

Determinação e Análise Estatística dos Parâmetros Envolvidos no Monitoramento de Deformações

Niel Nascimento Teixeira
Luiz Danilo Damasceno Ferreira

Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas – UFPR
Departamento de Geomática
81.530-100, Curitiba / Paraná

✉ nielnt@geoc.ufpr.br

Conteúdo	<ol style="list-style-type: none"> 1. Introdução <ol style="list-style-type: none"> 1.1. Classificação das Deformações 2. Parâmetros Básicos de Deformação e o Modelo de Deformações <ol style="list-style-type: none"> 2.1 Estimativa da Função Deslocamento <ol style="list-style-type: none"> 2.1.1 Determinação do Vetor de Parâmetros de Deformações 2.1.2 Teste Estatístico Aplicado à Função Deslocamento <ol style="list-style-type: none"> 2.1.2.1 Análise da Qualidade do Modelo Ajustado 2.1.2.2 Teste da Significância dos Parâmetros de Deformações Individuais 2.2 Parâmetros Básicos de Deformação 3 Resultados Numéricos <ol style="list-style-type: none"> 3.1 Estatística Aplicada à Função Deslocamento <ol style="list-style-type: none"> 3.1.2 Análise da Qualidade do Modelo Ajustado 3.1.3 Teste de Significância dos Parâmetros de Deformações Individuais 3.2 Determinação dos Parâmetros de Deformação 4 Considerações Finais 5 Referências Bibliográficas
-----------------	--

Resumo: As estações de uma rede geodésica de monitoramento ou de controle são posicionadas em duas épocas distintas, com vistas a detecção de possíveis deslocamentos. Após a coleta dos dados em campo, segue-se a fase de estimação dos parâmetros de deformação na região em estudo. No entanto, a consecução desta fase, não constitui-se uma tarefa elementar, pois exige-se a adequação de diferentes áreas do conhecimento, como por exemplo os conceitos de resistência dos materiais, ajustamento pelo método dos mínimos quadrados e análise estatística. Desta maneira, este trabalho apresenta de forma concisa todas as etapas descritas acima. E finalmente, apresenta-se um exemplo prático, proveniente do monitoramento realizado na rede Geodésica/GPS da COPEL (Companhia Paranaense de Energia Elétrica).

Palavras chaves: Monitoramento de Deformações, Resistência dos Materiais, Análise Estatística.

1. Introdução

Deformações referem-se às modificações que um corpo deformável sofre em sua forma, dimensão e posição. Assim, qualquer objeto natural ou artificial (feito pelo homem) sofre modificações no espaço e no tempo. A determinação e interpretação destas modificações são os principais objetivos do monitoramento de deformações, uma vez que, fornecem uma gama variada de dados, úteis à segurança de vidas humanas e de estruturas de engenharia. O monitoramento de deformações provê não somente a posição geométrica do objeto deformado, mas também valiosas informações a respeito de tensões provocadas por cargas. Estes dados propiciam um melhor entendimento dos mecanismos de deformações e, também permitem a verificação de várias hipóteses teóricas a respeito do comportamento do objeto deformado. Maiores detalhes consultar Chen (1983).

1.1. Classificação das Deformações

Deformações podem ser classificadas como sendo de escala local, regional ou continental e global (Secord, 1985). Deformações locais podem incluir aquelas que ocorrem em estruturas feitas pelo homem, ou por ele modificadas, como por exemplo:

- Extração de água subterrâneas, petróleo e minérios;
- Construção de grandes reservatórios;
- Dentre outras.

Deformações regionais ou continentais são aquelas associadas aos limites entre placas tectônicas, como no monitoramento de deformações devido ao atrito provocado pelo movimento entre duas delas, ao movimento precursores de terremotos e aos associados a vulcanismo. Pode-se citar como exemplo de deformações globais aquelas provocadas pelo movimento relativo entre as placas tectônicas, movimento do pólo instantâneo e variação na rotação da terra.

De acordo com Santos (1999), do ponto de vista geodésico, dois propósitos podem ser considerados como os principais. Inicialmente, a própria detecção, análise e monitoramento de deformações, quer seja em aspectos locais, regionais ou globais. E as mesmas técnicas utilizadas para a análise de deformações podem ser empregadas na análise da robustez da redes geodésicas. Um

segundo propósito diz respeito ao estabelecimento de redes geodésicas, incluindo-se aí aquelas com o propósito de controle de deformações. Neste caso, inclui-se o que se conhece na literatura geodésica como otimização de redes geodésicas, envolvendo a pré-análise (verificação de erros ou efeitos geométricos no posicionamento) e a integração de observações heterogêneas. No entanto, para ambos os propósitos podem ser utilizados os conceitos inerentes a mecânica dos materiais aplicados ao estudo de deformações. Deste modo, este trabalho se atém aos conceitos da mecânica dos materiais que são aplicados na geodésia, mais especificamente tensão e deformação.

2. Parâmetros Básicos de Deformação e o Modelo de Deformações

2.1 Estimativa da Função Deslocamento

A deformação de um corpo é suficientemente descrita em três dimensões se 9 parâmetros de deformações, 6 componentes de tensão e 3 de rotação diferencial, podem ser determinados em cada ponto. Em adição, componentes de movimento relativo de corpos rígidos podem também ser determinados se existem descontinuidades no corpo. Os parâmetros de deformações, acima mencionados, podem ser calculados se uma função deslocamento $d(x, y, z; t - t_0)$ é conhecida Chen (1983). Em geral, essa função é expressa por (Kuang, 1996, p. 176 – 179):

$$d(x; y; z; t - t_0) = B(x; y; z; t - t_0) \cdot e \quad (1)$$

onde: d é o vetor de deslocamento do ponto de coordenadas (x, y, z) em uma época t em relação a época t_0 ; B é uma matriz de funções de base e , e o vetor de parâmetros de deformação desconhecidos. O modelo matemático (equação 1) pode ser expresso na forma matricial como:

$$d(x; y; z; t - t_0) = \begin{bmatrix} u(x; y; z; t - t_0) \\ v(x; y; z; t - t_0) \\ w(x; y; z; t - t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_u(x; y; z; t - t_0) e_u \\ B_v(x; y; z; t - t_0) e_v \\ B_w(x; y; z; t - t_0) e_w \end{bmatrix} \quad (2)$$

onde: u, v e w representam o deslocamento das componentes nas direções X, Y e Z , respectivamente, e elas são funções da posição e do tempo. O deslocamento das componentes u, v e w nas direções X, Y e Z , respectivamente, podem ser estimados por um polinômio geral, como se segue (Chen, 1983):

$$d(x; y; z; t - t_0) = \sum_j \sum_i \sum_h x^h y^i z^j e_{hij} \quad (3)$$

o número de coeficientes deste polinômio é determinado pela seguinte equação:

$$m = (k + 1)^2 \quad (4)$$

onde k é o grau do polinômio. Desenvolvendo o polinômio da equação 3 em função das componentes u, v e w , até o segundo grau (com 9 coeficientes) têm-se as equações:

$$u(x; y; z; t - t_0) = a_0 + a_1 x + a_2 xy + a_3 xyz + a_4 x^2 + a_5 x^2 y + a_6 x^2 y^2 + a_7 x^2 y^2 z + a_8 x^2 y^2 z^2 \quad (5)$$

$$v(x; y; z; t - t_0) = b_0 + b_1 x + b_2 xy + b_3 xyz + b_4 x^2 + b_5 x^2 y + b_6 x^2 y^2 + b_7 x^2 y^2 z + b_8 x^2 y^2 z^2 \quad (6)$$

$$w(x; y; z; t - t_0) = c_0 + c_1 x + c_2 xy + c_3 xyz + c_4 x^2 + c_5 x^2 y + c_6 x^2 y^2 + c_7 x^2 y^2 z + c_8 x^2 y^2 z^2 \quad (7)$$

Os coeficientes das equações 5, 6 e 7 são determinados por meio de um ajustamento pelo método paramétrico.

2.1.1 Determinação do Vetor de Parâmetros de Deformações

No caso de redundância de observações, os coeficientes das equações 5, 6 e 7 (vetor e da equação (2)) são estimados por meio de

um ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados (M.M.Q.). Para o caso de duas épocas de observações, o modelo matemático fica (Chrzanowski et al., 1986):

$$e = (B^T P_d B)^{-1} B^T P_d d \quad (8)$$

onde: d é o vetor de deslocamentos, calculados a partir do processo de estimativa de deslocamentos (Teixeira, 2001) e, P_d é a sua respectiva matriz de pesos; B é a matriz de funções de base ou matriz de deformação com seus elementos sendo funções da posição dos pontos de observações e do tempo. A matriz B fica:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial a_0} & \frac{\partial u}{\partial a_1} & \frac{\partial u}{\partial a_2} & \frac{\partial u}{\partial a_3} & \frac{\partial u}{\partial a_4} & \frac{\partial u}{\partial a_5} & \frac{\partial u}{\partial a_6} & \frac{\partial u}{\partial a_7} & \frac{\partial u}{\partial a_8} \\ \frac{\partial v}{\partial a_0} & \frac{\partial v}{\partial a_1} & \frac{\partial v}{\partial a_2} & \frac{\partial v}{\partial a_3} & \frac{\partial v}{\partial a_4} & \frac{\partial v}{\partial a_5} & \frac{\partial v}{\partial a_6} & \frac{\partial v}{\partial a_7} & \frac{\partial v}{\partial a_8} \\ \frac{\partial w}{\partial a_0} & \frac{\partial w}{\partial a_1} & \frac{\partial w}{\partial a_2} & \frac{\partial w}{\partial a_3} & \frac{\partial w}{\partial a_4} & \frac{\partial w}{\partial a_5} & \frac{\partial w}{\partial a_6} & \frac{\partial w}{\partial a_7} & \frac{\partial w}{\partial a_8} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Aqui, é importante salientar que para a determinação da matriz B é tomada como referência a época de coordenadas t_0 . As dimensões do modelo matemático (8) é:

$${}_m e_1 = ({}_m B_n^T P_{dn} B_m)^{-1} {}_m B_n^T P_{dn} d_1 \quad (10)$$

onde: m é o número de coeficientes a serem determinados (equações 5, 6 e 7) e, n é o número de observações. Substituindo-se os coeficientes calculados pela equação (2.8) nas equações (5), (6) e (7) têm-se a função deslocamento da estrutura monitorada. A Matriz Variância-Covariância (MVC) dos parâmetros de deformação (e) é calculada por:

$$\sum e = \sigma_{ee}^2 (B^T P_d B)^{-1} \quad (11)$$

onde: σ_{ee}^2 é o fator de variância a priori. No entanto, quando pretende-se analisar simultaneamente várias épocas de observações, a solução geral para o vetor e é (Chen, 1983):

$$e = \left[\sum_2^k B_i^T P_i B_i - \sum_2^k B_i^T P_i \left(\sum_1^k P_i \right)^{-1} \sum_2^k P_i B_i \right]^{-1} \left[\sum_2^k B_i^T P_i B_i L_{B_i} - \sum_2^k B_i^T P_i \left(\sum_1^k P_i \right)^{-1} \sum_2^k P_i B_i L_{B_i} \right] \quad (12)$$

onde: L_{B_i} e P_i , são o vetor de observações e sua respectiva matriz dos pesos na época i .

2.1.2 Teste Estatístico Aplicado à Função Deslocamento

O principal objetivo de se testar estatisticamente a função deslocamento é o de verificar o quanto ela é adequada. Esta verificação envolve: a) um teste global para indicar a qualidade do modelo (parâmetros de deformações) ajustado ; b) um teste que indica a significância de cada um dos parâmetros de deformações existentes no modelo.

2.1.2.1 Análise da Qualidade do Modelo Ajustado

O teste estatístico que analisa a qualidade do modelo ajustado é realizado de acordo com a seguinte hipótese básica (H_0):

$$H_0 : E \{ L_{B_i} \} = E \{ L_{B_0} \} + d(x, y, z, t - t_0) \quad (14)$$

Em seguida, calcula-se o valor da estatística dos parâmetros de deformações (w_e), o qual segue a distribuição F de Snedecor $F(r_e, r)$ (Kuang, 1996):

$$w_e = \frac{\sigma_e^2}{\sigma_0^2} \in F(r_e, r) \quad (15)$$

onde: σ_e^2 e r_e são respectivamente, o fator de variância a posteriori e os graus de liberdade dos parâmetros de deformações estimados; σ_o^2 e r são respectivamente, o fator de variância dos pesos e os graus de liberdade associados aos ajustamentos das observações realizados em diferentes épocas. Esses valores podem ser calculados por:

$$\sigma_o^2 = \frac{r_{00}\sigma_{00}^2 + r_{01}\sigma_{01}^2 + \dots + r_k\sigma_{ok}^2}{r_o + r_1 + \dots + r_k}, e \quad (16a)$$

$$r = r_o + r_1 + \dots + r_k \quad (16b)$$

onde: σ_{oi}^2 e r_i são o fator de variância a posteriori e os graus de liberdade obtidos pelo ajustamento das observações da época i ($i = 0, 1, \dots, k$), respectivamente. Deste modo, considerando-se um nível de confiança $(1-\alpha)$, a hipótese é aceita se:

$$w_e \leq F_{1-\alpha}(r_e, r) \quad (17)$$

No caso em que $w_e \geq F_{1-\alpha}(r_e, r)$, deve-se realizar o teste da significância dos parâmetros de deformações individuais, o qual será visto na próxima seção.

2.1.2.2 Teste da Significância dos Parâmetros de Deformações Individuais

A significância de um parâmetro de deformação individual e_i ou um conjunto de u_i parâmetros e , o qual é um subconjunto de e , é realizado utilizando, respectivamente, os seguintes testes estatísticos:

$$y_i = \frac{e_i^2}{\sigma_{ei}^2 \sigma_o^2} \quad (18)$$

$$y_e = \frac{e_i^T (\sum e_{ii})^{-1} e}{u_i \sigma_o^2} \quad (19)$$

onde os valores de σ_{ei}^2 e $\sum e_{ii}$ podem ser extraídos da matriz Σ_e (equação 11). O teste estatístico é realizado de acordo com a hipótese básica (H_0):

$$H_o : E \{e_i\} = 0, ou \quad (20a)$$

$$H_0 : E \{e_i\} = 0 \quad (20b)$$

Da mesma maneira que o teste descrito na seção 2.1.2.1, este também, segue a distribuição de F de Snedecor $F(1, r)$ e $F(u_i, r)$, para as estatísticas y_i e y_e , respectivamente. Deste modo, considerando-se um nível de confiança de $(1-\alpha)$, a hipótese básica deverá ser rejeitada se:

$$y_i > F_{1-\alpha}(1, r), ou \quad (21)$$

$$y_e > F_{1-\alpha}(u_i, r) \quad (22)$$

Neste caso, os parâmetros testados são considerados significantes. No caso de detecção de parâmetros insignificantes, estes são retirados da função deslocamento e , uma nova função é re-estimada e reavaliada. Este processo continua até que os todos os parâmetros envolvidos são estatisticamente significantes.

2.2 Parâmetros Básicos de Deformação

Os parâmetros básicos de deformação são calculados a partir da função deslocamento $[u(x, y, z, t - t_0), v(x, y, z, t - t_0), w(x, y, z, t - t_0)]$. Como mencionado anteriormente, a deformação de um corpo é suficientemente descrita em três dimensões se 9 parâmetros de deformação, 6 componentes de tensão e 3 de rotação diferencial, podem ser determinados em cada ponto. Pode-se organizar os elementos básicos das expressões dos parâmetros de deformação em forma da matriz E, o qual é chamada de tensor de deformação não-translacional (de Segunda Ordem) (Vanicek e Krakiwsky, 1986; Santos, 1999):

$$E = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (23)$$

A deformação pode ser decomposta analiticamente usando-se de uma propriedade dos tensores de segunda ordem que diz que todo tensor de segunda ordem pode ser decomposto na soma de outros dois tensores, sendo um simétrico e outro anti-simétrico (Vanicek e Krakiwsky, 1986). Para o caso tridimensional, têm-se:

$$E = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ & & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) & 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

ou de forma mais compacta:

$$E = \varepsilon + \omega \quad (25)$$

A matriz ε é chamada de tensor de deformação simétrica e responde pelo cisalhamento puro (deformação pura), ao passo que ω é o tensor de deformação anti-simétrica, representando analiticamente o ângulo de cisalhamento (rotação do corpo).

O nove parâmetros que descrevem a deformação de um corpo em três dimensões são três tensões normal $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$, três tensões de cisalhamento $(\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz})$ e três rotações diferenciais $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ em torno dos eixos X, Y e Z, respectivamente. A Figura 1 apresenta estes parâmetros em um corpo que sofreu deformação. Nesta figura, o corpo original (antes da deformação) está representado por linhas pretas e o corpo em seu estado deformado por linhas vermelhas.

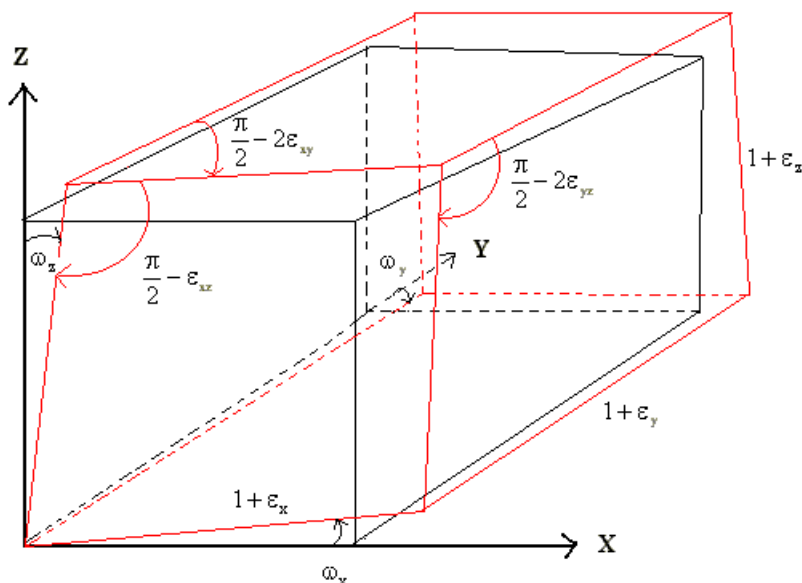


Figura 1 : Interpretação Geométrica dos Parâmetros de Deformação. (Fonte: O Autor).

Os elementos das expressões dos parâmetros de deformação estão dispostos na matriz E (equação 23). Deste modo, as expressões da tensão normal, na direção dos eixos X, Y e Z, são respectivamente:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (26)$$

a tensão de cisalhamento fica expresso por:

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right); \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right); \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (27)$$

e as rotações diferenciais em torno dos eixos X, Y e Z são expressas, respectivamente por:

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right); \quad \omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right); \quad \omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (28)$$

Em adição a estes parâmetros, outros podem ser de interesse também, como por exemplo, tensão máxima (ε), dilatação (Δ), cisalhamento puro (r_1), cisalhamento simples (r_2) e cisalhamento total (r), os quais são calculados, respectivamente, por:

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2} \quad (29)$$

$$\Delta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (30)$$

$$r_1 = \varepsilon_x - \varepsilon_y \quad (31)$$

$$r_2 = 2\varepsilon_{xy} \quad (32)$$

$$r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2} \quad (33)$$

3 Resultados Numéricos

Com o objetivo de aplicar a teoria descrita neste trabalho, analisar-se-á duas épocas de observações GPS (Global Positioning System) realizadas sobre a rede geodésica GPS/COPEL (Companhia Paranaense de Energia Elétrica). As estações relativas foram posicionadas em função da estação PARA (pertencente a RBMC), por isso, utilizou-se os vetores de posição de cada estação relativa, como sendo suas coordenadas. Na Tabela 1 podem ser vistos as coordenadas cartesianas tridimensionais de 5 estações pertencentes a esta rede, bem como, os deslocamentos estimados (Teixeira, 2001), com seus respectivos desvios padrão.

Tabela 1 : Coordenadas Cartesianas Tridimensionais, Deslocamentos e seus Respectivos Desvios Padrão

EST.	COORDENADAS (m)	DESLOCAMENTOS (m)	DESVIOS PADRÃO (m)	
CRSJ	X	326,17660	-0,02773	0,01271
	Y	5.744,51796	0,00943	0,01367
	Z	-8620,03810	0,01487	0,01025
CRCN	X	4.205,33381	0,14007	0,02269
	Y	161,09131	-0,1445	0,02267
	Z	5.516,28993	-0,08623	0,02225
TMA	X	2.773,47124	0,00948	0,00725
	Y	1.427,95118	-0,02979	0,00759
	Z	1.631,16987	-0,03033	0,00553
PHO	X	-6.419,98167	0,05849	0,00763
	Y	86,79237	-0,09193	0,00801
	Z	-8.924,14413	-0,07659	0,00591

BTA	X	-21.788,67085	0,14251	0,08821
	Y	-20.913,20619	-0,06990	0,08886
	Z	3.451,02111	-0,08261	0,08802

FONTE: Teixeira, 2001

Neste trabalho, a função deslocamento será representada pelo polinômio geral descrito na equação (2.3), desenvolvido até o 1º grau, com 4 coeficientes. Na referida rede, têm-se 5 observações (n=5) e, no caso de um polinômio de 2º grau têm-se 9 coeficientes (m=9). Para o ajustamento, teria-se então, $r_e=5-9=-4$ graus de liberdade, o que impossibilitaria o ajustamento. No entanto, para um polinômio de 1º grau, têm-se $r_e=5-4=1$ grau de liberdade, o que explica a utilização deste polinômio, que segue, para o deslocamento da componente u (direção x) por exemplo, o modelo:

$$u(x; y; z; t - t_0) = a_0 + a_1x + a_2xy + a_3xyz \quad (34)$$

Utilizando-se os dados contidos na Tabela 1, e aplicando-os na teoria descrita na seção 2.1.1, obteve-se, respectivamente, os coeficientes da função deslocamento (em suas componentes u, v e w) e seus desvios padrão, bem como, o fator de variância a posteriori σ^2_0 . Estes valores podem ser vistos na Tabela 2.

Tabela 2 : Coeficientes Estimados dos Polinômios em suas Componentes U, V E W , e seus Respectivos Desvios Padrão e Fator de Variância v Posteriori

COMPONENTE u		COMPONENTE v		COMPONENTE w	
Coeficiente a_i	σ	Coeficiente b_i	σ	Coeficiente c_i	σ
$a_0 = 1,384260E-2$	0,0073	$b_0 = 1,00654E-2$	0,00777	$c_0 = -1,87293E-2$	5,99E-3
$a_1 = -5,667369E-6$	1,30E-6	$b_1 = -1,22618E-5$	1,37E-6	$c_1 = 7,79317E-6$	1,05E-6
$a_2 = 3,608374E-9$	1,83E-9	$b_2 = 7,48660E-9$	1,95E-9	$c_2 = -6,23874E-9$	1,48E-9
$a_3 = 1,05245E-12$	5,4E-13	$b_3 = 2,3817E-12$	5,7E-13	$c_3 = -1,8817E-12$	4,3E-13

Desta maneira, realizou-se três ajustamentos para a obtenção dos coeficientes de cada uma das três componentes. É importante ressaltar também, que os coeficientes não possuem unidade de medida, são adimensionais.

3.1 Estatística Aplicada à Função Deslocamento

Com o objetivo de verificar a qualidade dos parâmetros de deformações ajustados, aplicou-se os testes estatísticos descritos na seção 2.1.2. Como mencionado anteriormente, esta etapa será dividida em duas fases:

- Teste global para verificar a qualidade do modelo ajustado (parâmetros de deformação (coeficientes da Tabela 2)); e
- Teste da significância dos parâmetros de deformações individuais.

3.1.2 Análise da Qualidade do Modelo Ajustado

Aplicando-se a teoria do teste estatístico, conforme descrito na seção 2.1.2.1, foram analisados a qualidade dos parâmetros ajustados em suas direções u, v e w, a um nível de confiança $(1-\alpha)$ de 95%. O fator de variância dos pesos e os graus de liberdade associados aos ajustamentos das observações feitas em diferentes épocas, são: $e = r = 30$, respectivamente. Na Tabela 3 observa-se as estatísticas que indicam a qualidade dos ajustamentos.

Tabela 3 : Teste da Qualidade dos Parâmetros Ajustados

COMPONENTES	ESTATÍSTICA CALCULADA	$F_{95\%}(1,30) = 4,17$
	W_e	$W_e \leq 4,17$
u	60,37	Não Aceita
v	40,95	Não Aceita
w	22,78	Não Aceita

Por meio deste teste, verifica-se que nenhum dos três ajustamentos obteve qualidade satisfatória. No entanto, realizar-se-á o teste de significância dos parâmetros de deformações individuais, para verificar a qualidade de cada um dos parâmetros estimados.

3.1.3 Teste de Significância dos Parâmetros de Deformações Individuais

Seguindo a teoria do teste descrita na seção 2.1.2.2 analisou-se a significância de cada um dos parâmetros de deformações individuais a um nível de confiança $(1-\alpha)$ de 95%. Estes valores podem ser vistos na Tabela 4.

Tabela 4 : Teste de Significância dos Parâmetros de Deformações Individuais

COMP. u		COMP. v		COMP. w		ACEITAÇÃO DAS OBS.	
Coef.	y_i	Coef.	y_i	Coef.	y_i	$Y_i > F_{95\%}(1,30) = 4,17$	
a_0	4,55	b_0	2,12	c_0	12,36	Aceita	Não Aceita
a1	24,07	b1	101,27	c1	69,64	Aceita	Aceita
a2	4,92	b2	18,63	c2	22,46	Aceita	Aceita
a3	4,64	b3	22,07	c3	24,10	Aceita	Aceita

Como pode ser visto na Tabela 4 todos os parâmetros estimados foram aceitos como significantes, com exceção do parâmetro b_0

(representado em cor vermelha na referida Tabela), os quais serão compostos na função deslocamento (equação 34). No entanto, para a componente v, retirar-se-á o parâmetro b_0 para a realização de um reajustamento, e em seguida proceder-se-á aos testes estatísticos, realizados anteriormente, com os novos parâmetros estimados. Os valores dos novos coeficientes estimados da função deslocamento com seus respectivos desvios padrão, podem ser vistos na Tabela 5.

Tabela 5 : Valores dos Coeficientes da Componente v obtidos por meio de Reajustamento e seus respectivos Desvios Padrão

Componente v	
Coeficientes b_i	Desvios Padrão (σ)
$b_1 = 1,078822E-5$	1,1460E-6
$b_2 = -1,074623E-8$	1,2870E-9
$b_3 = -3,21751E-12$	3,7730E-13

A estatística da qualidade dos parâmetros de deformação reajustados e de significância dos parâmetros individuais podem ser vistos na Tabela 6.

Tabela 6 : Estatística Aplicada à Função Deslocamento

QUALIDADE DO REAJUSTAMENTO		TESTE DE SIGNIFICÂNCIA	
W_e	$F_{95\%}(2,30)=3,32$ $W_e \leq 3,32$	Coeficientes	$Y_i > F_{95\%}(1,30)= 4,17$
79,52	Não Aceita	$b_1 = 112,04$	Aceita
	$\sigma_e^2=62,90$	$b_2 = 88,14$	Aceita
		$b_3 = 91,94$	Aceita

Como pode ser visto na Tabela 6, a qualidade do reajustamento não mostrou-se satisfatória, no entanto, todos os coeficientes foram aceitos como significantes, os quais serão integrados na função deslocamento $[v(x;y;z;t-t_0)]$. Deste modo, a função deslocamento com relação as componentes u, v e w, respectivamente, são:

$$u(x, y, z, t - t_0) = 1,3842603 \cdot 10^{-2} - 5,6673694 \cdot 10^{-6}(X) + 3,60837449 \cdot 10^{-9}(XY) + 1,0524488 \cdot 10^{-12}(XYZ) \quad (35)$$

$$v(x, y, z, t - t_0) = 1,078822 \cdot 10^{-5}(X) - 1,074623 \cdot 10^{-8}(XY) - 3,217511 \cdot 10^{-12}XYZ \quad (36)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 1,0524488 \cdot 10^{-12}(XY) \quad (37)$$

3.2 Determinação dos Parâmetros de Deformação

Como mencionado anteriormente, pode-se organizar os elementos básicos das expressões dos parâmetros em forma da matriz E (equação 23). Desta maneira, aplicando-se as equações 35, 36 e 37 na equação 23, obtêm-se os elementos da matriz E, os quais são:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 1,078822 \cdot 10^{-5} - 1,074623 \cdot 10^{-8}(Y) - 3,21751 \cdot 10^{-12}(YZ) \quad (38)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = -1,074623 \cdot 10^{-8}(X) - 3,21751 \cdot 10^{-12}(XZ) \quad (39)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 1,0524488 \cdot 10^{-12}(XY) \quad (40)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 1,078822 \cdot 10^{-5} - 1,074623 \cdot 10^{-8}(Y) - 3,21751 \cdot 10^{-12}(YZ) \quad (41)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = -1,074623 \cdot 10^{-8}(X) - 3,21751 \cdot 10^{-12}(XZ) \quad (42)$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -3,21751 \cdot 10^{-12}(XY) \quad (43)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 7,793173 \cdot 10^{-6} - 6,238741 \cdot 10^{-9}(Y) - 1,881664 \cdot 10^{-12}(YZ) \quad (44)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = -6,238741 \cdot 10^{-9}(X) - 1,881664 \cdot 10^{-12}(XZ) \quad (45)$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -1,881664 \cdot 10^{-12}(XY) \quad (46)$$

Por meio destes elementos pode-se calcular os parâmetros básicos de deformação (equações 26 a 33) de cada uma das estações envolvidas no monitoramento, bem como de pontos interpolados.

4 Considerações Finais

A utilização dos conceitos de Resistência dos Materiais, juntamente com a teoria de Ajustamento pelo M.M.Q., foram eficazes na determinação dos elementos básicos das expressões dos parâmetros de deformações, bem como, na determinação da função deslocamento. No entanto, a utilização de testes estatísticos foi de primordial importância no processo de aceite destes valores.

A reprovação dos três ajustamentos realizados, em suas componentes u, v e w, respectivamente, no teste da qualidade dos parâmetros ajustados (teste global), indicam a má qualidade das observações originais, mesmo com a aprovação de aproximadamente 92% dos coeficientes da função deslocamento (parâmetros de deformação) no teste de significância dos parâmetros de deformações individuais.

No entanto, a aplicação da teoria, descrita neste trabalho, em sistemas de monitoramento de alta precisão, propicia um melhor entendimento dos mecanismos de deformações, permitindo então, prevenir catástrofes e indicar medidas mitigatórias.

5 Referências Bibliográficas

CHEN, Y. Q.: *Analysis of Deformation Surveys, a Generalized Method.* Department of Surveying Engineering Technical Report, n.º 94, University of New Brunswick, Fredericton, N.B., Canada, 1983.

CHRZANOWSKI, A; CHEN, Y.; SECORD, J. M.; ROMERO, P.: *Integration of Geodetic and Geotechnical Deformation Surveys in the Geosciences.* *Tectonophysics*, v. 130 / 1986, n. 1-4, p. 369-383.

KUANG, S.: *Geodetic Network Analysis and Optimal Design: concepts and applications.* Chelsea: Ann Arbor Press, 1996.

SANTOS, M. C.: *Estabilidade das Estruturas Geodésicas*, Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, PR, 74p., 1999.

SECORD, J.: *Implementation of a Generalized Method*, Department of Surveying Engineering Technical Report N. 117, University Of New Brunswick, N.B., Canada, 221 p., 1985.

TEIXEIRA, N. N.: *Detecção e Análise de Deslocamento Vertical Utilizando o Sistema NAVSTAR-GPS.* Dissertação de Mestrado, curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 114 p., 2001.

VANICEK, P.; KRAKIWSKY, E. J.: *Geodesy: The Concepts.* Second edition. North – Holland Publishing Company, 1986.