

Transformações de Referenciais Geodésicos

Jucilei Cordini ¹
 Sílvia Jacks dos Anjos Garnés ²
 Carlito Vieira de Moraes ³
 Carlos Aurélio Nadal ⁴

UFPR, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas
 Centro Politécnico- Jardim das Américas
 CEP: 81531-990 - Curitiba, PR, Brasil

1 ✉ jucilei@geoc.ufpr.br
 2 ✉ sjgarnes@geoc.ufpr.br
 3 ✉ carlito@geoc.ufpr.br
 4 ✉ canadal@geoc.ufpr.br

Conteúdo	
	1. Introdução
	2. Normalizações
	2.1 Elementos da Resolução nº 22/89
	2.1.1 Caracterização do Sistema
	2.2 Resolução nº 23/89
	2.3 Parâmetros de Transformação Derivados
	3. Sistema Geodésico de Referência 1967
	4. Fórmulas Completas de Molodensky
	5. Verificação Numérica entre Fórmulas
	6. Efeito Linear às Variações Angulares das Coordenadas
	7. Conclusões e Recomendações
	8. Referências Bibliográficas

Resumo: Atualmente através de posicionamento por satélites, a obtenção de posições geodésicas de pontos na superfície física da Terra tem se tornado tarefa comum, inclusive realizações de redes para cadastro. Sabe-se que o rastreamento das portadoras por períodos longos (períodos de horas ou mais) com pós-processamento relativo, conduzem a precisões estatísticas das coordenadas na ordem do centímetro e, em alguns casos, na ordem do milímetro. No entanto, tais coordenadas são determinadas em um sistema geodésico (WGS-84/ITRF) que não é o sistema geodésico oficial do País. Decorre daí, que a transformação para o sistema geodésico oficial atual (Sistema Geodésico Sul Americano-1969) e o antigo (Córrego Alegre) deve ser realizada com precisão a altura das coordenadas GPS obtidas. Através de experimentos práticos, constata-se a existência de ambigüidades relativas a este assunto, as quais serão abordadas através do estudo dos seguintes tópicos: fórmulas de Molodensky e fórmulas apresentadas na Resolução/IBGE nº 23/89, utilizando os parâmetros do elipsóide sul americano 1969 e UGGI-67. Os estudos realizados e analisados são apresentados.

Palavras chave: Sistema Geodésicos; transformação de coordenadas.

Abstract: Nowadays, the obtaining of geodesic positions of points in the physical surface of the Earth, by satellites positioning, have been turned to a common task, including accomplishments of cadastre networks. It is known that the carriers tracking for long periods (hours or more) with relative post-processing, it is possible to obtain statistical's precisions of the coordinates in the order of the centimeter and, in some cases, in the order of the millimeter. However, such coordinates are referred to a WGS-84 geodesic system, which it is not the official geodesic system of the Country. According to this, the transformation for the current official geodesic system (SAD-69) and the old one (Córrego Alegre), have to be accomplished with precision in order to keep the same previous GPS coordinates precision. Throughout the practical experiments, are verified the existence of ambiguities in relation to this subject, which will be approached through the following topics studies: Molodensky's formulae and also formulae presented on Resolution/IBGE nº 23/89, using SAD-69 ellipsoid parameters and UGGI-67, as well. The results are discussed and presented.

Key words: Geodesic System; transformations of coordinates.

1. Introdução

A obtenção da posição geodésica de pontos na Superfície física da Terra, utilizando o posicionamento por satélites através da técnica GPS, tem se tornado tarefa comum em vários campos de aplicação, inclusive no cadastro.

A prática deste tipo de posicionamento tem demonstrado que é possível obter-se resultados com as mais variados graus de precisão, dependendo do equipamento utilizado, da metodologia adotada e do processamento empregado. Esta flexibilidade de uso da técnica GPS é fruto do envolvimento de excelentes equipamentos, da melhor técnica de observação disponível e dos modernos e sofisticados métodos de ajustamento empregados. A precisão (estatística) das coordenadas pode alcançar o centímetro, e em alguns casos, o

milímetro, desde que o rastreamento das portadoras seja efetuado por períodos longos (horas ou mais), se utilize o pós-processamento relativo e efemérides precisas fornecidas pelo serviço do IGS (*International GPS Service*).

Entretanto, as coordenadas são determinadas no Sistema Geodésico WGS-84 (ITRF) que não é o Sistema Oficial adotado em nosso país. No território brasileiro, as redes locais e a densificação de pontos para a Cartografia, exigem o conhecimento destes dados no Sistema Geodésico Sul Americano-1969 (atual) ou Córrego Alegre (antigo). Assim sendo, é necessário que a transformação para o Sistema Geodésico Oficial deva ser realizada com precisão compatível à das coordenadas GPS obtidas.

Através de experimentos práticos, têm-se constatado a existência de variações de resultados nas diversas transformações realizadas. Tendo em vista a existência de inúmeros *softwares* de transformação de coordenadas e as Resoluções nº 22/83 e nº 23/89 do IBGE, que normalizam as fórmulas oficiais de transformação entre Sistemas Geodésicos usados no Brasil e os respectivos parâmetros de transformação, apresenta-se no presente artigo um estudo das fórmulas de Molodensky e das fórmulas preconizadas pela Resolução/IBGE nº 23/89, utilizando os parâmetros dos elipsóides Sul Americano -1969 e UGGI-67.

2. Normalizações

Duas resoluções do IBGE (IBGE, 1989) regulamentam os procedimentos operacionais relativos ao Sistema Geodésico Brasileiro: PR n.º 22, de 21-07-83 e PR n.º 23, de 21-02-89. A Resolução nº 22/83 estabelece o Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), as fórmulas oficiais de transformação entre os Sistemas Geodésicos usados no Brasil e os respectivos parâmetros de transformação entre alguns dos Sistemas de Referência, entre eles o Sul Americano-1969 e o Córrego Alegre. A Resolução nº 23/89 altera alguns itens do apêndice II da Resolução nº 22/83, introduz novas fórmulas de transformação e respectivos parâmetros entre os Sistemas WGS-84 e Geodésico Sul Americano-1969.

2.1 Elementos da Resolução nº 22/83

O Sistema Geodésico Brasileiro - SGB

O Sistema Geodésico Brasileiro é definido a partir do conjunto de pontos geodésicos implantados na porção da superfície terrestre delimitada pelas fronteiras do país; pontos estes que são determinados por procedimentos operacionais e coordenadas calculadas, segundo modelos geodésicos de precisão compatível com as finalidades a que se destinam.

O Decreto-Lei n.º 243, de 28-02-67, que fixa as "Diretrizes e Bases para a Cartografia Brasileira", preceitua o estabelecimento de um sistema plano-altimétrico único de pontos geodésicos de controle, materializados no terreno, para servir de base ao desenvolvimento de trabalhos de natureza cartográfica, constituindo-se no referencial único para a determinação de coordenadas e altitudes em território brasileiro.

O conceito de Sistema Plano-Altimétrico Único, de pontos Geodésicos de controle, direcionado no dispositivo legal para fins cartográficos, confunde-se com o anterior emitido para o Sistema Geodésico.

2.1.1 Caracterização do Sistema

Para o Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), a imagem geométrica da Terra é definida pelo Elipsóide de Referência Internacional de 1967, aceito pela Assembléia Geral da Associação Geodésica Internacional que teve lugar em Lucerne, no ano de 1967. O referencial altimétrico coincide com a superfície equipotencial que contém o nível médio do mar, definido pelas observações maregráficas tomadas na baía de IMBITUBA, no litoral sul do Estado de Santa Catarina.

O Sistema Geodésico Brasileiro integra o Sul-Americano de 1969 (SAD-69), definido a partir dos parâmetros:

a) Figura geométrica para a Terra

- **Elipsóide Internacional de 1967:**
- **a** (semi-eixo maior) = 6 378 160,000 m
- **f** (achatamento) = 1/298,25

b) Orientação

- **Geocêntrica:** Eixo de rotação paralelo ao eixo de rotação da Terra; plano meridiano origem paralelo ao plano meridiano de GREENWICH, como definido pelo BIH (*Bureau International de l'Heure*);
- **Topocêntrica:** No vértice CHUÁ da cadeia de triangulação do paralelo 20° S:
 - $\phi = 19^{\circ} 45' 41,6527''$ S
 - $\lambda = 48^{\circ} 06' 04,0639''$ W Gr
 - Az = 271° 30' 04,05" SWNE para VT-UBERABA
 - N = 0,0 m (ondulação geoidal)

Comentários: No entendimento dos autores, a norma omitiu importante informação em não publicar as componentes do desvio da vertical, determinadas no vértice Chuá por ocasião da definição do Sistema Geodésico Sul Americano-1969:

$$\xi = -0,31'' \text{ (componente meridiana)} \text{ e } \eta = 3,59'' \text{ (componente } 1^{\circ} \text{ vertical).}$$

A partir do momento que foi definido o valor de **f** = 1/298,25 para o achatamento do Elipsóide do Sistema Geodésico Sul Americano-1969, a imagem da Terra para o SGB não é mais o Elipsóide de Referência 1967, pois este possui **f** = 1/298,247 167 427.

Apêndice II - Parâmetros para Transformação de Sistemas Geodésicos

a) Modelo Matemático: Fórmulas diferenciais simplificadas de MOLODENSKY

$$\Delta\phi^{\circ} = \frac{1}{M_1} \{ (a_1\Delta f + f_1\Delta a) \sin 2\phi_1 - \Delta x \sin\phi_1 \cos\lambda_1 - \Delta y \sin\phi_1 \sin\lambda_1 + \Delta z \cos\phi_1 \} \frac{180}{\pi}$$

$$\Delta\lambda^{\circ} = \frac{1}{N_1 \cos\phi_1} \{ -\Delta x \sin\lambda_1 + \Delta y \cos\lambda_1 \} \frac{180}{\pi}$$

$$\Delta N = (a_1\Delta f + f_1\Delta a) \sin^2\phi_1 - \Delta a + \Delta x \cos\phi_1 \cos\lambda_1 + \Delta y \cos\phi_1 \sin\lambda_1 + \Delta z \sin\phi_1$$

$$\phi_2^{\circ} = \phi_1^{\circ} + \Delta\phi^{\circ}$$

$$\lambda_2^{\circ} = \lambda_1^{\circ} + \Delta\lambda^{\circ}$$

onde:

- a_1 = semi-eixo maior do elipsóide no sistema S_1
- f_1 = achatamento do elipsóide no sistema S_1
- ϕ_1 = latitude geodésica no sistema S_1
- λ_1 = longitude geodésica no sistema S_1
- a_2 = semi-eixo maior do elipsóide no sistema S_2
- f_2 = achatamento do elipsóide no sistema S_2
- ϕ_2 = latitude geodésica no sistema S_2
- λ_2 = longitude geodésica no sistema S_2
- ΔN = diferença de geondulação ($S_2 - S_1$)
- $\Delta x; \Delta y; \Delta z$ = parâmetros de translação do S_1 em referência ao S_2

$$N_1 = \frac{a_1}{(1 - e_1^2 \sin^2\phi_1)^{1/2}} \quad = \text{raio de curvatura } 1^{\circ} \text{ vertical no } S_1$$

$$M_1 = \frac{N_1}{1 + e_1^2 \cos^2\phi_1} \quad = \text{raio de curvatura meridiana no } S_1$$

$$\Delta a = a_2 - a_1$$

$$\Delta f = f_2 - f_1$$

$$e_1^2 = f_1 (2 - f_1)$$

$$e_1'^2 = \frac{e_1^2}{1 - e_1^2}$$

b) Parâmetros para Transformação

Córrego Alegre para SAD-69

$a_1 = 6\,378\,388,00 \text{ m}$	$\Delta x = -138,70 \text{ m}$
$f_1 = 1/297,00$	$\Delta y = +164,40 \text{ m}$
$a_2 = 6\,378\,160,00 \text{ m}$	$\Delta z = +34,40 \text{ m}$
$f_2 = 1/298,25$	

SAD-69 para Córrego Alegre

$a_1 = 6\,378\,160,00 \text{ m}$	$\Delta x = +138,70 \text{ m}$
$f_1 = 1/298,25$	$\Delta y = -164,40 \text{ m}$
$a_2 = 6\,378\,388,00 \text{ m}$	$\Delta z = -34,40 \text{ m}$
$f_2 = 1/297,00$	

Comentário: No Apêndice II da Resolução nº 22/83, existem incorreções que devem ser esclarecidas. No modelo matemático das fórmulas diferenciais aproximadas de Molodensky, no cálculo da altitude é apresentado o termo **N** e definido como a *diferença de geondulação entre S_2 e S_1* . Como a citada fórmula envolve apenas transformações de natureza geométrica, o termo **N** deve ser substituído por **H** e definido como a diferença de altitudes entre S_2 e S_1 . Ainda na Resolução nº 22/83, os termos N_1 e M_1 são definidos como *raio de curvatura 1º vertical* e *raio de curvatura meridiana*, respectivamente. Do ponto de vista conceitual, tais definições devem ser alteradas para raio de curvatura da seção 1º vertical e raio de curvatura da seção meridiana. Os termos Δx , Δy e Δz definidos como *parâmetros de translação do S_1 em referência ao S_2* , são, pura e simplesmente, os parâmetros de translação entre os sistemas S_1 e S_2 .

2.2 Resolução nº 23/89

A Resolução nº 23/89 altera os itens 2.3, 2.4, 2.5 e 2.6 do Apêndice II da Resolução nº 22/83, inclui as fórmulas abaixo e também os parâmetros para transformação do Sistema WGS-84 para o Sistema Geodésico Sul Americano-1969 e vice-versa.

a) Fórmulas de Transformação

$$\begin{aligned}X_1 &= (N_1+h_1)\cos\phi_1 \cos\lambda_1 \\Y_1 &= (N_1+h_1)\cos\phi_1 \sin\lambda_1 \\Z_1 &= [N_1(1-e_1^2)+h_1] \sin\phi_1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}X_2 &= X_1 + \Delta X \\Y_2 &= Y_1 + \Delta Y \\Z_2 &= Z_1 + \Delta Z\end{aligned}$$

$$\phi_2 = \text{arc tg} \left\{ \frac{Z_2 + e_2^2 b_2 \sin^3 u}{(X_2^2 + Y_2^2)^{1/2} - e_2^2 a_2 \cos^3 u} \right\}$$

$$\lambda_2 = \text{arc tg} \left(\frac{Y_2}{X_2} \right)$$

$$h_2 = \frac{(X_2^2 + Y_2^2)^{1/2}}{\cos \phi_2} - N_2$$

onde

$$\text{sen } u = \frac{\text{tg } u}{(1 + \text{tg}^2 u)^{1/2}} ;$$

$$\text{cos } u = \frac{1}{(1 + \text{tg}^2 u)^{1/2}} ;$$

$$\text{tg } u = \frac{Z_2}{(X_2^2 + Y_2^2)^{1/2}} \frac{a_2}{b_2}$$

sendo:

X_1, Y_1, Z_1 = coordenadas cartesianas no sistema S_1

X_2, Y_2, Z_2 = coordenadas cartesianas no sistema S_2

b) Parâmetros de Transformação

WGS-84 para SAD-69

$a_1 = 6\,378\,137,00$ m	$\Delta x = +66,87$ m
$f_1 = 1/298,257\,223\,563$	$\Delta y = -4,37$ m
$a_2 = 6\,378\,160,00$ m	$\Delta z = +38,52$ m
$f_2 = 1/298,25$	

SAD-69 para WGS-84

$a_1 = 6\,378\,160,00$ m	$\Delta x = -66,87$ m
$f_1 = 1/298,25$	$\Delta y = +4,37$ m
$a_2 = 6\,378\,137,00$ m	$\Delta z = -38,52$ m
$f_2 = 1/298,257\,223\,563$	

Comentário: A Resolução nº 23/89 altera a Resolução nº 22/83, apenas em seus itens 2.3,2.4, 2.5 e 2.6. Ao incluir novas fórmulas para a transformação de sistemas, não define claramente qual das fórmulas de transformação deve ser adotada como oficial. Entende-se desta forma que a fórmula simplificada de Molodensky é mantida como oficial.

2.3 Parâmetros de Transformação Derivados

Com base nas Resoluções nº 22/83 e nº 23/89 parcialmente descritas, e uma vez que os ternos cartesianos X,Y,Z dos sistemas WGS-84, Sistema Sul Americano-1969 e Córrego Alegre são hipoteticamente definidos como paralelos, pode-se obter os parâmetros de translação do WGS-84 para Córrego Alegre e vice-versa, como:

$$\begin{array}{c}
 \text{S}_{\text{Córrego Alegre}} \\
 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{Córrego Alegre}}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \Delta_2 \\
 \begin{bmatrix} 138,70 \\ -164,40 \\ -34,40 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{S}_{\text{SAD-69}} \\
 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{SAD-69}}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \Delta_1 \\
 \begin{bmatrix} 66,87 \\ -4,37 \\ +38,52 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{S}_{\text{WGS-84}} \\
 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{WGS-84}}
 \end{array}$$

Assim,

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{Córrego Alegre}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{WGS-84}} + \begin{bmatrix} 205,57 \\ -168,77 \\ 4,12 \end{bmatrix}_{\Delta_1+\Delta_2} \quad (\text{m}).$$

Parâmetros de Transformação

WGS-84 para Córrego Alegre

$$\begin{array}{ll}
 a_1 = 6\,378\,137,00 \text{ m} & \Delta x = +205,57 \text{ m} \\
 f_1 = 1/298,257\,223\,563 & \Delta y = -168,77 \text{ m} \\
 a_2 = 6\,378\,388,00 \text{ m} & \Delta z = +4,12 \text{ m} \\
 f_2 = 1/297 &
 \end{array}$$

Córrego Alegre para WGS-84

$$\begin{array}{ll}
 a_1 = 6\,378\,388,00 \text{ m} & \Delta x = -205,57 \text{ m} \\
 f_1 = 1/297 & \Delta y = +168,77 \text{ m} \\
 a_2 = 6\,378\,137,00 \text{ m} & \Delta z = -4,12 \text{ m} \\
 f_2 = 1/298,257\,223\,563 &
 \end{array}$$

3. Sistema Geodésico de Referência 1967

Segundo consta em **UGGI (1971)**, as constantes geométricas do Sistema de Referência 1967 com seus respectivos dígitos decimais precisos até onde colocados são:

Quadro das constantes geométricas - **UGGI-67**

Constante	Descrição
a = 6 378 160 m	semi-eixo maior
b = 6 356 774,5161 m	semi-eixo menor
E = 521 864,6732 m	excentricidade linear
c = 6 399 617,4290 m	raio de curvatura polar
e ² = 0,006 694 605 328 56	e = primeira excentricidade
e' ² = 0,006 739 725 128 32	e' = segunda excentricidade
f = 0,003 352 923 712 99	achatamento
f ⁻¹ = 298,247 167 427	recíproco do achatamento
m' = 0,003 358 544 730 00	m' = (a ² -b ²)/(a ² +b ²)
n' = 0,001 679 277 100 50	n' = (a-b)/(a+b)
Q = 10 002 001,2313 m	quadrante meridiano
R ₁ = 6 371 031,5054 m	raio médio R ₁ = (2a+b)/3
R ₂ = 6 371 029,9148 m	raio da esfera de mesma superfície
R ₃ = 6371 023,5234 m	raio da esfera de mesmo volume
R ₃ = 6371 023,5234 m	raio da esfera de mesmo volume

Comentário: O valor do achatamento **f** é definido a partir da constante física **J₂**; por esta razão devem ser consideradas todas as casas decimais colocadas.

4. Fórmulas Completas de Molodensky

Na seção (2.1) foram apresentadas as fórmulas simplificadas de Molodensky as quais são oficiais no país para a transformação de Sistemas de Referências. No entanto, com a publicação da Resolução nº 23/89 no diário oficial do dia 27/02/89, são apresentadas novas fórmulas para a transformação entre sistemas. Devido a disponibilidade de alguns programas computacionais que utilizam as fórmulas completas de Molodensky e por apresentarem resultados consistentes com as fórmulas da seção (2.2), estas serão descritas neste trabalho.

a) Fórmulas apresentadas em GEMAEL (1981)

$$\Delta\phi'' = \{-\Delta x \operatorname{sen}\phi_1 \cos\lambda_1 - \Delta y \operatorname{sen}\phi_1 \operatorname{sen}\lambda_1 + \Delta z \cos\phi_1 + (\Delta a N e^2 \operatorname{sen}\phi_1 \cos\phi_1)/a + \Delta f[M(1-f)+N(1-f)] \operatorname{sen}\phi_1 \cos\phi_1 \operatorname{cosec}1'' / (M+H)$$

$$\Delta\lambda'' = [-\Delta x \operatorname{sen}\lambda_1 + \Delta y \cos\lambda_1] \operatorname{cosec}1'' / (N+H) \cos\phi_1$$

$$\Delta H = \Delta x \cos\phi_1 \cos\lambda_1 + \Delta y \cos\phi_1 \operatorname{sen}\lambda_1 + \Delta z \operatorname{sen}\phi_1 - a \Delta a/N + \Delta f(1-f)N \operatorname{sen}^2\phi_1$$

b) Fórmulas apresentadas em Pierozzi (1989)

As fórmulas apresentadas em *Pierozzi (1989)* possuem um caráter mais geral que as apresentadas em Gemael (1981), pois estas levam em conta uma variação do fator de escala, dk, e pequenas rotações nos eixos cartesianos coordenados representados pelos ângulos, dE_x, dE_y, dE_z.

$$\Delta\phi = \frac{\operatorname{sen}\phi_1 \cos\lambda_1}{M+H} \Delta x + \frac{\operatorname{sen}\phi_1 \operatorname{sen}\lambda_1}{M+H} \Delta y - \frac{\cos\phi_1}{M+H} \Delta z + \frac{a^2/N+H}{M+H} \operatorname{sen}\lambda_1 dE_x - \frac{a^2/N+H}{M+H} \cos\lambda_1 dE_y + \frac{[1-(1-f)^2]N}{M+H} \cos\phi_1 \operatorname{sen}\phi_1 (dk + \frac{da}{a}) + \frac{M+(1-f)^2N}{M+H} \cos\phi_1 \operatorname{sen}\phi_1 \frac{df}{1-f}$$

$$\Delta\lambda = \frac{\operatorname{sen}\lambda_1}{(N+H) \cos\phi_1} \Delta x - \frac{\cos\lambda_1}{(N+H) \cos\phi_1} \Delta y - \frac{(1-f)^2 N+H}{N+H} \operatorname{tg}\phi_1 \cos\lambda_1 dE_x - \frac{(1-f)^2 N+H}{N+H} \operatorname{tg}\phi_1 \operatorname{sen}\lambda_1 dE_y + dE_z$$

$$dH = -\Delta x \cos\phi_1 \cos\lambda_1 - \Delta y \cos\phi_1 \operatorname{sen}\lambda_1 - \Delta z \operatorname{sen}\phi_1 + [1-(1-f)^2] N \operatorname{sen}\phi_1 \cos\phi_1 \operatorname{sen}\lambda_1 dE_x - [1-(1-f)^2] N \operatorname{sen}\phi_1 \cos\phi_1 \cos\lambda_1 dE_y - (a^2/N+H) dk - \frac{a}{N} da + (1-f)^2 N \operatorname{sen}^2\phi_1 \frac{df}{1-f}$$

5. Verificação Numérica entre Fórmulas

A verificação será realizada nos cinco pontos abaixo, os quais foram selecionados de forma a abranger os extremos do país.

Tabela 1: Coordenadas no Sistema WGS-84

Estado	Latitude (S)	Longitude (W Gr)	Altitude (m)
RGS	31° 15' 08,69987"	52° 10' 03,76630"	239,500
Goiás	15° 36' 27,18191"	56° 03' 49,28325"	176,082
Pará	01° 17' 00,73709"	48° 08' 25,46686"	18,487
Acre	09° 03' 45,28762"	70° 01' 29,36271"	0,000 (arbitrado)
Paraíba	06° 35' 12,27871"	35° 03' 47,21792"	0,000 (arbitrado)

Considere as coordenadas acima no Sistema WGS-84. Transformá-las para o Sistema Geodésico Sul Americano-1969 através das fórmulas: simplificadas de Molodensky; completas de Molodensky e fórmulas prescritas pela Resolução nº 23/89. Utilizar também o valor do achatamento f, fornecido pela Resolução nº 22/83, ou seja, f = 1/298,25 e o achatamento f do Sistema Geodésico de Referência 1967.

Tabela 2: Coordenadas no Sistema Geodésico Sul Americano-1969
Fórmulas Simplificadas de Molodensky

Estado	Latitude (S)	Longitude (W Gr)	Altitude (m)
RGS	31° 15' 06,89873"	52° 10' 01,87150"	234,689
Goiás	15° 36' 25,62645"	56° 03' 47,50275"	182,208
Pará	01° 16' 59,44926"	48° 08' 23,95017"	42,490
Acre	09° 03' 43,91733"	70° 01' 27,35364"	-2,438
Paraíba	06° 35' 10,82370"	35° 03' 46,08383"	29,456

Calculados com os parâmetros do elipsóide Sul Americano-1969: a = 6378160 m e f = 1/298,25			
RGS	31° 15' 06,90458"	52° 10' 01,87150"	234,744
Goiás	15° 36' 25,62988"	56° 03' 47,50275"	182,223
Pará	01° 16' 59,44955"	48° 08' 23,95017"	42,490
Acre	09° 03' 43,91938"	70° 01' 27,35364"	-2,433
Paraíba	06° 35' 10,82521"	35° 03' 46,08383"	29,459
Calculados com os parâmetros do elipsóide UGGI-67: a = 6378160 m e f = 1/298,247167427			

Tabela 3: Coordenadas no Sistema Geodésico Sul Americano-1969
Fórmulas Completas de Molodensky

Estado	Latitude (S)	Longitude (W Gr)	Altitude (m)
RGS	31° 15' 06,89872"	52° 10' 01,87157"	234,689
Goiás	15° 36' 25,62644"	56° 03' 47,50280"	182,208
Pará	01° 16' 59,44925"	48° 08' 23,95018"	42,490
Acre	09° 03' 43,91729"	70° 01' 27,35364"	-2,438
Paraíba	06° 35' 10,82368"	35° 03' 46,08383"	29,456
Calculados com os parâmetros do elipsóide Sul Americano-1969 : a = 6378160 m e f = 1/298,25			
RGS	31° 15' 06,90454"	52° 10' 01,87157"	234,744
Goiás	15° 36' 25,62985"	56° 03' 47,50280"	182,223
Pará	01° 16' 59,44955"	48° 08' 23,95018"	42,490
Acre	09° 03' 43,91933"	70° 01' 27,35364"	-02,433
Paraíba	06° 35' 10,82517"	35° 03' 46,08383"	29,459
Calculados com os parâmetros do elipsóide UGGI-67: a = 6378160 m e f = 1/298,247 167 427			

Tabela 4: Coordenadas no Sistema Geodésico Sul Americano-1969
Fórmulas da Resolução nº 23/89

Estado	Latitude (S)	Longitude (W Gr)	Altitude (m)
RGS	31° 15' 06,89877"	52° 10' 01,87159"	234,690
Goiás	15° 36' 25,62648"	56° 03' 47,50281"	182,209
Pará	01° 16' 59,44927"	48° 08' 23,95019"	42,490
Acre	09° 03' 43,91731"	70° 01' 27,35365"	-02,438
Paraíba	06° 35' 10,82370"	35° 03' 46,08384"	29,457
Calculados com os parâmetros do elipsóide Sul Americano-1969: a = 6378160 m e f = 1/298,25			
RGS	31° 15' 06,90461"	52° 10' 01,87159"	234,744
Goiás	15° 36' 25,62989"	56° 03' 47,50281"	182,223
Pará	01° 16' 59,44956"	48° 08' 23,95019"	42,490
Acre	09° 03' 43,91936"	70° 01' 27,35365"	-02,433
Paraíba	06° 35' 10,82520"	35° 03' 46,08384"	29,459
Calculados com os parâmetros do elipsóide UGGI-67: a = 6378160 m e f = 1/298,247167427			

6. Efeito Linear às Variações Angulares das Coordenadas

Para verificar qual a ordem de magnitude linear causada por uma variação angular das coordenadas, será utilizado para o cálculo do raio médio de curvatura, um ponto localizado no Estado de Goiás (próximo do baricentro brasileiro) e o elipsóide será o de parâmetros a = 6 378 160,000 m e f = 1/298,25.

Ponto:

- $\phi = 15^\circ 36' 25''$ S
- $\lambda = 56^\circ 03' 47''$ W

N = 6 379 705,84781 m (raio de curvatura da seção primeiro vertical)

$M = 6\,340\,068,75466$ m (raio de curvatura da seção meridiana)

$R = (N.M)^{1/2} = 6359\,856,4221$ m (raio médio de curvatura)

Aproximando o elipsóide por uma esfera cujo raio é o raio médio de curvatura, uma variação na superfície desta em unidade linear ds , em função de uma variação angular $d\alpha_{rad}$, pode ser calculada por $ds = R d\alpha_{rad}$. A variação $d\alpha$ interpreta a variação das coordenadas geodésicas. A tabela a seguir mostra a ordem de grandeza destas variações.

Tabela 5: Grandeza das variações

$d\alpha$	»ds	$d\alpha$	»ds	$d\alpha$	»ds
1°	111 km	0,1"	3 m	0,0001"	3 mm
1'	1,85 km	0,01"	30 cm	0,00001"	0,3 mm
1"	30 m	0,001"	3 cm	0,000001"	0,03 mm

Observe que para precisão linear ao nível do milímetro, não deve haver variação angular até a quinta casa decimal do segundo.

7. Conclusões e Recomendações

Conforme resultados apresentados na seção 5, observa-se claramente a existência de discrepâncias significativas ao nível do milímetro entre as fórmulas apresentadas. No entanto, apesar das fórmulas apresentadas na Resolução nº 23/89 serem rigorosas no sentido de não se valer de aproximações diferenciais em sua obtenção, não se pode garanti-las como exatas, uma vez que, quando da transformação das coordenadas cartesianas para geodésicas, a latitude no segundo sistema é calculada por fórmulas aproximadas. Além disso, com a ordem de grandeza dos números envolvidos nos cálculos, mesmo trabalhando com precisão computacional dupla, erros de arredondamento são muito pronunciados.

Quando se utilizam os parâmetros do Elipsóide Internacional 1967 em comparação com os valores adotados para o país (Sistema Geodésico Sul Americano - 1969), a discrepância torna-se ainda maior. O ponto chave nesta questão é o fato de que os *softwares*, principalmente os internacionais, podem estar utilizando os parâmetros do Elipsóide Internacional 1967, comumente denominado UGGI 1967. Isto causa transtornos, uma vez que ambos os sistemas, UGGI-1967 e Sistema Geodésico Sul Americano-1969, são distintos

Confusões acerca do uso de alguns termos atualmente utilizados em nosso país, devem ser esclarecidas. Particularmente, atente-se para o termo **Datum**. Tradicionalmente este termo tem sido usado para designar o ponto origem de uma rede, seja planimétrica ou altimétrica. Assim, a rede planimétrica fundamental brasileira tem como origem o **Datum** Chuá, localizado no Estado de Minas Gerais, enquanto a rede altimétrica fundamental tem como origem o **Datum** vertical localizado em Imbituba, no Estado de Santa Catarina, conforme definido na seção 2.1.1. Por influências externas, o termo **Datum** vem sendo utilizado "erroneamente" para designar um Sistema de Referência. Como se sabe, um Sistema de Referência é definido mediante a adoção de alguns parâmetros fundamentais (seção 2.1.1).

Dois outros termos que devem merecer atenção especial pela comunidade geodésica e cartográfica são os termos ingleses: "Reference Frame" e "Reference System". A tradução literal de cada um é: "Estrutura de Referência" e "Sistema de Referência", respectivamente. Enquanto este último trata das especificações e definição de um Sistema de Referência, o primeiro trata da sua realização e da determinação dos seus parâmetros fundamentais.

8. Referências Bibliográficas

A MIRA: *Introdução à Programação, Calculadora HP 48 G/GX, Transformação de Sistemas Geodésicos*, Criciúma, Editora e Livraria Luana LTDA, Ano VIII - N.º 75, Janeiro 1998, p. 34-42.

Andrade, J.B.: Injunções num Referencial Local. *Boletim da Universidade Federal do Paraná*, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, N.º 38/1990, p. 11-20.

Fischer, I.: Investigations Concerning The Astrogeodetic Determination Of The Geoid On a Common Datum, Combined With Gravimetric and Satellite Interpolations, Department of The Army, Corps of Engineers, U.S. Army Topographic Command, *In: XI Pan American Consultation on Cartography - PIGH*, Washington, 1969, 10 p.

Fischer, I.: The Development of the South American Datum 1969, *In: American Congress on Surveying and Mapping*, Washington, March 1-6, 1970, 30TH Annual Meeting, p. 555-570.

Fischer, I.: The Basic Framework of The South American Datum of 1969, Washington, DoD: Defense Mapping Agency, Topographic Center, *In: XII Pan American Consultation on Cartography - PIGH*, Panama, 1973, 18 p.

Gemael, C.: *Referenciais Cartesianos Utilizados em Geodésia*, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, 1981.

IBGE : *Coletânea de Normas*, Rio de Janeiro, 1989.

Pierozzi, M.: Alcune Considerazioni Sulla Trasformazione dal Sistema WGS84 ad un Sistema Geodetico Locale, *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*, Firenze, N.º 1/1989, p. 45-55.

Pierozzi, M.: On the Error of a GPS Baseline in a Local Datum, *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*, Firenze, N.º 1/1997, p. 81-100.

Rodriguez, L. V.: O Datum Geodésico de Chuá, *Revista Brasileira de Cartografia* N° 19/1977, Outubro, p.5-8.

Union Géodésique et Géophysique Internationale, Association Internationale de Geodesie : *Systeme Geodesique de reference 1967*, UGGI, Publication Speciale N°. 3, Moscou, 1971.

