

## Mapa Geoidal da Região Sertentrional do Estado de Pernambuco Utilizando da Tecnologia do GPS

Prof. Msc. Adeildo Antão dos Santos <sup>1</sup>

Ivan Dornelas Falcone de Melo <sup>2</sup>

Fernando José Câmara Caldas Lins <sup>3</sup>

UFPE - Depto. de Engenharia Cartográfica  
CEP 50740-530 Recife PE

<sup>1</sup> ✉ aasantos@npd.ufpe.br

<sup>2</sup> ✉ ivandornelas@uol.com.br

<sup>3</sup> ✉ fernando@itep.br

<b>Conteúdo</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li><b>1. Introdução</b></li> <li><b>2. Metodologia</b></li> <li><b>3. Resultados</b></li> <li><b>4. Considerações Finais</b></li> <li><b>5. Referências Bibliográficas</b></li> </ol>
-----------------	---

**Resumo:** A ondulação geoidal até bem pouco tempo só podia ser determinada através de levantamento gravimétrico através do Teorema de Stokes. Sendo a coleta de dados gravimétricos e cálculos bastante demorado e oneroso. A utilização do Sistema de Posicionamento Global – GPS – na obtenção das coordenadas tridimensionais facilitou sobremaneira a determinação da ondulação geoidal, com o modelo matemático reduzido a uma simples adição. A ondulação geoidal é a diferença entre a altura ortométrica e a altura elipsoidal. O trabalho em questão refere-se a uma metodologia para aquisição de um mapa geoidal, avaliação de precisão e questionamento quanto sua aplicação direta nas ciências afins. Foram utilizados 32 vértices de RN<sup>S</sup> conhecidos e ocupados com receptores GPS e posteriormente determinou-se às coordenadas tridimensionais – latitude, longitude e altura elipsoidal. Os resultados foram às ondulações geoidais, através de simples diferença. Posteriormente, através do MapGeo do IBGE foram registrados as ondulações geoidais dos mesmo vértices para comparação.

**Palavras chave:** GPS, Geóide, Mapa Geoidal

**Abstract:** The geoidal undulation until recently could be determined through gravimetric survey with the Theorem of Stokes, being the collection of gravimetric data and calculations delayed and onerous. The use of the Global Positioning System – GPS, in the attainment of the three-dimensional coordinates, facilitated the determination of the geoidal undulation, with the reduced mathematical model to a simple addition. The geoidal undulation is the difference between the orthometric height and the ellipsoidal height. The work in question mentions a methodology for acquisition of a geoidal map, evaluation of precision and questioning about application in similar sciences. Had been used 32 known vertices of RNs and busy with receivers GPS and later was determined it the three-dimensional coordinates - latitude, longitude and ellipsoidal height. The results were the geoidals undulations, through simple difference. Later, using the MapGeo of the IBGE had been registered the geoidals undulations of same the vertices for comparison.

**Keywords:** GPS, Geoid, Geoidal Map.

### 1. Introdução

O posicionamento por GPS permite a obtenção de coordenadas tridimensionais com boa precisão. No entanto, quase sempre o valor da altura elipsoidal não tem grande valia para projetos de engenharia e ciências afins, onde geralmente os valores de altitude utilizados são referenciados ao campo gravitacional, neste caso o **geóide**. Porém a definição da altitude geoidal de um ponto, distância deste ponto ao geóide contada ao longo da vertical do lugar, implica no conhecimento do valor médio da gravidade **g<sub>m</sub>**. Na prática, essa altitude não é alcançada pelo fato de **g<sub>m</sub>** não ser conhecida.

O datum vertical brasileiro é o nível médio dos mares registrado pelo marégrafo de Imbituba, no litoral Catarinense (Gemael, 1999). As altitudes ortométrica (RN<sub>s</sub>) brasileiras são referidas ao “zero” desse marégrafo e transportadas por todo o País através do nivelamento geométrico levando-se em consideração apenas à correção do não paralelismo das superfícies equipotenciais (Teixeira el. al., 2000).

A altitude elipsoidal (H) obtida pelo cálculo dos sinais dos satélites GPS pode ser transformada em altitude ortométrica (h) desde que se conheça a ondulação geoidal (N) usando apenas relações de soma e subtração algébrica.

$$h = H + N$$

(1)

Existem diversos modelos para o cálculo da ondulação geoidal, o Brasil através do seu órgão competente – IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – utiliza o modelo geopotencial GEMT2 (Goddard Earth Model), o qual apresenta uma precisão absoluta de

3m e uma precisão relativa de 1cm/km (Britzkow et al., 1993), estando suas alturas geoidais estão referidas ao SAD69.

Uma outra forma da determinação da ondulação geoidal fica clara pela diferença de altitudes, ou seja, o conhecimento prévio de ambas alturas, elipsoidal e ortométrica proporcionam o conhecimento da ondulação geoidal. E é esta determinação que veremos mais adiante e como extrapolar o valor da ondulação dentro de certos limites.

## 2. Metodologia

A área escolhida foi a Região Setentrional do Estado de Pernambuco (Figura 1) com os vértices de RNs escolhido entre Recife-Caruaru, através das seguintes vias de acesso:

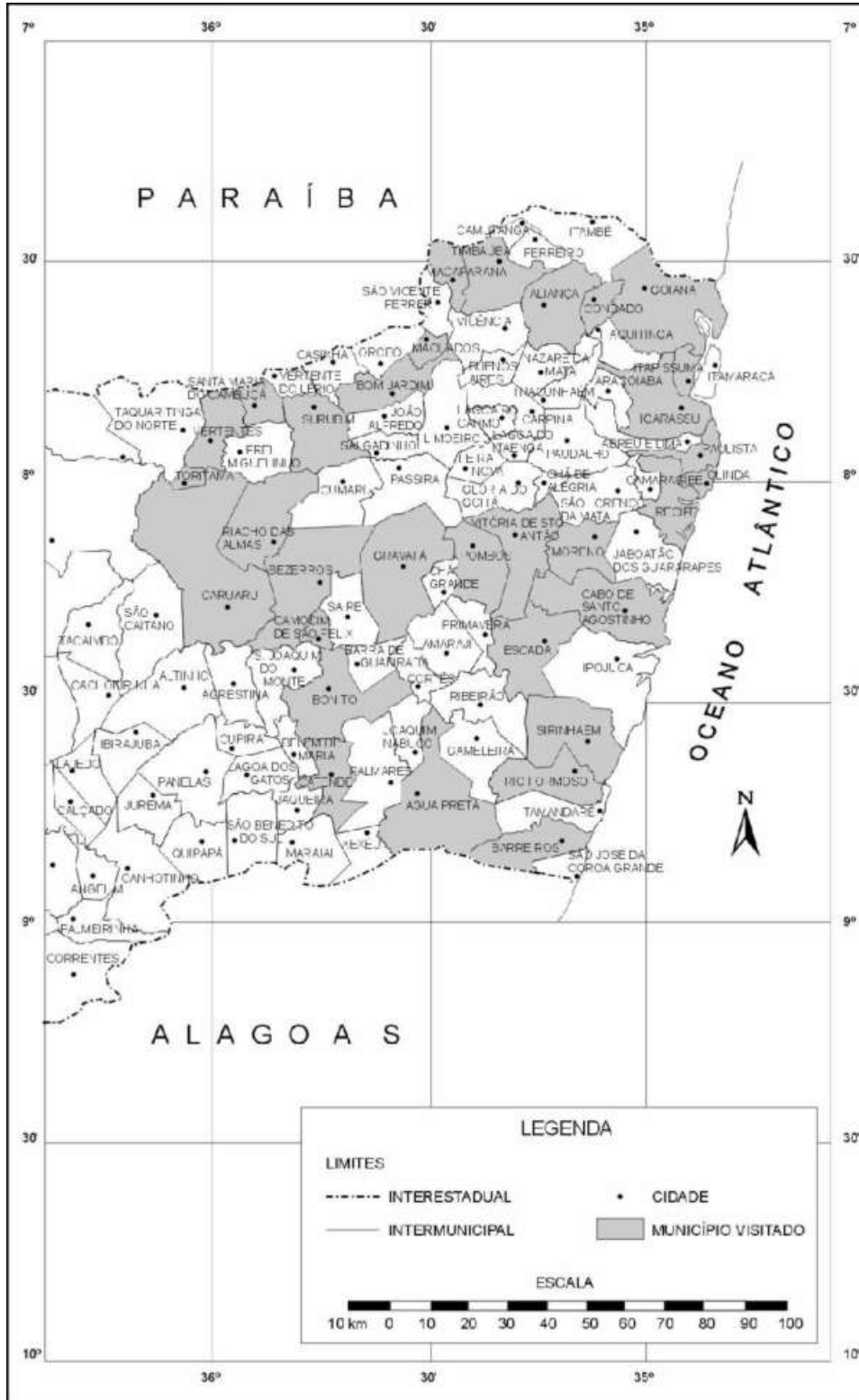


Figura 01: Mapa de Localização da Área de Estudo

1. Recife – Olinda – Paulista – Igarau – Itapissuma – Goiana – Condado – Aliança – Timbauba – Macaparana – Machado – Bom Jardim - Santa Maria do Cambucá – Surubim – Vertente – Toritama –Caruaru. Em um total de 16 RN's
2. Recife – Moreno – Bonança – Vitória – Pombos – Gravata (PFR) – Gravata – Bezerros – Riacho das Almas – Caruaru. Em um total 11 RN's
3. Recife – Jaboatão – Escadas – Rio Formoso – Serinhaém – Catende – Água Preta – Barreiros – Camucim – Botino – Caruaru. Em um total de 11 RN's.

Cuidados para que a distância máxima entre vértices não fosse superior a 10Km para favorecer uma melhor consistência nos resultados finais.

Devidos alguns vértices encontrarem-se em lugares de difícil acesso a antena GPS, os mesmos foram transportada para lugares mais acessível, porém o mais próximo possível da origem, através de nivelamento geométrico com nível de precisão com placa plana paralela e miras de invar aceitando-se um erro máximo de 3mm entre o nivelamento e o contranivelamento garantindo a precisão dos mesmos.

O rastreo dos vértices em questão obedeceu ao seguinte procedimento: para os vértices com uma proximidade em torno de 10Km o tempo de rastreo podia ser de aproximadamente 15 minutos sem prejuízo nos resultados, enquanto que para o ponto fixo – RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Continuo) – o tempo médio foi de 120 minutos.

Os circuitos (Figura 2) formaram entidades geométricas fechadas favorecendo o ajuste da rede através do GPSurvey, devido à superabundância de equação. Os resultados obtidos (Tabela 1) mostram as coordenadas tridimensionais dos vértices após o ajustamento.

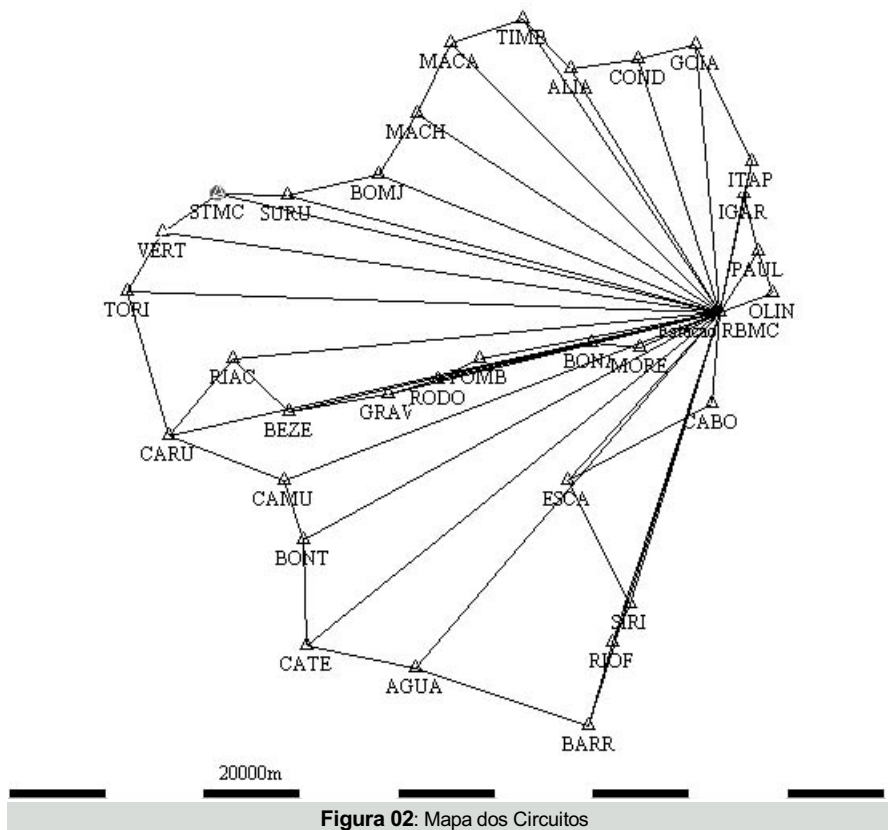


Figura 02: Mapa dos Circuitos

### 3. Resultados

A tabela 1 mostra RNs dos vértices dos pontos ocupados por receptores.

Tabela 1 – Relação dos RNs dos Vertices

MUNICÍPIO	VERTICE	RN	MUNICÍPIO	VERTICE	RN
Olinda	Olin	14,82	Camucim	Camu	691.07
Igarau	Igar	20,27	Barreiros	Barr	21.60
Goiana	Goia	13,25	Serinhaém	Seri	48.06
Aliança	Alia	123.94	Jaboatão	Jabo	7.67
Macaparana	Maca	349.40	Paulista	Paul	13.04

Bom Jardim	Bomj	333.19	Itapissuma	Itap	5.79
Santa Maria do Cambuca	Stmc	492.61	Condado	Cond	134.85
Riacho das Almas	Riac	410.74	Timbauba	Timb	101.69
Gravatá	Grav	446.53	Machado	Mach	419.87
Pombos	Pomb	189.90	Surubim	Suru	395.59
Bonança	Bona	157.59	Vertente	Vert	40187
Bonito	Boni	444.88	Caruaru	Caru	556.84
Água Preta	Água	94.14	Bezerros	Beze	470.69
Rio Formoso	Riof	6.075	Vitoria	Vito	146.33
Escadas	Esca	86.81	Moreno	More	98.02
Gravatá	Rodo	540.99			

Na Tabela 2 encontra-se o resultado obtido através do ajustamento das coordenadas tridimensionais dos vértices.

Tabela 2 – Resultado do Ajustamento da Coordenadas Obtidas por GPS

VERT.	LATITUDE	LONGITUDE	H	VERT.	LATITUDE	LONGITUDE	H
AGUA	8°42'26.9941941"S	35°31'10.0651226"W	114.901	MACA	7°33'16.8375748"S	35°27'10.3554097"W	373.115
ALIA	7°36'13.3277832"S	35°13'46.8901188"W	147.595	MACH	7°41'04.5492401"S	35°30'56.0243021"W	437.078
BARR	8°48'56.2186875"S	35°11'38.4152545"W	42.941	MORE	8°07'02.3331873"S	35°05'55.4735503"W	118.208
BEZE	8°14'05.0027152"S	35°45'11.7926419"W	493.135	OLIN	8°00'58.3640470"S	34°51'03.1423498"W	37.326
BOMJ	7°47'51.2821509"S	35°35'16.4818941"W	355.17	PAUL	7°56'24.3006700"S	34°52'46.5939195"W	35.728
BONA	8°06'29.2043869"S	35°11'18.1470681"W	180.182	POMB	8°08'20.1509332"S	35°23'53.0645281"W	212.49
BONT	8°28'19.9477834"S	35°43'36.9380025"W	465.003	RBMC	8°03'01.9793747"S	34°57'04.3131358"W	48.67
CABO	8°13'12.7282644"S	34°57'55.5474526"W	30.636	RIAC	8°08'17.1889532"S	35°51'34.7126119"W	432.857
CAMU	8°21'40.2645824"S	35°45'46.1268177"W	713.015	RIOF	8°39'36.5558272"S	35°09'03.1943904"W	25.534
CARU	8°16'45.0767290"S	35°58'40.2474462"W	574.632	RODO	8°10'31.2515592"S	35°28'34.1104817"W	563.544
CATE	8°40'04.1255299"S	35°43'15.6549671"W	189.84	SIRI	8°35'27.5571555"S	35°06'58.9897584"W	70.135
COND	7°35'01.9764482"S	35°06'10.4824089"W	157.106	STMC	7°49'55.5913001"S	35°53'01.3256411"W	515.539
ESCA	8°21'48.7877650"S	35°14'01.3872938"W	109.154	SURU	7°50'09.5120450"S	35°45'28.8752528"W	415.855
GOIA	7°33'30.9043388"S	34°59'49.0053745"W	36.762	TIMB	7°30'35.0435318"S	35°19'03.8956119"W	126.35
GRAV	8°12'09.2118046"S	35°34'03.3412371"W	468.819	TORI	8°00'42.8413587"S	36°03'24.8387975"W	369.232
IGAR	7°50'01.4756862"S	34°54'21.0714140"W	43.521	VERT	7°54'16.2850612"S	35°59'18.7189897"W	423.18
ITAP	7°46'26.5915764"S	34°53'26.8815275"W	27.674				

Com o programa MapGeo do IBGE foram determinado a ondulação geoidal de todos os vértices (Tabela 3) e posteriormente foi gerado o mapa de curvas de mesma ondulação geoidal (Figura 3)

Tabela 3 – Ondulação Geoidal para os Vertices Calculada pelo MapGeo

Vért.	Latitude	Longitude	Ondulação (m)	Vért.	Latitude	Longitude	Ondulação (m)
AGUA	08° 42' 28"S	35° 31' 11"W	+20.48	MACA	07° 33' 18"S	35° 27' 11"W	+20.65
ALIA	07° 36' 14"S	35° 13' 48"W	+20.50	MACH	07° 41' 06"S	35° 30' 57"W	+20.73
BARR	08° 48' 57"S	35° 11' 39"W	+20.00	MORE	08° 07' 03"S	35° 05' 56"W	+20.34
BEZE	08° 14' 06"S	35° 45' 12"W	+20.24	OLIN	08° 00' 59"S	34° 51' 04"W	+20.07
BOMJ	07° 47' 52"S	35° 35' 17"W	+20.79	PAUL	07° 56' 25"S	34° 52' 47"W	+20.12
BONA	08° 06' 30"S	35° 11' 19"W	+20.45	POMB	08° 08' 21"S	35° 23' 54"W	+20.68
BONT	08° 28' 21"S	35° 43' 38"W	+20.52	RBMC	08° 03' 03"S	34° 57' 05"W	+20.18
CABO	08° 13' 14"S	34° 57' 56"W	+20.15	RIAC	08° 08' 18"S	35° 51' 35"W	+20.00
CAMU	08° 21' 41"S	35° 45' 47"W	+20.27	RIOF	08° 39' 38"S	35° 09' 04"W	+20.12
CARU	08° 16' 46"S	35° 58' 41"W	+20.00	RODO	08° 10' 32"S	35° 28' 35"W	+20.75
CATE	08° 40' 05"S	35° 43' 16"W	+20.66	SIRI	08° 35' 29"S	35° 07' 00"W	+20.15
COND	07° 35' 03"S	35° 06' 11"W	+20.39	SMTC	07° 49' 57"S	35° 53' 02"W	+20.69
ESCA	08° 21' 50"S	35° 14' 02"W	+20.44	SURU	07° 50' 11"S	35° 45' 30"W	+20.70
GOIA	07° 33' 32"S	34° 59' 50"W	+20.31	TIMB	07° 30' 36"S	35° 19' 05"W	+20.55
GRAV	08° 12' 10"S	35° 34' 04"W	+20.75	TORI	08° 00' 44"S	36° 03' 25"W	+20.12
IGAR	07° 50' 02"S	34° 54' 22"W	+20.17	VERT	07° 54' 17"S	35° 59' 19"W	+20.47
ITAP	07° 46' 28"S	34° 53' 28"W	+20.17				

Comparando as ondulações geoidais determinadas entre o MapGeo e pela diferença das altitudes ortométrica e elipsoidais fornecido pela Tabelas 1 e 2 podemos determinar as diferenças entre as mesmas (Tabela 4).

Tabela 4 – Diferença entre a Ondulação Geoidal Calculada e Fornecida pelo MapGeo

Vért.	N (CALCULADO)	N (MAPGEO)	DIFERENÇA	Vért.	N (CALCULADO)	N (MAPGEO)	DIFERENÇA
AGUA	20.761	20.480	0.281	ITAP	21.884	20.170	1.714
ALIA	23.655	20.500	3.155	MACA	23.715	20.650	3.065
BARR	21.341	20.000	1.341	MACH	17.208	20.730	-3.522
BEZE	22.445	20.240	2.205	MORE	20.188	20.340	-0.152
BOMJ	21.980	20.790	1.190	OLIN	22.506	20.070	2.436
BONA	22.592	20.450	2.142	PAUL	22.688	20.120	2.568
BONT	20.123	20.520	-0.397	POMB	22.590	20.680	1.910
CABO	22.966	20.150	2.816	RIAC	22.117	20.000	2.117
CAMU	21.945	20.270	1.675	RIOF	19.459	20.120	-0.661
CARU	17.792	20.000	-2.208	RODO	22.546	20.750	1.796
COND	22.256	20.390	1.866	SIRI	22.075	20.150	1.925
ESCA	22.344	20.440	1.904	STMC	22.929	20.690	2.239
GOIA	23.512	20.310	3.202	SURU	20.265	20.700	-0.435
GRAV	22.289	20.750	1.539	TIMB	24.660	20.550	4.110
IGAR	23.251	20.170	3.081	VERT	21.310	20.470	0.840

As Figuras 03 e 04 representam os mapas de ondulações geoidais para valores calculados através do MapGeo e determinados diretamente por GPS.

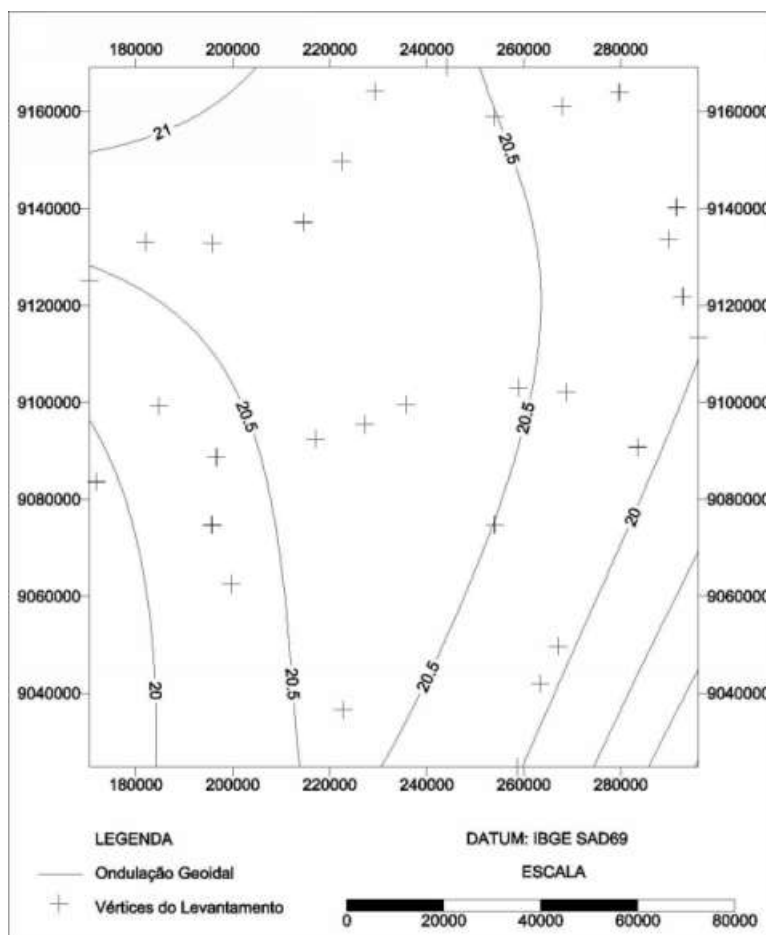
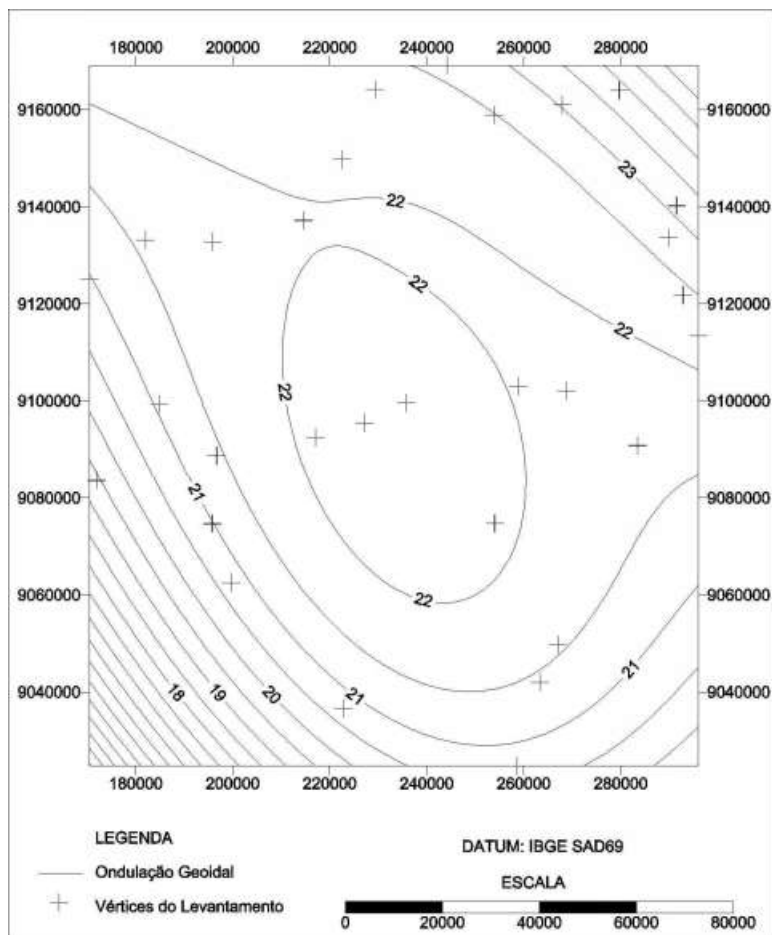


Figura 03: Mapa Geoidal para Valores Calculados Através do MapGeo



**Figura 04:** Mapa Geoidal para Valores Calculados Através de Determinação Direta por GPS

#### 4. Considerações Finais

Como podemos observar os resultados obtidos com GPS apresentam uma precisão significativa na determinação da ondulação geoidal. O programa desenvolvido para esta finalidade, como dito anteriormente tem precisão estimada em 3m para posição absoluta e de 1cm por quilometro para precisão relativa. Na tabela 04 observa-se, como diferença, um valor em torno de 3m, com atenuante que a precisão absoluta passa a ser a oferecida pela precisão do RN e da técnica adotada pelo GPS. Esta precisão pode ficar com valores submétricos.

Além da precisão, bastante razoável para as engenharias e áreas afins, há de se reportar à vantagem do método pelo seu custo benéficos. Os trabalhos gravimétricos são relativamente onerosos, não trazendo por si só melhores resultados para fins práticos.

Considere, ainda, que por simples inversão, podemos, conhecendo, agora, a altura elipsoidal e de posse de um mapa das ondulações geóidais determinar as altitudes ortométricas sem a necessidade da utilização de níveis.

O uso do Sistema de Posicionamento Global vem trazendo constantes benefícios tecnológicos as engenharias e áreas afins apesar dos seus infinitos recursos ainda não serem aproveitados.

#### 5. Referências Bibliográficas

- Antão, A.S.:** *Geodésia Elementar – Princípio de Posicionamento Global GPS*, Editora Universitária - UFPE, Recife, 2001
- Seeber, G.:** *Satellite Geodesy, Foundations, Methods and Applications*, Walter de Gruyter, Berlin New York, 1993
- Gemael, C.:** *Introdução ao Ajustamento de Observações*, Editora UFPR, Curitiba, 1994.

