York, Oxford. University of New Brunswick. Canadá, 1982.

ZONG, D. *Robust estimation and optimal selection of polynomial parameters for the interpolation of GPS geoid heights*. Journal of Geodesy. Springer-Verlag. V 71, 1997.