

Comparação entre a superfície plana (AX+BY+C) e o modelo baseado em polinômios ortogonais como definição de uma superfície de referência geoidal local – Caso Sertão de Pernambuco

Prof. MSc. Carlos A. Pessoa de M. Galdino ¹

Prof. MSc. Marconi Antão dos Santos ²

Prof. José Jorge de Seixas ³

Prof. Ernesto Gurgel ⁴

Prof. José de França ⁵

1,3,4,5 UFPE - Departamento de Engenharia Cartográfica - DeCART
Av. Acadêmico Hélio Ramos s/n, Cidade Universitária – Tel. 0 xx 81 271-8235
51010-250 Recife PE

¹ ✉ galdino@npd.ufpe.br

² Centro Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco – UNED Petrolina
BR –407 Km 08 – Jardim São Paulo – Tel. 0 xx 81 862-2330
56314-520 Petrolina PE

✉ marconi@cefetpet.br

Conteúdo

- 1 Dados Iniciais
- 2 Modelagem do Plano Inclinado (AX+BY+C)
- 3 Modelagem do Polinômio Ortogonal
- 4 Conclusão
- 5 Bibliografia

Resumo : Na busca por um melhor modelo matemático que represente de forma mais precisa o comportamento do geóide empregou-se numa área de estudo na região do sertão de Pernambuco, envolvendo uma área aproximada de 19000 km² e 600Km de perímetro, os modelos de um plano inclinado (AX+BY+C) e o modelo de polinômio ortogonal, comparando-se os resultados para verificar o que melhor se adequa a região em estudo.

Palavras chave : Geóide, modelos matemáticos, levantamentos

Abstract : This paper treats a searching for a better mathematical model that represents more precisely the local geoid behavior. It was accomplished an analytical study between two models in the area of Pernambuco state northeast of Brazil, enlarging 19000 km² with a perimeter of 600Km. The first one was an inclined plane (AX+BY+C) and the second based in orthogonal polynomials.

1 Dados Iniciais

Os dados empregados na elaboração dos modelos pesquisados de uma superfície geoidal foram frutos de duas pesquisas de dissertação de mestrado, correspondem a de uma área compreendida entre os paralelos 07°30'S e 09°30'S e entre os meridianos 39°30'W e 41°30'W aproximadamente, e distando cerca de 700Km do litoral de Pernambuco.

Por tratar-se de uma aplicação geodésica, as limitações dos equipamentos rastreadores utilizados exigiam, no emprego das observações GPS, o conceito de cálculo concernente a apenas às observações por fase das portadoras L1 e L2 nas suas diversas combinações lineares, que podem conduzir a resultados de precisão centimétrica.

Foi selecionado um conjunto de pontos distribuídos na área conforme Fig. 02 e seus respectivos desvios-padrão na Fig.03.



Fig. 1 : localização da área

	-8° 02' 16,26"	0,05		-7° 57' 22,14"	0,05
593F	-41° 00' 15,72"	0,16	802C	-39° 54' 13,41"	0,17
	363,25m	0,10		403,12m	0,10
	-7° 50' 47,81"	0,05		-8° 05' 07,49°	0,05
593V	-40° 51' 56,33"	0,16	802U	-39° 36' 12,70°	0,17
	433,35m	0,10		378,49m	0,10
	-07° 43' 42,56"	0,05		-09° 24' 03,21"	0,00
594D	-40° 52' 53,92"	0,16	PTU	-40° 30' 21,51"	0,00
	414,20m	0,10		354,21m	0,00
	07° 35' 37,51"	0,05			
594M	-40° 47' 19,90"	0,16			
	467,30m	0,10			

2 Modelagem do Plano Inclinado (AX+BY+C)

A ondulação do geóide N pode ser escrita da seguinte forma:

$$N = AX + BY + C$$

(1)

em que: N – valores observados da ondulação geoidal no local;
X e Y – coordenadas UTM leste e norte respectivamente;
A, B e C – parâmetros.

Considerando que os valores observados foram aqueles oriundos diretamente do rastreamento GPS e das cotas ortométricas dos pontos da rede de nivelamento de precisão. Assim:

$$N = H - h$$

onde a altura elipsoidal h é determinada por GPS e a cota ortométrica H extraída da rede de nivelamento geométrico de precisão para cada ponto rastreado que constituem os valores observados para determinação dos parâmetros definidores da superfície de referência utilizando a expressão (1), obteve-se os parâmetros desejados. A figura abaixo mostra os valores observados, seus resíduos bem como seus respectivos valores ajustados.

Fig. 03 : Valores observados, resíduos e valores ajustados – Modelo do Plano Inclinado

ESTAÇÃO	VALOR OBSERVADO(m)	RESÍDUO (m)	VALOR AJUSTADO (m)
335I	10,92	-0,25	10,67
336B	11,38	0,55	11,92
343F	12,78	0,25	13,02
343Q	13,80	0,02	13,82
344B	14,38	0,12	14,50
802U	15,11	-0,05	15,07
802C	14,78	0,02	14,80
801L	15,05	-0,41	14,64
800X	14,69	-0,15	14,54
594Z	14,83	-0,36	14,47
594M	13,70	0,24	13,95
594D	13,09	0,40	13,49
593V	13,16	0,11	13,27
593F	12,52	0,09	12,62
595D	12,13	-0,01	12,12

595Z	11,96	-0,31	11,65
596T	11,34	-0,05	11,29
21CS	11,39	-0,22	11,17

3 Modelagem do Polinômio Ortogonal

Considerando os polinômios ortogonais, tem-se:

$$V(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} r^n \sum_{m=0}^n [A_{nm} P_{nm}(\cos \theta) \cos(m\lambda) + B_{nm} P_{nm}(\cos \theta) \sin(m\lambda)]$$

para $n = 1$, vem:

$$V(r, \theta, \lambda) = A_{00} P_{00}(\cos \theta) + r [A_{10} P_{10}(\cos \theta) + A_{11} P_{11}(\cos \theta) \cos \lambda + B_{11} P_{11}(\cos \theta) \sin \lambda]$$

com:

$$\begin{aligned} P_{00}(\cos \theta) &= 1 \\ P_{10}(\cos \theta) &= \cos \theta \\ P_{11}(\cos \theta) &= \sin \theta \end{aligned}$$

obtem-se o modelo final:

$$V(r, \theta, \lambda) = A_{00} + r [A_{10} \cos \theta + A_{11} \sin \theta \cos \lambda + B_{11} \sin \theta \sin \lambda]$$

Fazendo com que a ondulação geoidal seja $N = V(r, \theta, \lambda)$, em que θ é a colatitude do ponto, λ a longitude e r a distância do ponto ao geocentro.

Após a formulação matemática foi aplicado o modelo de ajustamento paramétrico linear, obtendo os resultados apresentados na Fig.04.

Fig. 04 : Valores observados, resíduos e valores ajustados – Modelo do Polinômio Ortogonal

ESTAÇÃO	VALOR OBSERVADO(m)	RESÍDUO (m)	VALOR AJUSTADO (m)
335I	-12.78	-.28	-13.06
336B	-12.79	.55	-12.24
343F	-11.81	.26	-11.55
343Q	-11.09	.04	-11.05
344B	-10.77	.12	-10.64
802U	-10.25	-.07	-10.32
802C	-10.48	.01	-10.46
801L	-10.15	-.40	-10.55
800X	-10.47	-.14	-10.61
594Z	-10.31	-.36	-10.66
594M	-11.23	.22	-11.01
594D	-11.67	.38	-11.28
593V	-11.51	.11	-11.41
593F	-11.91	.10	-11.82
595D	-12.12	-.01	-12.12
595Z	-12.11	-.29	-12.40
596T	-12.59	-.04	-12.62

As superfícies determinadas em (2) e (3) foram submetidas a críticas analíticas. Comparou-se valores das cotas ortométricas determinadas através das interpolações das ondulações geoidais de pontos pertinentes àquelas superfícies, subtraídas das respectivas alturas elipsoidais determinadas por GPS ($H = h - N_{total}$) com as correspondentes cotas ortométricas dos mesmos pontos dessa rede de nivelamento geométrico de precisão do IBGE, que foram ocupados por GPS.

Os resultados obtidos foram tratados estatisticamente, encontrando-se para uma observação isolada, para cada modelo, os seguintes desvios-padrão:

H obtido com a ondulação calculada pelo modelo do plano inclinado:

$$\sigma = \pm 0.267\text{m}$$

H obtido com a ondulação calculada pelo modelo do polinômio ortogonal:

$$\sigma = \pm 0.265\text{m}$$

4 Conclusão

A precariedade da rede de nivelamento geométrico de precisão do IBGE, em virtude da degradação física da maioria dos seus pontos e sua má distribuição espacial ao longo de rodovias e, como também, o modelo geoidal brasileiro não satisfazer às condições desejadas para implantação de grandes projetos de engenharia, os métodos de determinação da cota ortométrica estudados expostos neste trabalho com precisão obtida da ordem de 25cm em valor absoluto, é considerado satisfatório, e se equivalem para a abrangência da região considerada. Sendo assim, pode-se eleger qualquer um dos modelos estudados, pois a praticidade é a mesma.

Vale ressaltar a praticidade dos métodos expostos, que através de uma simples operação aritmética permite obter a altitude de qualquer ponto situado na área estudo. Bastando para isso, determinar as coordenadas geodésicas via GPS e interpolar a ondulação geoidal a cada ponto considerado.

5 Bibliografia

Blitzkow, D., Simões, E.F.J., Cintra, J.P. et al. Mapa Geoidal do Brasil - 1992 (versão preliminar), 1993

Galdino, C.A. P. M., Determinação de Desníveis por GPS para Aplicações em Engenharia através da Definição dos Parâmetros de um Geóide Local. Tese de Mestrado - Universidade Federal do Paraná, 1996.

Gemael, C., Introdução à Geodésia Física, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Curitiba-PR, 1981

Gemael, C., Introdução ao Ajustamento de Observações e Aplicações Geodésicas. 1 ed., Curitiba: Editora da UFPR, 1994

Santos, Marconi Antão dos, Comparação Entre o Modelo de Conrady-Brown e Ortogonal para Calibração de Câmaras Semi-Métricas. Tese de Mestrado - Universidade Federal do Paraná, 1996.

Seeber, G., The Global Positioning System. In: Satellite Geodesy (Foundations, Methods and Applications), Berlin - Deutschland, 1993

TRIMBLE PLUS, GPS Survey, Software User's Manual and Technical Reference Guide, 1991

Wübbena, G. - The GPS Adjustment Software Package , GEONAP - Concepts and Methods, In: Fifth International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Las Cruces - Mexico, 1989.