

Compatibilização entre sistemas Geodésicos

Moisés F. Costa ¹
Prof. Dr. Marcelo C. Santos ²

Universidade Federal do Paraná
Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas
Laboratório de Geodésia Espacial
Fone: (041) 366-2323 Ramal 3252, Fax (041) 266-2393, Caixa Postal 19011
81531-990 Curitiba PR

¹ ✉ mfcosta@geoc.ufpr.br

² ✉ mcsantos@geoc.ufpr.br

Conteúdo	
	1. Introdução
	2. Transformação de Similaridade
	3. Modelagem de Distorções Residuais
	4. Ensaio
	5. Considerações Finais
	6. Agradecimentos
	7. Referências Bibliográficas

Resumo: Este artigo propõe uma metodologia visando a compatibilização entre sistemas geodésicos, ou seja, uma parametrização que possibilite o relacionamento unívoco entre dois referenciais. Classicamente, emprega-se apenas uma transformação de similaridade a 7 parâmetros, a saber, 3 translações, 3 rotações e 1 fator de escala. Na metodologia adotada, vai-se além do procedimento clássico. Nela, as distorções inerentes às materializações dos referenciais são contempladas. Estas distorções são descritas pelos resíduos da transformação de similaridade, e tratadas como superfície matemática. Deste modo, além dos 7 parâmetros, obtêm-se correções que são a elas aplicadas, permitindo que os referenciais sejam compatibilizados pontualmente.

Palavras chaves: Compatibilização entre referenciais, Transformação de similaridade, Rede Geodésica

Abstract: A methodology intended to allow transformation between geodetic systems in which the distortions of the networks are taken into account is proposed. Typically, only a similarity transformation is used, resulting in 7 parameters that describe the relationship between the systems. In the proposed approach, the distortions are accounted for by treating the residual field (entries of the residual vector) as a mathematical surface. Therefore, besides the 7 parameters, corrections are applied for each and every coordinate allowing a point-to-point transformation.

Key words: Transformation between geodetic systems, Similarity transformation, geodetic network.

1. Introdução

Em todas as áreas que trabalham e necessitam de posicionamento, torna-se necessária a caracterização de um sistema de referência. Assim, posições de pontos na superfície física da Terra devem estar atreladas a um referencial. Neste trabalho, o estudo dos referenciais é uma etapa indispensável, pois constitui um pré-requisito para que se possa atingir o objetivo principal, qual seja, o relacionamento funcional entre os chamados sistemas geodésicos. Do ponto de vista físico, um referencial é o conjunto de um ou mais eixos com orientação definida no espaço e com uma escala adequada de comprimento. A característica principal de um referencial é que em relação a ele, uma posição ou uma orientação possam ser definidas sem ambigüidade (Freitas, 1980). Ao se tratar de um referencial geodésico, trabalha-se com espaços físicos, que são aqueles nos quais existem os objetos físicos e onde pode-se fazer medições (Vanicek, 1975). Neste contexto, a propriedade mais importante deste espaço é a sua dimensionalidade, que é medida pelo número de coordenadas necessárias para descrever a posição de um ponto. Neste estudo, lida-se principalmente com espaços tridimensionais, onde a posição de cada ponto é dada por ternos de coordenadas cartesianas com eixos coordenados retos e mutuamente ortogonais, definido em um espaço Euclidiano.

Uma transformação coordenada é um conjunto de regras que associa ternos de coordenadas relativas a um sistema, a ternos referidos a outro sistema (Castañeda, 1986). A relação matemática capaz de associar estas regras, constitui uma equação de transformação. Para a solução do problema básico da geodésia, que consiste em determinar posições de pontos sobre a superfície física da Terra, diversos referenciais foram definidos. Ao arcabouço de pontos posicionados nesta superfície, dá-se o nome de malhas ou redes geodésicas. De acordo com Castañeda (1986), é válido afirmar que as redes geodésicas constituem instrumentos de materialização dos sistemas geodésicos. Para propósitos práticos, é necessário que os diversos referenciais possam se relacionar mediante alguma equação de transformação.

Diversos modelos tem sido desenvolvidos com a finalidade de descrever o relacionamento entre dois referenciais. Thomson (1976) apresenta alguns modelos usados na combinação de redes geodésicas, destacando como principais os modelos de Bursa,

Molodensky e Veis, que contém um máximo de sete parâmetros de transformação. Estes modelos são matematicamente equivalentes (Gemael, 1991) e fornecem resultados idênticos para as rotações e escala (Vanícek & Krakiwsky, 1986). Um modelo polinomial é sugerido por Abd-Elmotaal (1994) e comparado com a transformação de similaridade. Para o desenvolvimento deste trabalho, emprega-se uma transformação de similaridade no espaço. Estas abordagens parecem não levar em conta um dos problemas fundamentais com as redes geodésicas terrestres que é o acúmulo de erros sistemáticos. Redes implantadas com o uso de técnicas espaciais não são particularmente susceptíveis a este tipo de problema (Thomson, 1976). As redes horizontais são afetadas por uma combinação de erros aleatórios e sistemáticos (Vanícek & Steeves, 1996) Neste caso, parece natural introduzir algum procedimento para a modelagem das distorções residuais que permita que para qualquer ponto existente na área de trabalho, pode-se prever as distorções por meio de um modelo adequado e aplicar correções às coordenadas transformadas.

Atualmente, o Sistema de Posicionamento Global (GPS) permite o posicionamento tridimensional em um referencial geocêntrico. Além disso, oferece um nível de precisão superior ao fornecido pelos procedimentos clássicos. Uma compatibilização entre a realização de tais sistemas só é considerada como ideal se as distorções inerentes àquelas materializações forem contempladas. Esta é a preocupação que motiva este trabalho sobre compatibilização entre sistemas geodésicos. Na metodologia proposta, é possível o relacionamento entre dois sistemas geodésicos, tratando as distorções residuais como superfície matemática.

Este artigo apresenta a conceituação da metodologia proposta para a compatibilização entre sistemas geodésicos. Resultados de um ensaio realizado são apresentados, nos quais foi verificada que os resíduos resultantes da aplicação dos métodos paramétricos e combinado são similares deste que se use de ponderação apropriada.

2. Transformação de Similaridade

Uma transformação de similaridade é também chamada de transformação conforme ou isogonal. O modelo expressa a relação entre dois sistemas de coordenadas por meio de três translações (x_0, y_0, z_0), três rotações ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$) e um fator de escala (κ). As três translações são justificadas pela não coincidência da origem dos dois sistemas; três rotações são necessárias para expressar o não paralelismo e um fator de escala é requerido para uniformizar (homogeneizar) a métrica dos dois sistemas. Assim, é necessário que se tenha pontos comuns nos dois sistemas para aplicar a transformação, sendo um mínimo de três pontos requeridos para a obtenção dos sete parâmetros. Neste caso, a superabundância de observações sugere a aplicação do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

Para aplicação da transformação de similaridade no espaço, é necessário que as coordenadas geodésicas (ϕ, λ, h) sejam transformadas em coordenadas cartesianas tridimensionais (X, Y, Z) usando a equação (7). O vetor posição de um ponto genérico no sistema cartesiano (x, y, z) é dado por r_i . Após uma translação expressa por r_0 , três rotações expressas por ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$) e um fator de escala (κ), obtém-se um novo vetor posição p_i relacionado ao sistema cartesiano que denomina-se de (X, Y, Z). A figura 1 ilustra o acima descrito.

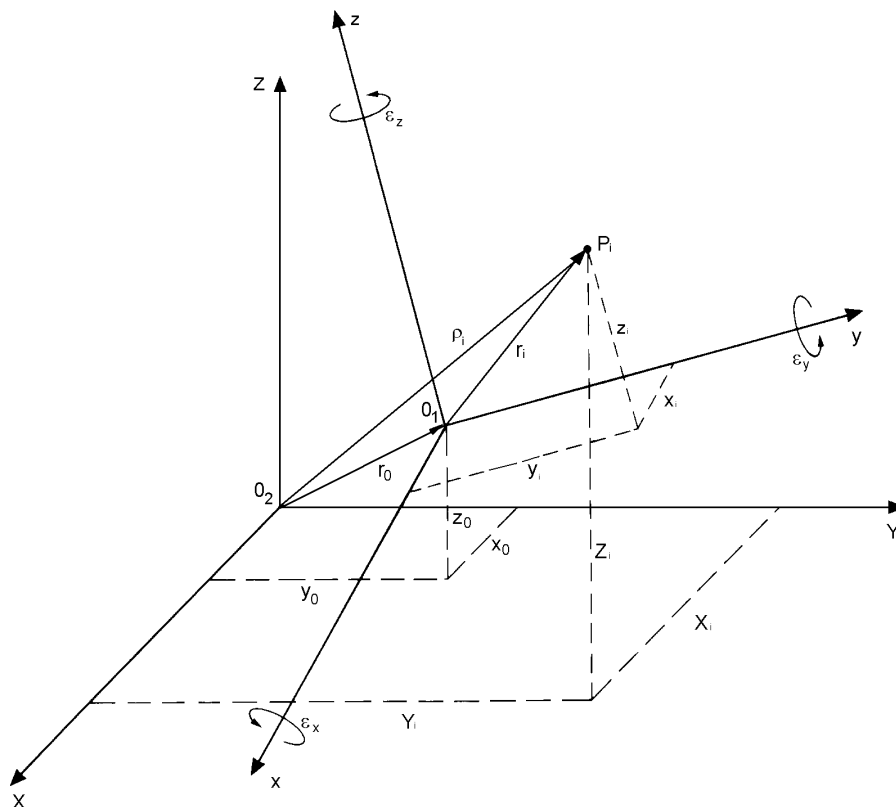


Fig. 1:Relação entre dois sistemas cartesianos

De acordo com a figura 1, os dois sistemas cartesianos, para qualquer ponto P_i do terreno, são relacionados por:

$$p_i = r_0 + \kappa \cdot R_\varepsilon \cdot r_i$$

O modelo expresso acima é a própria transformação de similaridade no espaço, onde i representa o vetor posição do ponto no sistema cartesiano (X, Y, Z), r_i o vetor posição do ponto no sistema cartesiano (x, y, z), r_0 o vetor translação, R_ε a matriz de rotação ortogonal e

κ o fator de escala.

A matriz de rotação ortogonal R_ε na equação é dada pelo produto de outras três matrizes de rotação também ortogonais. Ela é dada por uma equação não linear:

$$R_\varepsilon = R_x(\varepsilon_x) \cdot R_y(\varepsilon_y) \cdot R_z(\varepsilon_z)$$

Em geodésia, as rotações fundamentais são ângulos de pequena magnitude (ordem de segundos de arco). Dada a pequena magnitude dos ângulos, pode-se aplicar o desenvolvimento de Taylor nesta, abandonando os termos de ordem 2 e superiores. Neste caso, a equação para R se simplifica como:

$$R_\varepsilon = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix}$$

Agora, rescrevendo a equação da transformação de similaridade no espaço em linguagem matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} + \kappa \cdot \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$

Para solução deste problema, o método de ajustamento pode ser tanto o paramétrico quanto o combinado (Castañeda, 1986). No método paramétrico, as observações são tratadas como a diferença de coordenadas, isto é, $(p_i - r_i)$. Deste modo, os resíduos gerados não são relativos às coordenadas, mas sim à diferença destas. No método combinado, as observações são tratadas como as próprias coordenadas dos pontos. Neste caso, como os vetores p_i e r_i são as observáveis, são gerados resíduos para cada componente.

3. Modelagem de Distorções Residuais

A modelagem de distorções residuais é uma etapa importante na compatibilização entre sistemas geodésicos. Estas distorções, típicas de redes implantadas mediante procedimentos clássicos, são descritas pelos resíduos da transformação de similaridade.

A mudança do elipsóide de referência e sua origem, juntamente com o reajustamento de toda a rede geodésica no Canadá, removeu as principais distorções presentes no NAD-27, resultando no novo sistema NAD-83. A transformação entre as realizações do NAD-27 e NAD-83 é possível, pois as distorções em toda a área, podem ser avaliadas para qualquer ponto (Jenkins & Erickson, 1996).

Neste caso, uma superfície residual que descreva o comportamento do resíduo em função da posição do ponto, pode fornecer (prever) uma correção para pontos não amostrais. A figura 2 sintetiza esta idéia, mostrando cada componente do resíduo como uma função da posição do ponto.

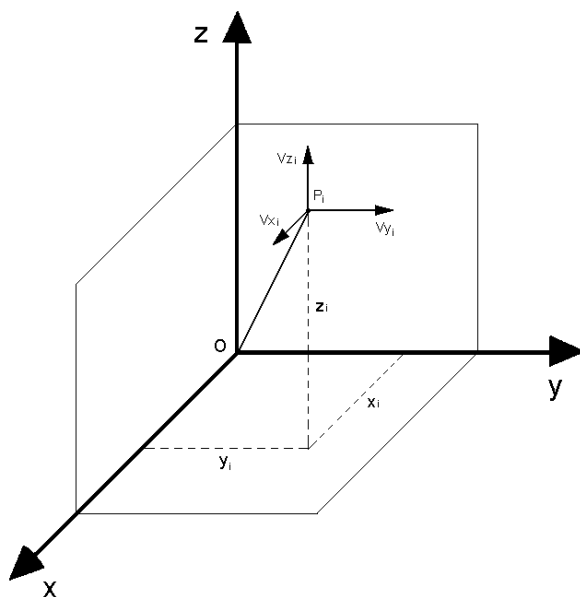


Fig. 2 : Resíduo da transformação de similaridade

4. Ensaio

Com o objetivo de testar a metodologia a ser desenvolvida, usou-se parte das estações constituintes da Rede Nacional GPS pertencentes à Rede Planimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro. As coordenadas são as contidas nas duas últimas materializações deste sistema, totalizando um conjunto de 50.

A Tabela 1 resume os resultados da parametrização resultante com base na transformação de similaridade, usando-se os métodos paramétrico e combinado.

Método de ajustamento	Parâmetros	Área
Paramétrico	x_0 (m)	22.894038
	y_0 (m)	-10.856680
	z_0 (m)	-6.051720
	ε_x (Seg)	0.629"
	ε_y (Seg)	-0.630"
	ε_z (Seg)	-0.019"
	κ	0.999996
	σ_o^2	15.31
Combinado	X_0 (m)	22.894038
	y_0 (m)	-10.856680
	z_0 (m)	-6.051720
	ε_x (Seg)	0.629"
	ε_y (Seg)	-0.630"
	ε_z (Seg)	-0.019"
	κ	0.999996
	σ_o^2	7.65

Tabela 1 - Resultados da parametrização

Pode-se verificar que os valores numéricos dos parâmetros é o mesmo. Contudo, os valores dos resíduos resultantes dos dois métodos era diferente na proporção de que os resíduos do método combinado eram iguais a metade daqueles do método paramétrico. Este fato deve-se a característica do método paramétrico no qual considera-se implicitamente que um dos sistemas é fixo no espaço, ao passo que no método combinado isto não é feito. Para fixar-se um dos sistemas, faz-se uso da matriz dos pesos. Decidiu-se então ponderar um dos sistemas de modo a torná-lo fixo. O resultado deste novo ajustamento mostrou que os resíduos relativos ao sistema que estava sofrendo a transformação eram iguais aos resíduos do método paramétrico; os resíduos relativos ao sistema fixo forma iguais a zero.

5. Considerações Finais

A metodologia proposta envolve a modelagem do campo formado pelos resíduos, visando eliminar as distorções residuais não contempladas pela transformação de similaridade. Os resultados mostram valores idênticos para a parametrização resultante tanto no método paramétrico quanto no combinado, desde que ponderação apropriada seja usada no método combinado.

6. Agradecimentos

Ao Departamento de Geodésia do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) pela cessão dos dados necessários para o ensaio realizado (coordenadas da Rede Planimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro - SGB). Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)

7. Referências Bibliográficas

ABD-ELMOTAAL, H. *Comparison of polynomial and similarity transformation based datum-shifts for Egypt.* Bulletin Géodésique, vol. 68, No 3, p. 168-172, 1994.

CASTAÑEDA, R. M. *Ensaio para definição de parâmetros de transformação entre o SAD - 69 e o NSWC - 92Z.* Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Dissertação de Mestrado. Curitiba, 1986.

FREITAS, S. R. C. de. *Posicionadores Inerciais*. Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Dissertação de Mestrado. Curitiba, 1980.

GEMAEI, C. *Geodésia Celeste: Introdução.* Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Curitiba, 1991.

JUNKINS, D. & ERICKSON, C. *Version 2 of the National Transformation Between NAD27 and NAD83 and Its Importance for GPS Positioning in Canada.* Geodetic Survey of Canadá, 1996.

THOMSON, D. B. *Combination of Geodetic Networks*. Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, NB, Canada, april, 1976.

VANÍCEK, P. *Report on Geocentric and Geodetic Datums*. Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick, TR No 32, Fredericton, NB, Canada, feb. 1975.

VANÍCEK, P. & KRAKIWSKY, E. J. *Geodesy: The Concepts*. 2 ed. North Holland Publishing, 1986.

VANÍCEK, P. & STEEVES, R. R. *Transformation of coordinates between two horizontal geodetic datums*. Journal of Geodesy, vol. 70, No 11, p. 740-745, 1996.