

## Qualidade métrica da área superficial de parcelas territoriais

### **Artur Caldas Brandão**

Engenheiro Agrimensor - Docente  
Universidade Federal da Bahia – Escola Politécnica  
Laboratório de Geomensura (LABGEO)  
Mestrado em Engenharia Ambiental Urbana (MEAU / UFBA)  
e-mail: [acaldas@ufba.br](mailto:acaldas@ufba.br)

### **Luiz Carlos A de A Fontes**

Engenheiro Civil - Docente  
Universidade Federal da Bahia – Escola Politécnica  
Laboratório de Geomensura (LABGEO)  
Universidade do Estado da Bahia (UNEB) – Centro de Tecnologia  
e-mail: [lfontes@atarde.com.br](mailto:lfontes@atarde.com.br)

### **Abel Vicente Filho**

Engenheiro Agrimensor  
Universidade Federal da Bahia – Escola Politécnica  
Mestrando em Engenharia Ambiental Urbana (MEAU / UFBA)  
e-mail: [agrimensura@speedzone.com.br](mailto:agrimensura@speedzone.com.br)

### **Dr.-Ing. Jürgen Philips**

Professor de Ciências Geodésicas  
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC - ECV  
Pós-Graduação em Cadastro Técnico Multifinalitário  
e-mail: [jphilips@gmx.net](mailto:jphilips@gmx.net)

**Resumo:** Este trabalho aponta a necessidade de se determinar a qualidade métrica da área superficial de parcelas territoriais como forma de aperfeiçoar a medição cadastral de imóveis, e atender a exigência do Decreto 4.449 / 2002 que regulamentou a Lei 10.267 / 2001. Para tanto, foi desenvolvido pelo Laboratório de Geomensura da Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia um aplicativo para o cálculo da área e do erro médio quadrático da área em linguagem de programação C++.

**Palavras chaves:** cadastro de parcelas territoriais, área de parcela territorial, qualidade métrica da medição cadastral.

**Abstract:** This work aims the need to determine the metric quality of the superficial area of territorial parcels as form of improving the cadastral mensuration, and to assist the demand of the *Decreto 4.449 / 2002* that regulated the *Law 10.267 / 2001* in Brazil. For this, it was developed by the “*Laboratório de Geomensura da Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia*” an application for the calculation of the area and of the mean square error of the area in programming language C++.

**Keywords:** cadastre, area of territorial parcels, metric quality of survey cadastral.

## 1 Introdução

O sistema cadastral brasileiro experimenta, nas áreas rurais, um grande avanço no seu aperfeiçoamento geodésico e jurídico após a efetiva implementação da Lei 10.267 / 2001, ocorrida no final do ano de 2003 com a publicação da “Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais” INCRA (2003). No aspecto geodésico esse avanço pode ser traduzido pelo estabelecimento do Cadastro Nacional de Imóveis Rurais (CNIR) com exigência da determinação das coordenadas dos pontos que definem os limites dos imóveis, bem como de suas respectivas precisões posicionais, cujos valores devem ser melhores que +/- 0,50m.

Por outro lado, conforme discutido por Brandão (2003), a caracterização geodésica de uma parcela territorial não se restringe somente às precisões posicionais, sendo necessário também a determinação da qualidade métrica dos demais elementos que caracterizam geometricamente a parcela - distâncias dos alinhamentos limites, azimutes de alinhamentos limites, ângulos entre alinhamentos limites, área da parcela. No que se refere especificamente à área do imóvel, objeto de estudo deste trabalho, fica evidente a necessidade da determinação da correspondente qualidade métrica, conforme o § 4º do Art. 9º do Decreto 4.449/2002:

*§ 4º Visando a finalidade do § 3º, e desde que mantida a descrição das divisas do imóvel e os direitos de terceiros confrontantes, não serão opostas ao memorial georreferenciado as discrepâncias de área que não excederem os limites preceituados na legislação vigente.*

Portanto, numa medição cadastral a determinação da qualidade métrica da área por meio de um indicador estatístico é importante para atender à exigência legal do Decreto 4.449/2002. Ou seja, à luz da legislação vigente, a qualidade métrica da área possibilita a verificação do erro máximo admissível de um vigésimo ou de 5% na determinação da área de um imóvel, conforme estabelecido no Código Civil Brasileiro - Lei 10.406, de 10/01/2002. Importante salientar que não se tem garantia dessa verificação somente com a determinação das coordenadas dos pontos que definem os limites dos imóveis com precisões posicionais melhores que +/- 0,50m. Isso por que a qualidade métrica da área depende não somente da precisão posicional dos pontos de limites, mas também da extensão do imóvel e de sua forma geométrica.

Num sistema cadastral onde são determinadas as coordenadas dos pontos que definem os limites de parcelas territoriais, o cálculo da área superficial é obtido pela fórmula de Gauss conforme apresentado no item 5. Na pesquisa de Brandão (2003), foi proposto um aperfeiçoamento técnico no cálculo de áreas das parcelas territoriais, determinando-se um indicador estatístico da sua qualidade métrica, conforme discutido no item 6. Neste trabalho foi desenvolvido um aplicativo para o cálculo da área e do seu respectivo erro médio quadrático, conforme mostrado no item 7.

## 2 Área da parcela territorial e a Lei 10.267 / 2001

No sistema cadastral brasileiro, o valor da área superficial do imóvel é um dos elementos mais importantes, sendo objeto inclusive de registro legal específico. De acordo com o Art. 176 da Lei de Registros Públicos – Lei 6.015 / 1973, com nova redação dada pela Lei 10.267 / 2001, a identificação do imóvel para fins de registro

*... será feita com indicação:*

*a - se rural, do código do imóvel, dos dados constantes do CCIR, da denominação e de suas características, confrontações, localização e área;*  
*b - se urbano, de suas características e confrontações, localização, área, logradouro, número e de sua designação cadastral, se houver.*

Acontece que a própria Lei 10.267 / 2001 estabelece também que a identificação dos imóveis rurais seja feita a partir das coordenadas dos pontos que definem os limites do imóvel. Como existe uma dependência direta, definida matematicamente entre o cálculo da área superficial (S) de uma parcela territorial e as coordenadas  $(X_i, Y_i), i = 1, \dots, n$  dos pontos que definem seus limites que é dada pela expressão mostrada no item 5, então a área registrada deve ser exclusivamente aquela obtida da referida expressão. Caso contrário, os dados do registro serão inconsistentes.

### 3 Indicadores da precisão posicional

No processo de medição, a precisão posicional dos pontos de um levantamento é obtida a partir da matriz variância co-variância (MVC) dos parâmetros ajustados  $\Sigma_{X_a}$  considerando uma determinada probabilidade ou nível de confiabilidade. A MVC dos parâmetros ajustados  $\Sigma_{X_a}$  consiste numa matriz do tipo:

$$\Sigma_{X_a} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1}^2 & \sigma_{X_1Y_1} & \sigma_{X_1X_2} & \sigma_{X_1Y_2} & \cdots & \sigma_{X_1X_n} & \sigma_{X_1Y_n} \\ \sigma_{X_1Y_1} & \sigma_{Y_1}^2 & \sigma_{Y_1X_2} & \sigma_{Y_1Y_2} & \cdots & \sigma_{Y_1X_n} & \sigma_{Y_1Y_n} \\ \sigma_{X_1X_2} & \sigma_{Y_1X_2} & \sigma_{X_2}^2 & \sigma_{X_2Y_2} & \cdots & \sigma_{X_2X_n} & \sigma_{X_2Y_n} \\ \sigma_{X_1Y_2} & \sigma_{Y_1Y_2} & \sigma_{X_2Y_2} & \sigma_{Y_2}^2 & \cdots & \sigma_{Y_2X_n} & \sigma_{Y_2Y_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{X_1X_n} & \sigma_{Y_1X_n} & \sigma_{X_2X_n} & \sigma_{Y_2X_n} & \cdots & \sigma_{X_n}^2 & \sigma_{X_nY_n} \\ \sigma_{X_1Y_n} & \sigma_{Y_1Y_n} & \sigma_{X_2Y_n} & \sigma_{Y_2Y_n} & \cdots & \sigma_{X_nY_n} & \sigma_{Y_n}^2 \end{bmatrix}$$

onde,

$\sigma_{x_i}^2$  : variância da coordenada x de um ponto i.

$\sigma_{y_i}^2$  : variância da coordenada y de um ponto i.

$\sigma_{x_iy_i}$ ,  $\sigma_{x_jy_j}$ ,  $\sigma_{x_iy_j}$ ,  $\sigma_{x_jy_i}$ ,  $\sigma_{x_ix_j}$ ,  $\sigma_{y_iy_j}$  : covariâncias

A variância de um valor de coordenada ou de uma observação é uma medida estatística da confiabilidade desse valor. A covariância é uma medida de dependência estatística entre dois valores. No âmbito da geodésia, a covariância pode estar relacionada a duas observações ou a um par de valores de coordenadas (X e/ou Y) pertencentes a um ou dois pontos. A covariância é nula quando as componentes relacionadas são estatisticamente independentes, sem que a recíproca seja necessariamente verdadeira. Quando a covariância for igual a 1, significa correlação perfeita. Normalmente, em um ajustamento de um levantamento usando o mesmo conjunto de observações, as componentes estão correlacionadas.

A precisão de uma observação ou de uma coordenada, pode ser indicada: pela sua variância  $\sigma^2$ , pelo seu desvio-padrão  $\sigma = +\sqrt{\sigma^2}$ , ou em termos mais geodésicos pelo **erro médio quadrático** (mean square error)  $m = \sqrt{\sigma^2}$  com o duplo sinal.

Demonstra-se com base na função de distribuição de probabilidade da curva normal, que o erro médio quadrático representa uma probabilidade (nível de confiabilidade) de 68,3% de que a diferença entre o valor considerado, observado ou ajustado, e seu valor estimado como verdadeiro se encontra no intervalo compreendido entre  $+\sigma$  e  $-\sigma$ . Para aumentar o nível de confiabilidade para 95% ou 99%, usuais em geodésia, deve-se multiplicar o erro médio quadrático ( $m$ ) por 1,96 ou 2,58 respectivamente.

O erro médio quadrático ( $m$ ) de uma coordenada X ou Y de um ponto descreve a precisão posicional do ponto com respeito somente às direções dos eixos X e Y do sistema de referência. Geralmente deseja-se conhecer o erro médio quadrático máximos e mínimos e suas direções, que podem ser calculadas a partir de **elipses de confiança** (Gemael, 1994).

### 4 Qualidade métrica das linhas de limites de parcelas

Além dos indicadores de precisão posicional apresentados no item 3, a matriz variância co-variância (MVC) dos parâmetros ajustados ( $\Sigma_{X_a}$ ) possibilita também o cálculo dos indicadores de precisão relacionadas a quantidades derivadas das coordenadas ajustadas de um levantamento, conforme discutido em Brandão (2003). O indicador estatístico da qualidade métrica de uma quantidade derivada das coordenadas

ajustadas é o erro médio quadrático ( $m_e$ ), obtido da propagação dos erros decorrentes da precisão posicional dos pontos que definem os limites de parcelas e da configuração geométrica dos pontos considerados.

Com isso, pode-se determinar o erro médio quadrático correspondente à distância entre dois pontos, ao azimute de um alinhamento, à direção qualquer entre dois pontos, ao ângulo entre três pontos, e à área da parcela. Verifica-se, no entanto que a “Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais” INCRA (2003) não reconhece a necessidade de se determinar tais quantidades na medição cadastral. A referida Norma recomenda, mas não exige o ajustamento das medições cadastrais. Ou seja, não se exige medições de controle. Assim, como recomendação deste trabalho, propõe-se que tais exigências sejam incorporadas nas medições cadastrais.

## 5 Cálculo da área superficial

O cálculo da área superficial ( $S$ ) de uma parcela territorial definida pelas coordenadas cartesianas  $(X_i, Y_i), i=1, \dots, n$  dos pontos de limites do polígono correspondente, é dada pela fórmula de Gauss:

$$S = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^n Y_i X_{i+1} - \sum_{i=1}^n X_i Y_{i+1} \right)$$

sendo  $n$  a quantidade de vértices do polígono e o vértice  $i+1=n$  coincidente com o vértice  $i=1$ .

## 6 Qualidade métrica da área superficial

O indicador estatístico da qualidade métrica da área superficial da parcela é o erro médio quadrático da área ( $m_s$ ), obtido da propagação dos erros decorrentes da precisão posicional dos pontos que definem os limites de parcelas e da configuração geométrica da parcela.

$$m_s = \sqrt{\Sigma_S}$$

onde,

$m_s$ : erro médio quadrático da área superficial da parcela territorial

$\Sigma_S$ : matriz variância da área que consiste num escalar.

O cálculo da matriz variância da área ( $\Sigma_S$ ) é realizado através da propagação das covariâncias das coordenadas dos pontos que definem os limites de parcela territorial (Gemael, 1994; Wolf, 1997):

$$\Sigma_S = A \Sigma_{X_a} A^T$$

onde,

$A$ : matriz das derivadas parciais da função área ( $S$ ) em relação aos parâmetros  $(X_i, Y_i), i=1, \dots, n$

$\Sigma_{X_a}$ : matriz variância covariância das coordenadas ajustadas

A matriz  $A$  é obtida por

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial S}{\partial X_1} & \frac{\partial S}{\partial Y_1} & \frac{\partial S}{\partial X_2} & \frac{\partial S}{\partial Y_2} & \dots & \frac{\partial S}{\partial X_n} & \frac{\partial S}{\partial Y_n} \end{bmatrix}$$

Sendo as derivadas parciais da função de área  $S$  em relação aos parâmetros  $(X_i, Y_i), i=1, \dots, n$ :

$$\frac{\partial S}{\partial X_i} = \frac{1}{2} (Y_{i-1} - Y_{i+1})$$

$$\frac{\partial S}{\partial Y_i} = \frac{1}{2}(X_{i+1} - X_{i-1})$$

A matriz variância covariância das coordenadas ajustadas ( $\Sigma_{X_a}$ ) é resultante do ajustamento da medição cadastral pelo método dos mínimos quadrados, e apresentada no item 3.

## 7 Aplicativo LABGEO/UFBA para cálculo de área e do respectivo erro médio quadrático

Para possibilitar a aplicação prática do cálculo da área de uma parcela territorial e do seu respectivo erro médio quadrático, foi desenvolvido pelos alunos da disciplina ENG212 Técnicas de Geomensura turma 2003.2 e aperfeiçoado pelo Laboratório de Geomensura Theodoro Sampaio (LABGEO) da Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia, um aplicativo em linguagem de programação C++. Cópia do aplicativo pode ser solicitada aos autores. A seguir lista-se o programa fonte correspondente.

```
#include <conio.h>
#include <stdio.h>
#include <math.h>
void main(void)
{
    int quant, i, q, j;
    float x[500], y[500], des[1000], s[50][50], s1[1000];
    float soma2, soma1;
    float areaa, fim;
    printf ("UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA \n");
    printf (" \n");
    printf ("ESCOLA POLITECNICA \n");
    printf ("\n");
    printf ("Laboratorio de Geomensura \n");
    printf ("\n");
    printf ("CALCULO DA AREA E DO RESPECTIVO ERRO MEDIO QUADRATICO \n");
    printf ("\n");
    printf ("Digite a quantidade de pontos: ");
    scanf ("%d", &quant);
    q=2*quant;
    i=2;
    while (i<=quant+1) {
        printf ("Ponto %d \n",i-1);
        printf ("Coordenada x: ");
        scanf ("%f", &x[i]);
        printf ("\n");
        printf ("Coordenada y: ");
        scanf ("%f", &y[i]);
        printf ("\n");
        i=i+1;
    }
    x[i]=x[2];
    y[i]=y[2];
    x[1]=x[i-1];
    y[1]=y[i-1];
    soma1=0;
    i=2;
    while (i<=quant+1) {
        soma1=soma1+(y[i]*x[i+1]);
        i++;
    }
    soma2=0;
    i=2;
    while (i<=quant+1) {
        soma2=soma2+(x[i]*y[i+1]);
        i++;
    }
}
```

```

areaa=(soma1-soma2)/2;
i=2;
j=1;
while (i<=quant+1) {
    des[j]=(y[i-1]-y[i+1])/2;
    i=i+1;
    j=j+2;
    {
i=2;
j=2;
while (i<=quant+1) {
    des[j]=(x[i+1]-x[i-1])/2;
    i=i+1;
    j=j+2;
    }
printf ("Dados da MVC - matriz variancia covariancia");
printf ("\n");
i=1;
while (i<=q) {
    j=1;
    while (j<=q) {
        printf ("Digite elemento (%d,%d) da matriz: ",i,j);
        scanf ("%f", &s[i][j]);
        printf ("\n");
        j=j+1;
    }
    i=i+1;
}
i=1;
while (i<=q) {
    j=1;
    while (j<=q) {
        s1[i]=s1[i]+(des[j]*s[j][i]);
        j=j+1;
    }
    i=i+1;
}
i=1;
while (i<=q) {
    fim=fim+(des[i]*s1[i]);
    i=i+1;
}
if (areaa<0) {
    areaa=areaa*(-1);
}
if (fim<0) {
    fim=fim*(-1);
}
fim=sqrt(fim);
printf ("\n");
printf ("Area do poligono: %f Desvio da area: %f",areaa,fim);
getchar();
}
}
}

```

## 8 Referências bibliograficas

**BRANDÃO, Artur Caldas** : *O Princípio da Vizinhança Geodésica no Levantamento Cadastral de Parcelas Territoriais*. Tese de Doutorado (no prelo). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2003.

**BRASIL** : *Lei 3071*, de 1º de janeiro de 1916. Instituí o Código Civil Brasileiro. Disponível em:

<[www.planalto.gov.br/CCIVIL/Leis/L3071.htm](http://www.planalto.gov.br/CCIVIL/Leis/L3071.htm)>. Acesso em: 26/03/2000.

**BRASIL** : *Lei 6015*, de 31 de dezembro de 1973. Dispõe sobre os Registros Públicos. Disponível em: <[www.senado.gov.br/legbra/brssorry2.html](http://www.senado.gov.br/legbra/brssorry2.html)>. Acesso em: 26/03/2000.

**BRASIL** : *Lei 10.267, de 28 de agosto de 2001*. Altera dispositivos das Leis nos 4.947, de 6 de abril de 1966, 5.868, de 12 de dezembro de 1972, 6.015, de 31 de dezembro de 1973, 6.739, de 5 de dezembro de 1979, 9.393, de 19 de dezembro de 1996, e dá outras providências.

**BRASIL** : *Decreto 4.449 de 30 de outubro de 2002*. Regulamenta a Lei 10.267 de 28/08/2001.

**CARNEIRO, Andrea Flávia Tenório** : *Cadastro Imobiliário e Registro de Imóveis*. SAFEeditor. Coleção IRIB em Debate. Porto Alegre, 2003.

**GEMAEL, Camil** : *Introdução ao Ajustamento de Observações – Aplicações Geodésicas*. Editora UFPR. Curitiba, 1994. 319p.

**INCRA** : *Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais*. 1ª Ed. Ministério do Desenvolvimento Agrário – Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária. Nov, 2003.

**PHILIPS, Jürgen** : *Fé Pública para as Coordenadas do Cadastro de Bens Imobiliários!*. IX Congresso Nacional de Engenharia de Agrimensura e Congresso Brasileiro de Cartografia. Anais. Porto Alegre, 2001.

**WOLF, Paul R., GHILANI, Charles D.** : *Adjustment Computations – Statistics and Least Squares in Surveying and GIS*. John Wiley & Sons. 1997