

## Posicionamento GPS para Apoio de Poligonais Topográficas: Análise do Erro de Fechamento

Paulo de Oliveira Camargo  
João Francisco Galera Monico  
Mauro Issamu Ishikawa  
Otávio Yassuo Itame

UNESP - Universidade Estadual Paulista  
Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Departamento de Cartografia  
Rua Roberto Simonsen, 305 - Caixa Postal 957  
Fone: (018) 221 5388 - R. 468 - Fax (018) 223 2227  
19060-900 Presidente Prudente SP  
✉ paulo@prudente.unesp.br

<b>Conteúdo</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Introdução</li> <li>2. Rede GPS e Geometria das Poligonais</li> <li>3. Tolerância para o Fechamento Angular e Linear de Poligonais</li> <li>4. Experimentos e Resultados             <ol style="list-style-type: none"> <li>4.1 Teste com a Poligonal Tipo 1</li> <li>4.2 Teste com a Poligonal Tipo 2</li> <li>4.3 Teste com a Poligonal Tipo 3</li> <li>4.4 Análise dos Resultados Obtidos</li> </ol> </li> <li>5. Considerações, Conclusões e Recomendações</li> <li>6. Referências Bibliográficas</li> </ol>
-----------------	--

**Resumo:** Um dos principais problemas encontrados no cálculo de poligonais topográficas, apoiadas em pontos determinados por GPS, diz respeito a tolerância do erro de fechamento angular e linear. Este trabalho tem o objetivo de apresentar a avaliação destes erros, utilizando a fórmula convencional de cálculo de poligonais, bem como o procedimento em que são consideradas as reduções angulares e lineares para a superfície de referência. Com base na avaliação realizada, algumas considerações, conclusões e recomendações serão apresentadas.

**Palavras chaves:** Erro de Fechamento de Poligonais, Sistema Topográfico Local, Integração GPS x Topografia

**Abstract:** One of the main problems found in the calculation of topographical traverse, referred to points determined by GPS, is due to the tolerance of the angular and linear closures. This work has the objective of presenting the evaluation of these errors, using the conventional formula of calculation of traverse, as well as the approach in which are considered the angular and linear reductions to the reference surface. Based on the evaluation carried out, some considerations, conclusions and recommendations will be presented.

**Keywords:** Topographical Closure Error, Local Topographical System, Integration GPS and Topography

### 1. Introdução

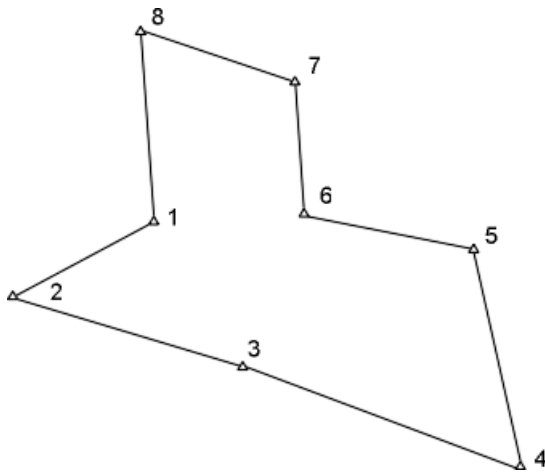
Tradicionalmente, um sistema de referência arbitrário tem sido adotado nos cálculos envolvidos numa poligonal topográfica. Com o advento de novas tecnologia, dentre elas o Sistema de Informação Geográfica (SIG), que dá suporte a várias atividades essenciais ao desenvolvimento, surge a necessidade de se adotar um sistema de referência comum a um país ou região. Face a isto, a comunidade envolvida com a topografia no Brasil, passou cada vez mais a vincular seus levantamentos ao Sistema Geodésico Brasileiro (SGB). Portanto, é necessário que procedimentos adequados sejam empregados nos cálculos (ajustamento) das coordenadas. O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) preconiza o Sistema de Projeção Universal Transversa de Mercator (UTM), para os levantamentos cartográficos em escalas maiores que 1:25000. A vinculação dos levantamentos topográficos ao SGB, sem dúvida, favorecerá o estabelecimento de um único sistema de referência, permitindo a amarração e conseqüente integração de todos os trabalhos de topografia, tais como levantamento cadastral urbano e rural, projeto de implantação de obras, loteamentos, projetos viários, rede elétricas, telecomunicações, reflorestamento, etc.

A vinculação dos levantamentos topográficos ao SGB, é facilitada pelo posicionamento com GPS, em especial com a implantação da RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo) (Fortes, 1997). Desta forma, as posições (coordenadas) de pontos que servirão de apoio para as poligonais podem ser determinadas com GPS. Porém, se os cálculos não forem realizado de forma correta, a tolerância de fechamento angular e linear não atenderá a prescrição do levantamento.

Embora se trate de um procedimento relativamente simples, tem-se observado questionamentos de vários profissionais a cerca desta problemática. Neste trabalho, com o objetivo de analisar o erro de fechamento angular e linear de poligonais apoiadas em pontos GPS, vários testes foram realizados. As poligonais foram calculadas utilizando as fórmulas convencionais da topografia, bem como os procedimentos em que consideram as reduções angulares e lineares para a superfície de referência e de projeção.

### 2. Rede GPS e Geometria das Poligonais

Com o objetivo de determinar os pontos de apoio para analisar o erro de fechamento da poligonal apoiada, uma rede de pontos GPS foi proposta. Na realização da mesma, utilizou-se receptores GPS de uma frequência (Trimble 4000 SL). Adotou-se sessões de uma hora para a coleta de dados, e o método utilizado foi o posicionamento relativo estático (Monico, 1996; Leick, 1995). Esta rede foi concebida de forma que seus pontos apresentassem intervisibilidade entre si, formando um polígono fechado, de aproximadamente 16,22 km. Esta geometria permite o controle do erro de fechamento da rede. A rede GPS, constituída de oito vértices, pode ser vista na figura 1.



**Fig. 1:** Rede de Apoio Básico

Os dados foram processados e ajustados com o software GPSurvey da Trimble. A rede apresentou erro de fechamento resultante da ordem de 5,07 ppm. O erro de fechamento das coordenadas E, N e h foram de -0,0088m, -0,0813 m e 0,0084 m, respectivamente.

Vale ressaltar que esta rede GPS, forma a Rede de Apoio Básico para o Município de Presidente Venceslau / SP, que tem como objetivo principal auxiliar na implantação do projeto de cadastro técnico multifinalitário daquele município.

A poligonal desenvolvida e apoiada nesta rede foi realizada de acordo com a metodologia apresentada para poligonais da Classe IP da NBR 13.133 - Execução de Levantamentos Topográficos, da ABNT, 1994, onde consta o seguinte :

- medições angulares : método das direções, com três séries de leituras conjugadas, direta e inversa, horizontal e vertical;
- medidas lineares : leituras recíprocas e corrigidas de temperatura e pressão.

O equipamento utilizado na coleta das observações foi uma estação total RECOTA / ZEISS, com precisão angular de 1 segundo de arco e linear de  $\pm (5 \text{ mm} + 2\text{ppm D})$ . Os dados foram processados com o software TOPOGRAPH 3.1 (TopoGRAPH, 1995).

A geometria da rede GPS permitiu analisar o erro de fechamento, considerando vários tipos de poligonais, quais sejam :

- poligonal Tipo 1 : apoiada e fechada numa só direção e num só ponto;
- poligonal Tipo 2 : apoiadas e fechadas em direções e pontos distintos;
- poligonal Tipo 3 : apoiadas e fechadas em direções e pontos distintos, com desenvolvimento retilíneo.

A composição de cada uma das cinco poligonais testadas é ilustrada na Tabela 1. O ponto inicial da poligonal é identificado por PI, o ponto final por PF, e a orientação inicial e final por OI e OF, respectivamente. O perímetro, em km, é identificado por L.

**Tabela 1 - Composição das Poligonais**

Poligonal	PI	PF	OI	OF	L (Km)
Tipo 1	1	1	1 - 8	1 - 8	16,22
Tipo 2 . 1	1	7	1 - 8	7 - 8	12,58
Tipo 2 . 2	8	4	8 - 7	4 - 5	9,11
Tipo 2 . 3	1	4	1 - 8	4 - 5	7,15
Tipo 3	2	4	2 - 1	4 - 5	5,51

As poligonais do Tipo 2, foram subdivididas em três casos, visando abranger diferentes perímetros e número de vértices.

### 3. Tolerância para o Fechamento Angular e Linear de Poligonais

De acordo com a NBR 13.133, as expressões que permitem o cálculo das tolerâncias para o fechamento das poligonais topográficas são dadas por (ABNT NBR 13.133, 1994):

a) Tolerância angular:

$$T_{\alpha} \leq a + b\sqrt{N}$$

onde:

a - erro médio angular (azimute) da rede de apoio multiplicado por  $\sqrt{2}$  ;

b - coeficiente que expressa a tolerância para medição dos ângulos da poligonal; e

N - número de vértices da poligonal.

Para poligonal do Tipo 1, o coeficiente  $a = 0$  e  $b = 6''$  (Classe IP), assim:

$$T_{\alpha} \leq 6'' \sqrt{N}$$

Para poligonais Tipo 2 e 3, o coeficiente  $a = 0,4''$  e  $b = 6''$  (Classe IP), dessa forma:

$$T_{\alpha} \leq 0,4'' + 6'' \sqrt{N}$$

b) Tolerância linear, após a compensação angular:

$$T_p \leq c + d \sqrt{L(km)}$$

onde:

c - erro médio de posição para os pontos de apoio de ordem superior multiplicado por  $\sqrt{2}$  ;

d- coeficiente que expressa a tolerância para o fechamento linear em m / km de desenvolvimento da poligonal;

L- perímetro da poligonal em km.

Para poligonais Tipo 1, o coeficiente  $c = 0$  e  $d = 0,10$  m (Classe IP), assim:

$$T_p \leq 0,10m \sqrt{L(km)}$$

Para poligonais Tipo 2, os valores para  $c = 0,06$  m e  $d = 0,10$  m (Classe IP), então:

$$T_p \leq 0,06m + 0,10m \sqrt{L(km)}$$

c) Tolerância transversal, antes da compensação angular (somente para poligonais Tipo 3)

$$T_t \leq c + eL(km) \sqrt{N-1}$$

onde:

e - tolerância para o erro transversal acarretado pelo erro de medição angular da direção de um lado médio poligonal.

Para poligonais da Classe IP,  $c = 0,06$  m e  $e = 0,02$  m, a tolerância transversal é dada por:

$$T_t \leq 0,06m + 0,02mL(km) \sqrt{N-1}$$

d) Tolerância longitudinal, antes da compensação angular (somente para poligonais Tipo 3)

$$T_l \leq c + f \sqrt{L(km)}$$

onde:

f - tolerância para o erro longitudinal acarretado pelo erro de medição linear de um lado médio poligonal.

Para poligonais da Classe IP, o valor para  $f = 0,04$  m, assim:

$$T_l \leq 0,06m + 0,04m \sqrt{L(km)}$$

e) Erro relativo máximo aceitável, de fechamento linear, após a compensação angular:

$$e_r \leq \frac{T_p}{L}$$

#### 4. Experimentos e Resultados

Os pontos utilizados para apoio das poligonais, obtido através do GPS, estão referenciados ao SAD69 e suas coordenadas no sistema UTM. Os cálculos das poligonais foram efetuados no Sistema de Projeção Topográfico, também denominado Sistema Topográfico Local (STL), e no Sistema de Projeção Universal Transversa de Mercator (UTM).

Para realizar o cálculo no STL, as coordenadas UTM dos vértices da rede GPS, foram transformadas para o referido sistema, e o

azimute plano UTM (norte de quadricula) foi transformado para o azimute verdadeiro (Norte verdadeiro). Neste caso, as observações são corrigidas dos efeitos da refração e reduzidas ao horizonte. O vértice 1 da Rede de Apoio Básico foi tomado como origem do sistema de coordenadas topográfica local.

Estes dois procedimentos são apropriados para os casos em questão.

Adotou-se ainda um procedimento de cálculo em que não houve a compatibilização das observações coletadas em campo com o sistema de referência e projeção. Neste caso, apenas as observações de distância foram corrigidas dos efeitos de refração e reduzidas ao horizonte, e os pontos de apoio referenciados ao sistema UTM. Este procedimento está identificado por STL\*, e trata-se de uma forma aproximada de cálculo, extensivamente utilizado na prática.

A análise do erro de fechamento para os três tipos de poligonais são apresentados a seguir.

#### 4.1 Teste com a Poligonal Tipo 1

A poligonal do Tipo 1, cujas observações angulares e lineares foram coletadas de acordo com a metodologia da Classe IP, foi realizada através de nove vértices (N = 9). A distância média dos lados foi de 1,8 km. Os erros de fechamento (EF) angular e linear são apresentados na Tabela 2.

**Tabela 2 - Tolerância e Erro de Fechamento - Poligonal topográfica Tipo 1 - Classe IP**

	Angular (")	N (m)	E (m)	Linear (m)	Perímetro (m)
Tolerância	18	-	-	0,402	-
EF STL*	9,10	0,009	0,060	0,061	16221,581
EF STL	9,10	0,009	0,060	0,061	16221,581
EF UTM	9,13	0,010	0,074	0,075	16215,578

#### 4.2 Teste com a Poligonal Tipo 2

Para as poligonais topográficas do Tipo 2 da classe IP foram realizadas três configurações distintas, variando o número de vértices e perímetro. Conforme pode ser observado na Tabela 1, todas partiram e fecharam em pontos (distintos) com coordenadas UTM conhecidas. Já a orientação, variou em cada caso. As Tabelas 3, 4 e 5 sintetizam os erros cometidos.

**Tabela 3 - Tolerância e Erro de Fechamento - Poligonal topográfica Tipo 2 - Classe IP, - com N = 8**

	Angular (")	N (m)	E (m)	Linear (m)	Perímetro (m)
Tolerância	17,37	-	-	0,414	-
EF STL*	5,75	0,500	0,558	0,749	12588,671
EF STL	5,50	-0,032	0,018	0,037	12584,003
EF UTM	5,88	-0,031	0,036	0,048	12589,322

**Tabela 4 - Tolerância e Erro de Fechamento - Poligonal topográfica Tipo 2 - Classe IP, - com N = 6**

	Angular (")	N (m)	E (m)	Linear (m)	Perímetro (m)
Tolerância	15,09	-	-	0,361	-
EF STL*	1,85	-1,555	1,435	2,116	9116,653
EF STL	3,00	0,111	-0,006	0,111	9116,727
EF UTM	3,60	0,104	0,000	0,104	9113,371

**Tabela 5 - Tolerância e Erro de Fechamento - Poligonal topográfica Tipo 2 - Classe IP, - com N = 5**

	Angular (")	N (m)	E (m)	Linear (m)	Perímetro (m)
Tolerância	13,81	-	-	0,327	-
EF STL*	1,50	-0,876	1,339	1,600	7153,271
EF STL	0,59	0,068	-0,054	0,087	7153,326
EF UTM	0,05	0,062	-0,047	0,078	7150,704

#### 4.3 Teste com a Poligonal Tipo 3

Para a poligonal topográfica do Tipo 3 da classe IP, com desenvolvimento retilíneo e quatro vértices (N=4), os erros cometidos são dados na tabela 6. Observe que para este tipo de poligonal, a análise é baseada na tolerância transversal e longitudinal, além da angular.

**Tabela 6 - Tolerância e Erro de Fechamento - Poligonal topográfica Tipo 3 - Classe IP**

	Angular (")	Transversal (m)	Longitudinal (m)	Perímetro (m)
Tolerância	12,40	0,250	0,153	-
EF STL*	4,37	0,118	1,976	5510,652
EF STL	4,66	0,129	-0,064	5510,652
EF UTM	5,19	0,081	-0,031	5508,674

#### 4.4 Análise dos Resultados Obtidos

Analisando as tabelas apresentadas, pode-se verificar que o erro de fechamento angular sempre foi abaixo da tolerância, independente do sistema de projeção, para todos os tipos de poligonais. Porém, o erro linear para poligonais do Tipo 1 e 2 e longitudinal, para o Tipo 3, não atenderam a tolerância quando não foi utilizado o procedimento adequado. Tratam-se dos casos em que se utilizou a fórmula convencional de cálculo para as poligonais apoiadas em coordenadas UTM.

Na Poligonal Tipo 1 (Tabela 2), os erros de fechamento linear ficaram dentro da tolerância. Porém, as coordenadas obtidas através das fórmulas convencionais estarão afetadas de erros, caso a origem do sistema local não coincida com o ponto de início da poligonal.

Na Poligonal Tipo 2 (Tabela 3, 4 e 5), o erro linear, adotando-se o procedimento padrão, ficou abaixo da tolerância. Porém, nos casos em que envolveu coordenadas UTM e não foram aplicadas as reduções angulares e lineares, em todos os casos, o erro foi superior a tolerância.

Na Poligonal Tipo 3 (Tabela 6), o erro de fechamento transversal ficou abaixo da tolerância, uma vez que o mesmo está relacionado com o erro de fechamento angular. Como esperado, o erro longitudinal quando calculado de forma inadequada (STL\*), ficou acima da tolerância.

## 5. Considerações, Conclusões e Recomendações

Baseado nos vários testes apresentados neste trabalho, pode-se concluir que levantamentos topográfico convencional e com GPS, podem ser integrados sem maiores problemas. Tal procedimento já vem ocorrendo no Município de Presidente Venceslau/SP, na implantação do cadastro e em trabalhos de levantamentos de estradas para projetos de duplicação e de obras de artes. Isto pode ser muito útil em áreas desprovidas de pontos da Rede do IBGE, circunstâncias em que é possível realizar posicionamento com o GPS utilizando apenas um receptor e processando com os dados da RBMC.

Um aspecto importante na integração de levantamentos topográficos com GPS diz respeito aos cálculos de poligonais no que se refere as reduções lineares e angulares, visando a compatibilização com o sistema de referência e de projeção. Quando se desenvolve o cálculo no sistema UTM, as observações devem ser reduzidas a este plano. Numa outra opção, transforma-se as coordenadas UTM para o STL e as observações são apenas corrigidas da refração e reduzidas ao horizonte.

## 6. Referências Bibliográficas

**ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas:** *NBR13.133 - Execução de levantamento topográfico*. Rio de Janeiro, 1994

**Blachut, T.J.; Chrzanowski, A.; Saastamoinen, J.H.:** *Urban Surveying and Mapping*, Springer-Verlag, New York, 1979.

**Camargo, P.O.; Cordini, J.; Fabri, S.M.:** *Ajustamento de Poligonais Topográficas pelo Método Paramétrico*, In: 2º Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário, Florianópolis, 17 a 13 de outubro, 1996, Coletânea de Trabalho, Florianópolis, COBRAC, 1996, p.III-307-318.

**Fortes, L.P.S.:** *Operacionalização da RBMC*, Dissertação de Mestrado, IME, Rio de Janeiro, 1997.

**Ishikawa, M. I.:** *Aplicações de Sistemas de Projeções Locais em Projetos e Obras de Engenharia*, Departamento de Cartografia, FCT/UNESP, Presidente Prudente, 1996. (Relatório RDIDP).

**Loch, C.; Cordini, J. :** *Topografia Contemporânea: Planimetria*, Ed. Da UFSC, Florianópolis, 1995.

**Leick, A.:** *GPS Satellite Surveying*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1995.

**Monico, J. F.G.:** *Posicionamento pelo NAVSTAR\_GPS: Descrição, Fundamentos e Aplicações*, Departamento de Cartografia, FCT/UNESP, Presidente Prudente, 1996. (Publicação interna)

**TopoGRAPH ; Manual do Usuário - Versão 3.1**, Santiago & Cintra, São Paulo, 1995.