

BINNING HEXAGONAL COMO ALTERNATIVA DE REPRESENTAÇÃO CARTOGRÁFICA URBANA

Hexagonal binning as urban cartographic representation alternative

Antônio Augusto Ferreira de Oliveira
SECRETARIA MUNICIPAL DAS FINANÇAS DE FORTALEZA
CONTENCIOSO ADMINISTRATIVO TRIBUTÁRIO
augusto.oliveira@sefin.fortaleza.ce.gov.br

Anderson de Sousa Marreira
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
DEPARTAMENTO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOGRAFIA
andersonmarreira16@gmail.com

Luan Victor Vasconcelos Noberto
SECRETARIA MUNICIPAL DAS FINANÇAS DE FORTALEZA
CONTENCIOSO ADMINISTRATIVO TRIBUTÁRIO
luan.noberto@sefin.fortaleza.ce.gov.br

Resumo:

A representação por meio dos “*binning*s hexagonais” teve suas origens na elaboração de gráficos de dispersão onde havia grande concentração de dados para melhorar sua visualização. Este documento parte do estudo das características e vantagens geométricas dessa forma de tesselação frente a outras formas tradicionais e como ela se expandiu para culminar no desenvolvimento “Sistema de indexação geoespacial hierárquico hexagonal” (H3) pela Uber Technologies Inc., empresa multinacional americana, prestadora de serviços eletrônicos na área do transporte privado urbano. O H3 passou a ter código *open source* em 2018 o que impulsionou sua utilização em vários trabalhos científicos e seu aprimoramento por desenvolvedores em todo mundo nas mais diversas linguagens de programação. Depois de serem apresentadas algumas características desse engenhoso sistema de indexação planetária, apresentam-se quatro aplicações deste em cartografia urbana, mais precisamente sobre dados de cadastro imobiliário municipal. Por fim, conclui-se pela sua facilidade de utilização e espera-se que os entes federados, principalmente o Poder Público Municipal, detentor do cadastro imobiliário urbano, publique mais informações consolidadas nessa representação para facilitar as análises e cruzamento de dados com outras pesquisas já realizadas por aquela indexação.

Palavras-chave: Cartografia temática. Cartografia urbana. Sistema de indexação geoespacial hierárquico.

Abstract

The representation through hexagon binning had its origins in the elaboration of scatter plots where there was a great concentration of data to improve its visualization. This document starts from the study of the characteristics and geometric advantages of this form of tessellation compared to other traditional forms and how it expanded to culminate in the development “Hexagonal hierarchical geospatial indexing system” (H3) by Uber Technologies Inc., an American multinational company, provider of services in urban private transport. The H3 became open-source code in 2018, which boosted its use in several scientific works and its improvement by developers around the world in the most diverse programming languages. After presenting some characteristics of this ingenious planetary indexing system, four applications of it in urban cartography are presented, more precisely on municipal real estate cadastre data. Finally, it is concluded by its ease of use and it is expected that the federated entities, mainly the Municipal Public Power, holder of the urban real estate registry, publish more information consolidated in this representation to facilitate the analysis and cross-referencing of data with other research already performed by that indexing.

Keywords: Thematic cartography. Urban cartography. Hierarchical geospatial indexing system.

1 INTRODUÇÃO

Para Anderson et al. (1982), a cartografia poderia ser sintetizada em duas palavras: “análise” e “comunicação”. A primeira delas, na condição de cartografia geográfica, se concentra no estudo espacial dos fenômenos a serem mapeados, antecedendo o mapa. Já a segunda, seria uma outra forma de comunicação, especializada no visual do mapa ou carta resultante, focando nos aspectos de como foi feito, como pode ser lido, e por conseguinte, como pode ser interpretado. Assim sendo, representando um dado geoespacial, que possui localização, extensão e dimensão temporal, os mapas, como parte-fim, trazem a finalidade de representar fenômenos que acontecem no espaço-tempo. Por isso a visualização cartográfica é tão importante neste processo, já que pode ser entendida como a técnica utilizada para explorar os fenômenos, a partir de padrões espaciais, de forma a permitir a apresentação e a análise dos dados geoespaciais, tendo o seu destaque no poder exploratório, e não somente ligado a aspectos comunicativos (SANTANA, 2009). Sendo o termo utilizado há mais de quatro décadas na cartografia, conforme assevera Castro (2011), a evolução cartográfica decorre da evolução das técnicas da tecnologia na informação visual, ligada à computação gráfica, associada aos sistemas de informação geográfica e a visualização científica. Com intuito de aproximar e transmitir informações do leitor para estabelecer a construção de um pensamento culminando num novo conhecimento. No contexto da representação cartográfica e subdivisão do espaço geográfico para fins de análise e comunicação, temos a técnica de tesselação. A tesselação pode ser entendida como o recobrimento de uma superfície por polígonos, sem que se apresentem lacunas ou sobreposições entre eles. A tesselação, quando realizada por polígonos regulares, só pode ser realizada por triângulos equiláteros, quadrados ou hexágonos. Nessa hipótese, são conhecidas como tesselações platônicas.

Nos últimos anos, tem sido mais comum a utilização de representações cartográficas com grades hexagonais, conhecidas como *binning* hexagonais. Neste íterim, neste trabalho verificar-se-ão os princípios característicos da representação cartográfica em hexágonos com destaque para o “sistema de indexação geoespacial hierárquico” H3 criado pela Uber, mormente quanto às suas utilizações na divulgação de análises relacionadas à cartografia urbana municipal.

2 METODOLOGIA

2.1 Representação Binning Hexagonal

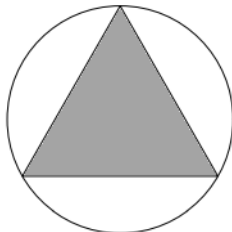
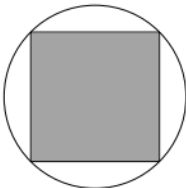
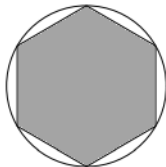
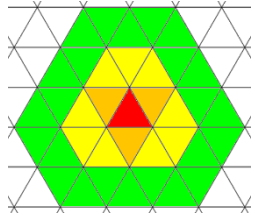
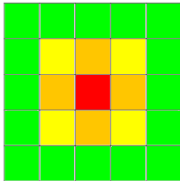
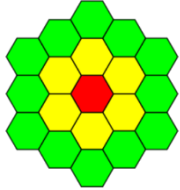
O *binning* hexagonal é um método de gerenciamento e de visualização de conjuntos de dados, que teve seu uso ampliado na produção de grades regulares, mapas de artigos científicos, análises espaciais e em trabalhos cartográficos em geral. Embora tenha se originado no campo da visualização de dados, por meio do aprimoramento de gráficos de dispersão XY, antes utilizados para destacar tendências a partir do agrupamento de dados e identificação de padrões implícitos (HEXBINNING, 2013), nos últimos anos vêm ganhando mais utilização na cartografia, por proporcionar uma visualização intuitiva e menos confusa dos mapas, proporcionando interpretações eficientes dos dados. O uso do *binning* hexagonal se torna interessante quando existe uma situação de *overplotting* dos dados, isto é, quando eles estão sobrepostos, o que acaba dificultando sua visualização e, em alguns casos, culminando na tomada de decisões e interpretações erradas. De maneira geral, a ideia principal do *binning* hexagonal é a de quebrar um plano bidimensional em diferentes compartimentos interligados

por hexágonos, numa grade contínua com efeito de histograma espacial (SMITH, 2012).

Sem embargo, precisamos entender a teoria para justificarmos o uso do *binning* hexagonal em cartografia urbana, assim sendo, uma das primeiras perguntas é: por que hexágonos, já que é possível agrupar outras figuras geométricas (como o quadrado e o triângulo) de tamanho e forma semelhantes para preenchimento contínuo de todo um plano?

O hexágono é uma figura plana fechada com seis arestas e seis vértices com lados de mesmo comprimento e ângulos internos de 120° graus. São as formas mais próximas de um círculo que podem formar uma grade contínua e regular, ressaltando que este último é a figura geométrica de melhor otimização da relação perímetro versus área circunscrita. As grades hexagonais possuem vantagem sobre as triangulares e as que usam quadrados por abrangerem uma maior área em superfície contínua e estarem espaçados uniformemente dos seus vizinhos. Qualquer ponto dentro de um hexágono está mais próximo do centro deste do que qualquer outro ponto estaria se o polígono fosse um quadrado ou triângulo de áreas similares. Como os quadrados e triângulos possuem ângulos mais agudos, os pontos próximos a seus vértices estão mais distantes de outros pontos em sua área do que em locais semelhantes quando comparados com o hexágono (GRAHAM, 2010). Birch, Oomb e Beechamc (2007) exemplificam que um quadrado com determinada área unitária tem um perímetro com comprimento igual a 4, enquanto o perímetro em um hexágono com essa mesma área unitária de 3,7224, de modo que a razão da aresta pela área do hexágono corresponde a de um quadrado, porém com 15,5% a mais de área. Como certas partes de um quadrado estão mais distantes de seu centro, a distância média do centro de um quadrado com dada área unitária é de 0,3826, enquanto a distância média ao centro em um hexágono com a mesma área é de 0,3772, diferença que poderia ser equalizada cobrindo uma área com apenas 2,9% a mais de quadrados quando comparados com hexágonos. Segundo Lewin-Koh (2021), o hexágono é 13% mais eficiente para cobrir um plano do que quadrados, haja vista que tem simetria dos vizinhos mais próximos, contando com o número máximo de lados que um polígono pode ter para um mosaico. A Tabela 1 sintetiza as características acima mencionadas e traz uma ilustração em escala dos 3 polígonos regulares de tesselação, todos com área igual a 1 un².

Tabela 1- Características geométricas dos polígonos de tesselação com área de 1 un².

	Triângulo equilátero	Quadrado	Hexágono
Ilustração em escala			
Relação de vizinhança			
Área	1,0000	1,0000	1,0000

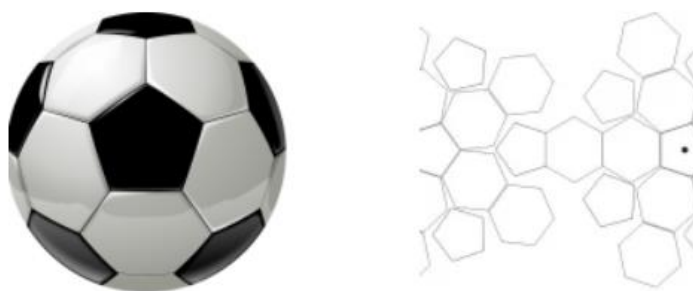
	Triângulo equilátero	Quadrado	Hexágono
Lado	1,5197	1,0000	0,6204
Perímetro	4,5590	4,0000	3,7224
Apótema	0,4387	0,5000	0,5373
Raio de circunscrição	0,8774	0,7071	0,6204
Vizinhos	12	8	6

Fonte: elaboração própria.

A vantagem geométrica do hexágono se apresenta em vários fenômenos naturais, sendo o mais conhecido a construção dos favos de armazenamento de mel pelas abelhas. Isto pois, as paredes de seus favos são de cera, e estas usam o mínimo possível daquele recurso abrangendo a maior área possível para abastecimento de mel na colmeia (CLEVERLEY, 2020).

Mas como a necessidade de menos cera para a abelha se relaciona com a visualização de mapas? O mapa em si, de acordo com Bauszus (2017), é uma representação cartográfica plana de um objeto esférico, a representação em hexágonos é capaz de aplainar e dividir essa superfície de maneira que o fenômeno espacial é apresentado de forma ininterrupta e agrupando-o eficientemente. Allen *et. al* (2021) também ressaltam que os hexágonos apresentam menor distorção na representação espacial curva da superfície terrestre, devido aos seus ângulos, quando comparado com um grid quadrado. Não é à toa, que uma bola de futebol é um poliedro produzido com 20 partes hexagonais, apesar da necessidade de inclusão de 12 partes pentagonais, conforme Teorema de Euler para poliedros convexos, para que a tesselação seja perfeita (MACKEY, 2020 e QUANTIXED, 2018).

Figura 1- Necessidade de utilização de pentágonos (em preto) na tesselação hexagonal (em branco) de uma bola de futebol. À direita temos a composição dos painéis hexagonais e pentagonais explodidos.



Fonte: Quantixed, 2018.

Birch, Oomb e Beechamc (2007) trazem três diferenças fundamentais entre a grade hexagonal e a grade retangular ao trabalhar com a comparação em estudos de ecologia, sendo: i) a grade hexagonal tende a ser menos ambígua, sendo o de grade retangular ambíguo onde exista células semelhantes nos cantos, não nas bordas; 2) como as linhas em mapas de grade retangulares são retas, ininterruptas, tendem a distrair a visão humana, que é sensível às linhas verticais e horizontais, podendo, assim, conduzir o olhar para áreas não interessantes de um

fenômeno observado; 3) as células de uma grade hexagonal são alinhadas em três eixos, em vez de apenas dois, assim formam formas mais variadas e menos retilíneas. Em suma, Carr, Olsen e White (1992) apresentam duas vantagens do mosaico hexagonal: 1) o apelo visual e a precisão na representação, sendo o primeiro já destacado acima, e 2) uma maior acurácia, respalda nas características geométricas contidas na Tabela 1.

O mosaico hexagonal já tem suas vantagens reconhecidas há bastante tempo, como bem ressalta Lewin Koh (2021). Uma vez introduzida, há mais de 65 anos, vem sendo utilizada em mapas de jogos militares, como por exemplo o caso do *Tactics* de 1954, um jogo de guerra de tabuleiro bem-sucedido. Ademais, Carr, Olsen e White (1992) inferem a utilização no processamento de imagem. Atualmente, vem sendo aplicado em diversos estudos, tanto de caráter científico, como de forma prática e interativa, em tempo real, como o caso dos mapas da votação da eleição presidencial americana. Em estudos da área da saúde, a exemplo do campo da epidemiologia, temos o estudo desenvolvido por Javaheri (2021), no qual analisou espacialmente a mortalidade da COVID-19 no México, por meio do cruzamento de diversas variáveis, representadas na intensidade de cores e símbolos com diferentes tamanhos, visualizou a associação, a nível de pacientes, dados de demografia e condições de saúde pré-existentes. Bauszus (2017) comparou a visualização de Luxemburgo, país de pequenas dimensões territoriais em meio a Europa, a partir das lentes da grade retangular e da grade hexagonal, assim o autor concluiu que o país foi completamente ignorado pela grade retangular devido a resolução escolhida, além disso, o autor observou que a grade hexagonal melhor respondeu a visualização dos limites internacionais, neste caso, de Luxemburgo na Europa. Já Parker (2019) considerou analisar a cidade de Seattle, para saber se existia correlação entre a densidade de localização de casas a vendas, com o preço de venda das casas, por meio de lista com os respectivos preços, além de evidenciar padrões em pequenas áreas da cidade que estão em potencial mudança. Em 2020, o Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), usando a agregação espacial oferecida pela malha de hexágonos do H3 da Uber, publicou estudo sobre as desigualdades socioespaciais de acesso a oportunidades em algumas cidades brasileiras agregando informações do Censo demográfico 2010, escolar de 2018, informações do Cadastro Nacional de Estabelecimentos de Saúde (CNES) etc., permitindo análises de acessibilidade urbana a serviços públicos como saúde e educação considerando a localização e o tempo de deslocamento até eles.

2.2 Sistema de indexação geoespacial hierárquico hexagonal (H3)

A vantagem da representação *binning* hexagonal em escala planetária chegou a seu ápice com o desenvolvimento, pela Uber Technologies Inc., empresa multinacional americana, prestadora de serviços eletrônicos na área do transporte privado urbano por aplicativo *mobile*, com a criação do “Sistema de indexação geoespacial hierárquico hexagonal” (H3).

O H3 é na verdade um sistema de grade global discreto (*Discrete Global Grid* - DGG) formando um mosaico hexagonal de multiprecisão com índices hierárquicos sobre uma esfera circunscrita. Esse mosaico foi baseado nos estudos de iniciais de discretização de uma esfera pelo cientista norte-americano Richard Buckminster Fuller (SAHR, WHITE e KIMERLING, 2013). Inicialmente o H3 tinha como principal finalidade otimizar o próprio negócio da Uber em escala planetária, mormente quanto aos seus algoritmos de precificação, otimização de rotas dentre outros.

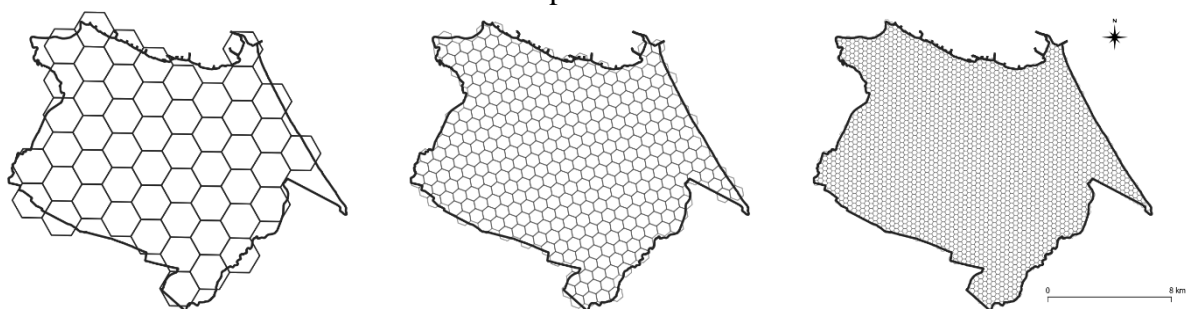
O H3 dispõe de bibliotecas (*libraries*), desenvolvidas em linguagem C e disponibilizadas

para outras linguagens por meio de *bindings* (Python, R, Julia, JavaScript etc.) que permitem sua rápida aplicação em cartografia urbana, como cálculo de distâncias, determinação de vizinhos mais próximos dentre outros. Em 2018, a Uber transformou o projeto do H3 em *open source* sob a licença Apache 2 com a disponibilização de todo o projeto no repositório do github (<https://github.com/uber/h3>).

O H3 é ponto chave para a Uber agrupar as solicitações de seus serviços, calculando os preços dinâmicos de acordo com sua oferta e demanda em cada hexágono, bem como cálculo de distância, tempo de espera do usuário, escolha do motorista etc. Segundo a Uber (2018), os hexágonos foram a melhor escolha por minimizarem os erros de cálculo introduzidos pelos usuários quando se movimentam pela cidade. Outro ponto relevante, que justificou a não escolha de áreas ou zonas tradicionais de subdivisão do espaço urbano para o agrupamento (como áreas de códigos postais, distritos, bairros ou outros tipos de limites), está no fato da irregularidade de formas e tamanhos dessas áreas, na susceptibilidade que estas possuem a alterações de terceiros e na necessidade de atualização frequente na medida em que as cidades se transformam.

A grade H3 é formada por 122 células de um icosaedro projetado sobre a terra (110 hexágonos e 12 pentágonos), onde cada face deste sólido possui pelo menos dez células ou parte de um hexágono. Como não é possível tesselar um icosaedro apenas com hexágonos como já visto (Teorema de Euler para poliedros), foi necessário posicionar doze pentágonos em cada vértice deste icosaedro. Entretanto, engenhosamente, a grade H3 foi posicionada de tal forma que se evitou a presença dos pentágonos sobre áreas continentais. O H3 é um sistema de indexação hierárquico, na medida em que oferece 16 (dezesseis) resoluções de grade onde cada uma é equivalente a um sétimo da área de sua célula-mãe anterior que lhe deu origem. A indexação de todas as células hierárquicas do H3 é feita por numeração única de inteiro sem sinal de 64 bits representando qualquer objeto H3 (hexágono, pentágono etc.) frequentemente representado como uma *string* hexadecimal de 15 caracteres (ou 16 caracteres), como por exemplo “8a80104eb457fff” para a célula que contém o ponto de coordenadas geográficas -38.550724, -3.730005 (lon, lat). Os índices hierárquicos seguem um padrão conforme a resolução, portanto cada uma das células filhas pode facilmente ter seus índices truncados para se encontrar sua célula ancestral de resolução superior, permitindo, assim, uma indexação eficiente. Por exemplo, a célula na resolução 7 de índice 8780104e3ffff tem como célula filha a célula central na resolução 8 de índice 8880104e31ffff.

Figura 2- Exemplo de representação hierárquica do H3 em 3 níveis de resolução (7, 8 e 9) sobre mapa de Fortaleza.



Fonte: elaboração própria

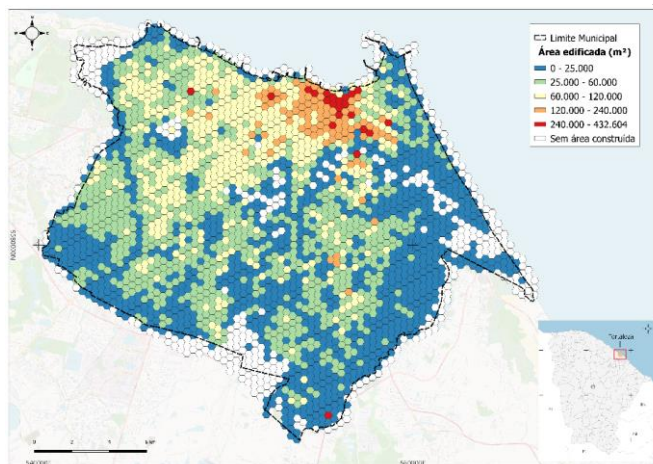
3 APLICAÇÕES

Nesta seção, são apresentadas aplicações do H3 para a cartografia urbana, precipuamente aplicadas no cadastro imobiliário municipal.

3.1 Área edificada no Município de Fortaleza

O mapa H3 da Figura 3 na resolução 9 ressalta a concentração atual de área edificada no Município de Fortaleza na região norte no entorno dos bairros mais valorizados como Meireles e Aldeota (dados de agosto de 2022).

Figura 3- Densidade da área edificada construída no Município de Fortaleza.

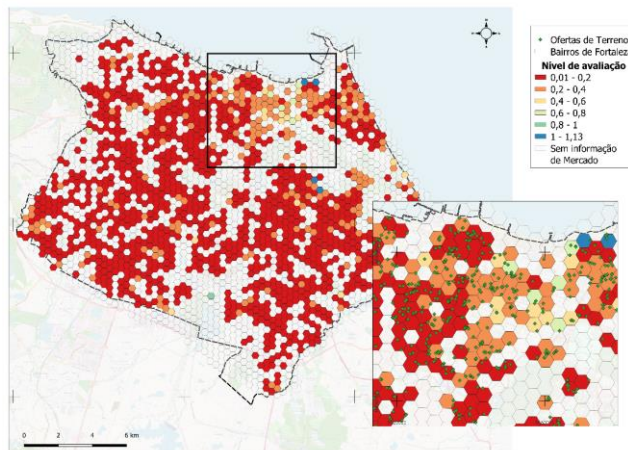


Fonte: elaboração própria.

3.2 Nível de avaliação dos valores venais unitários de terreno do IPTU

De acordo com a portaria N° 511/2009, elaborado pelo Ministério das Cidades, o nível de avaliação é definido como “a média dos quocientes dos valores avaliados, conforme constam no cadastro fiscal, em relação aos preços praticados no mercado para cada tipo de imóvel”, indicando a necessidade de atualização destes valores se estiverem inferiores a 70% ou superiores a 100%. Para cálculo do nível de avaliação, foram utilizados 8.834 dados de mercado de ofertas de terrenos coletados entre 2016 e 2022 e comparados com seus respectivos valores venais que estão na base do cadastro imobiliário da Secretaria das Finanças do Município de Fortaleza. A Figura 4 mostra o resultado do agrupamento hexagonal do nível de avaliação médio, onde se ressaltam: a) áreas onde não têm oferta de terrenos (em branco); b) áreas em vermelho onde é maior a desatualização da planta genérica de valores; c) que a maioria dos terrenos têm seus valores venais que sequer chegam a 20% dos preços observado de mercado, dentre outras análises.

Figura 4- Nível de avaliação dos valores venais de terreno do IPTU 2016-2022.

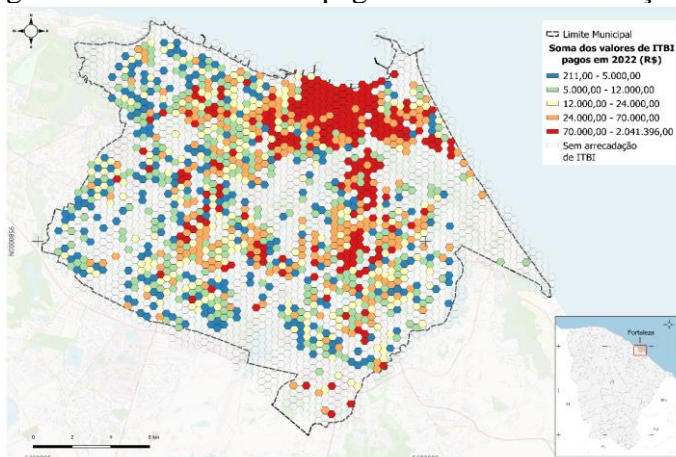


Fonte: elaboração própria

3.3 Valores de ITBI pagos em 2022

O imposto de transmissão por ato *intervivos* e oneroso da propriedade e cessões de direitos a ela relativos (ITBI) representa um excelente “termômetro” da atividade imobiliária no município. O mapa H3 da Figura 5 mostra o local de ocorrência de cada transmissão, bem como o quanto foi arrecadado por célula. Fica evidente que os bairros mais nobres como Meireles, Aldeota, Cocó, Guararapes e Cambeba despontam ainda como grandes somas de imposto arrecadado.

Figura 5- Valores de ITBI pagos em 2022 na resolução 9.

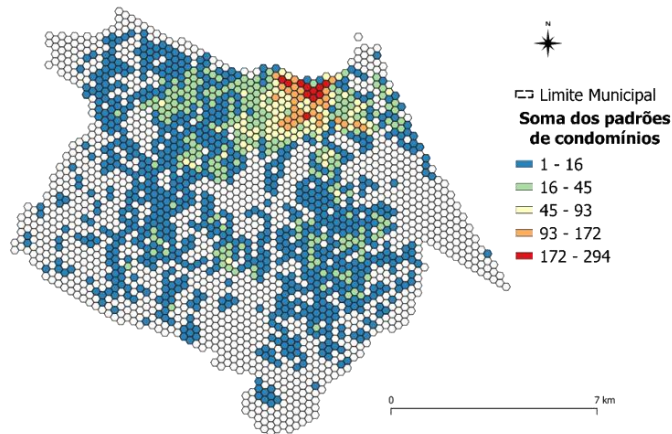


Fonte: elaboração própria.

3.4 Padrão de condomínios no Município de Fortaleza

O mapa abaixo distribuiu espacialmente os condomínios verticais e horizontais do Município de Fortaleza e ponderou seu padrão de acabamento por célula hexagonal, ou seja, células com cores no espectro vermelho têm maior padrão de acabamento que áreas no espectro azul, onde este representa o padrão mais baixo.

Figura 6 - Padrão de acabamento dos condomínios em Fortaleza.



Fonte: elaboração própria.

4 CONCLUSÃO

Este trabalho procurou apresentar algumas aplicações do H3 na cartografia urbana ressaltando suas principais vantagens na apresentação de mapas temáticos onde as informações precisam ser sumarizadas sem perda de continuidade e evitando-se distorção visual interpretativa. Com transformação do projeto H3 em *open source* pela Uber, mais desenvolvedores se aliam no grande esforço de se otimizar as bibliotecas geoespaciais para melhorar ainda mais a produção e análise de dados espaciais, garantindo a interoperabilidade de dados para as mais diversas ferramentas de tomadas de decisão baseadas em SIG. Como se ressaltou, já se começa a ver a publicação de artigos científicos com aquele sistema de indexação, com destaque para os estudos do IPEA de acessibilidade urbana. O Poder Público Municipal, como detentor da competência de gerir o cadastro territorial municipal urbano, pode e deve fazer uso destas novas tecnologias para prover informações indexadas nessa nova tecnologia facilitando, desta feita, a integração e cruzamento de dados, a extração de informações e a novas descobertas científicas para o melhor conhecimento do espaço urbano e auxílio na tomada de decisões que se reverterão em melhores políticas públicas.

Agradecimentos

À Secretaria Municipal das Finanças do Município de Fortaleza por ter cedido os dados para a elaboração dos mapas deste trabalho. Agradecimentos também à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo fomento e apoio à pesquisa.

Referências

ALLEN, Michael J. et al. Exploring Spatial Patterns of Virginia Tornadoes Using Kernel Density and Space-Time Cube Analysis (1960–2019). **International Journal of Geo-Information**, v. 10, n. 5, p. 310, 2021.

ANDERSON, Paul S. et al. **Princípios de cartografia básica**. Rio de Janeiro: Fundação IBGE, 1982.

BAUSZUS, Dennis (ed.). Fishnets, Honeycombs and Footballs; Better spatial models with hexagonal grids. **Medium**. 2017. Disponível em: <https://medium.com/geolytix/fishnets-honeycombs-and-footballs-better-spatial-models-with-hexagonal-grids-768bdf92d3bb>.

Acesso em: 19 jul. 2022.

BIRCH, Colin PD; OOM, Sander P.; BEECHAM, Jonathan A. **Rectangular and hexagonal grids used for observation, experiment and simulation in ecology**. *Ecological Modelling*, v. 206, n. 3-4, p. 347-359, 2007.

BRODSKY, Isaac (ed.). H3: uber's hexagonal hierarchical spatial index. 2018. Posted by Isaac Brodsky. Disponível em: <https://www.uber.com/blog/h3/>. Acesso em: 01 jul. 2022.

CARR, Daniel B.; OLSEN, Anthony R.; WHITE, Denis. Hexagon mosaic maps for display of univariate and bivariate geographical data. **Cartography and Geographic Information Systems**, v. 19, n. 4, p. 228-236, 1992.

CASTRO, Dayan Magalhães. **Visualização de dados geográficos urbanos na Web: estudo de caso na Região Metropolitana de Belo Horizonte**. 2011. 119 p. Dissertação (Mestrado em análise e modelagem de sistemas ambientais) - Universidade Federal de Minas Gerais, 2011.

CLEVERLEY, Mark. **Hexagons and Geospatial Encoding**: bees figured this out ages ago. *Medium*, 2020. Disponível em: <https://mark-s-cleverley.medium.com/hexagons-and-geospatial-encoding-ea8578086e6>. Acesso em: 18 jul. 2022.

COLIN P.D. BIRCH; SANDER P. OOM AND JONATHAN A. BEECHAM, (2007), Rectangular and hexagonal grids used for observation, experiment and simulation in ecology, **Ecological Modelling**, 206, (3), 347-359

GRAHAM. **An Introduction to Hexagonal Geometry**. Disponível em: <https://hexnet.org/content/hexagonal-geometry>. Acesso em: 19 jul. 2022.

H3Geo. **H3**: A Hexagonal Hierarchical Geospatial Indexing System. 2015. Uber Technologies. Disponível em: <https://h3geo.org/>. Acesso em: 01 jul. 2022.

HEXBINNING. **Open Geospatial Technologies**: Tools, Tips & Trends in GIS, Spatial Databases & Geovisualization. 2013. Disponível em: <https://geospatial.commons.gc.cuny.edu/2013/11/25/hexbinning/#more-80>. Acesso em: 19 jul. 2022.

JAVAHERI, Behzad. Where you live matters: a spatial analysis of COVID-19 mortality. **arXiv**, v. 1. p. 1-7, 2021. Disponível em: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/2101/2101.04199.pdf>. Acesso em 18 jul. 2022

LEWIN-KOH, Nicholas. Hexagon binning: an overview. **Online**, 2021. Disponível em: https://cran.r-project.org/web/packages/hexbin/vignettes/hexagon_binning.pdf. Acesso em: 18 jul. 2022.

MACKKEY, Matt Strimas. Fishnets and Honeycomb: Square vs. Hexagonal Spatial Grids. **Strimas**, 2020. Disponível em: <https://strimas.com/post/hexagonal-grids/>. Acesso em: 19 jul. 2022.

QUANTIXED. Pentagrammarspin: why twelve pentagons?. [S.I] [2018]. Disponível em: <https://quantixed.org/2018/06/27/pentagrammarspin-why-twelve-pentagons/>. Acesso em: 01 jul. 2022.

PARKER, Matthew E. Visualizing Data with Hexbins in Python. **Medium**, 2019. Disponível em: <https://medium.com/@mattheweparker/visualizing-data-with-hexbins-in-python-39823f89525e>. Acesso em: 19 jul. 2022.

- PEREIRA, Rafael H. M. et al. **Desigualdades socioespaciais de acesso a oportunidades nas cidades brasileiras–2019**. Brasília: Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada-IPEA, 2020. 2020
- POPKO, Edward S. **Divided Spheres: geodesics and the orderly subdivision of the shepre**. Boca Raton, Fl: CRC Press Taylor & Francis Group, 2012. 525 p.
- SAHR, Kevin; WHITE Denis; KIMERLING A.. Geodesic Discrete Global Grid Systems. Cartography And Geographic Information Science, London, v. 30, n. 2, p. 121-134, abr. 2003. Bimestral. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/journals/tcag20>. Acesso em: 01 jul. 2022.
- SANTANA, Sheyla Aguilar de. **Modelagem de comunicação em WebGIS para difusão de dados geográficos e promoção de análise espacial**. 2009. 143 p. Dissertação (Mestrado em análise e modelagem de sistemas ambientais) - Universidade Federal de Minas Gerais, 2009.
- SMITH, Nate. Binning: an alternative to point maps. An Alternative to Point Maps. **Medium**. 2012. Disponível em: <https://blog.mapbox.com/binning-an-alternative-to-point-maps-2cfc7b01d2ed>. Acesso em: 19 jul. 2022.