

Interpoladores em Altimetria: uma Quantificação dos Resultados

Jorge Luiz Barbosa da Silva ¹

Sérgio Florêncio de Souza ²

Norberto Dani ³

Regis Lahm ⁴

¹ UFRGS - I G - Departamento de Geodésia
Caixa Postal 15001 - Porto Alegre - 91501-970
✉ jlbs@if.ufrgs.br

² UFRGS - I G - Departamento de Geodésia
Caixa Postal 15001 - Porto Alegre - 91501-970
✉ sfsouza@if.ufrgs.br

³ UFRGS - I G - Departamento de Geodésia
Caixa Postal 15001 - Porto Alegre - 91501-970
✉ dani@if.ufrgs.br

⁴ UFRGS - I G - Departamento de Geodésia-IFCH/PUCRS
Caixa Postal 15001 - Porto Alegre - 91501-970
✉ lahm@if.ufrgs.br

Conteúdo	
	1. Introdução
	2. Objetivos
	3. A área de Estudo
	4. Levantamento Topográfico do Terreno
	5. Metodologia
	5.1 Considerações gerais
	5.2 A geração dos grides.
	5.3 O tratamento estatístico
	5.3.1 O teste de hipóteses
	5.3.2 O intervalo de confiança
	6. Conclusões
	7. Bibliografia

Resumo: Este trabalho apresenta os resultados da experiência do uso de três métodos de interpolação comumente utilizados em altimetria e avaliação de jazidas minerais (inverso da distância, krigagem, e rede triangular) em um terreno de morfologia ondulada medindo 80 x 70 metros. Os dados altimétricos coletados no terreno são de duas formas quanto a sua distribuição espacial: uma regular através de uma malha quadrada medindo 10 x 10 metros, com levantamento por um nivelamento geométrico, e outra de forma irregular com levantamento por taqueometria. Os parâmetros dos grides gerados pelos interpoladores foram escolhidos de maneira que os padrões das curvas de nível produzissem um formato semelhante a aqueles produzidos pelo processo tradicional. Comparou-se os resultados dos interpoladores dois a dois levando-se em consideração a distribuição, e para este fim foram calculadas as médias e as variâncias das diferenças entre os métodos. Estabeleceu-se um teste de hipótese para as médias das diferenças: se as médias são nulas, os grides gerados são iguais para os três interpoladores. Através da variável *t* de Student comparou-se o *t* tabelado com o *t* calculado para aceitação ou rejeição da hipótese de igualdade dos interpoladores, com nível de significância de 5%.

Palavras chaves: altimetria, interpolador, gride

Abstract: This paper deals with the comparison of three gridding methods which are commonly employed in altimetry and mining reserves evaluation (Inverse distance, Kriging and Triangulation). The place chosen was a area having 80 X 70 meters. The data points were collected by two diffents ways: with regular and irregular distribution To create the grids, the selected parameters were choosen by attempt, but trying to generate a contour map like a contour map made up by no computational method. To compare two by two the grids it was calculated means and variances of the differences between their attributs . A hypothesis testing and a confidence interval were settled about the means of the differences: if the mean of the differences is null (zero), then the attribut of the differents grids will be equal, at the 5% significance level.

Keywords: altimetry, interpolator, grid

1. Introdução

Ao utilizar softwares de interpolação para definir o contorno automático de uma variável, o usuário tem oportunidade de escolher entre uma série de diversos métodos. Estes métodos guardam propriedades intrínsecas que os diferem uns dos outros. Consideraremos para o presente trabalho somente aqueles métodos que são mais comumente utilizados nos meios topográficos e nos meios de quantificação de jazidas minerais. São então abordados os processos de interpolação pelo inverso da distância a uma potência, da krigagem e da rede triangular. O fundamento do presente trabalho é estabelecer uma comparação entre os métodos mais comumente

utilizados, acima referidos.

A opção do método escolhido pelo usuário depende de seus objetivos e do conhecimento que o mesmo detém sobre o assunto.

2. Objetivos

Analisar quantitativamente os resultados da interpolação de curvas de nível por três diferentes métodos de interpolação através de processo comparativo em uma área comum. Avaliar também por comparação o desempenho dos processos de interpolação segundo a forma de distribuição dos dados, ou seja, com dados regularmente distribuídos e com dados irregularmente distribuídos.

3. A área de Estudo

O local de estudo foi uma área de 80 X 70 metros em um terreno com superfície levemente ondulada, com diferença de nível máxima na ordem de aproximadamente 10 metros. Plenamente coberta por grama e cercada de mata de pequeno porte, de forma que os processos erosionais pouco se fazem presentes. Duas elevações são proeminentes com direções aproximadamente noroeste, sendo que uma delas prossegue no sentido norte. Entre as duas elevações existe um pequeno vale também com direção noroeste, mas que se torna amplo no extremo da área, dando origem a região mais plana do terreno que se desenvolve no quadrante noroeste

4. Levantamento Topográfico do Terreno

Optou-se por executar dois tipos de levantamentos topográficos da referida área. O primeiro de forma regular: estabeleceu-se uma malha regular de 10 X 10 metros segundo as direções norte - sul e leste - oeste verdadeiros (*Figura 1*). Desta forma na intersecção das linhas norte - sul com as linhas leste - oeste criaram-se os nós nos quais foram realizadas leituras através de um nivelamento geométrico e posteriormente calculado e atribuído o valor da altitude. Eventualmente pontos sobre as linhas da grade fora do nó, que tivessem destaque topográfico, isto é, marcassem quebra na declividade, também foram levantados. O número total de pontos neste processo foi de 96.

O segundo processo de levantamento foi de forma irregular (*Figura 2*). Através de um levantamento taqueométrico realizado por meio de duas estações, utilizando-se um teodolito com precisão angular de 1 minuto, visou-se os pontos de destaque do terreno, ou seja, aqueles pontos que definem a forma geométrica e a variação da declividade. O número total de pontos levantados foi de 115.

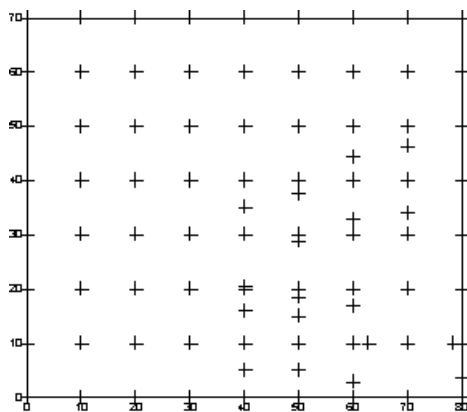


Fig. 1: Pontos irregularmente distribuídos

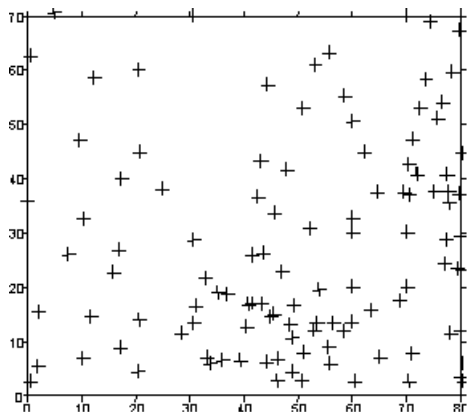


Fig. 2: Pontos irregularmente distribuídos

5. Metodologia

5.1 Considerações gerais

O princípio básico para a escolha dos parâmetros da interpolação, exceto no processo das redes triangulares, foi o conhecimento prévio do mapa de contorno por curvas de nível, gerado por processos não computacionais. Desta forma, procurou-se através de processos de tentativas, gerar mapas de contorno que através de uma análise visual se assemelhassem no formato ao mapa gerado tradicionalmente. Este fato pode ser considerado um processo tendencioso e afetar os resultados da pesquisa. Por outro lado, deve o topógrafo ter um conhecimento suficiente sobre morfologia da área de estudo, de modo que, saiba identificar falhas, angulosidades e agrupamentos indevidos nas curvas, e rejeitar os parâmetros da interpolação, alterando-os no sentido a obter resultados mais adequados. Portanto, a análise visual dos resultados sempre é aconselhada nos processos de interpolação.

5.2 A geração dos grids.

Em todos os processos de interpolação o espaçamento entre as linhas foi de 5 em 5 metros de tal forma que a cada 5 X 5 metros foi criado um nó para interpolação. Os parâmetros utilizados foram os seguintes:

INTERPOLADOR PELO INVERSO DA DISTÂNCIA

Parâmetros	DISTRIB. IRREG. (TAQ.)	DISTRIB. REG. (NIV.GEO.)
Pesquisa	Quadrante	Quadrante
Raio	1	1
Ângulo	0	0
Potência	4	4
Dados p/ set .	2	3
Mín. tot. dad.	2	2
Máx. set. vaz.	2	2

INTERPOLADOR PELA KRIGAGEM

Parâmetros/Variograma.	DIST. IRREG. (TAQ.)	DIST. REG. (NIV. GEO.)
Modelo	Esférico	Linear
Escala	3.93	3.56
Comprimento	53.2	53.2
E. V.	0	0
M. V.	0	0
Drift	Não	Não
Pesquisa	Todos os dados	Todos os dados

INTERPOLADOR POR REDE TRIANGULAR

Parâmetros	DIST. IRREG. (TAQ.)	DIST. REG. (NIV. GEO.)
Raio	1	1
Ângulo	0	0

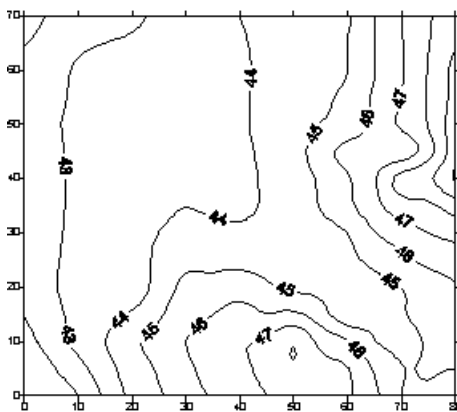


Fig. 3: Interpolador inverso da distância - dados regularmente distribuídos

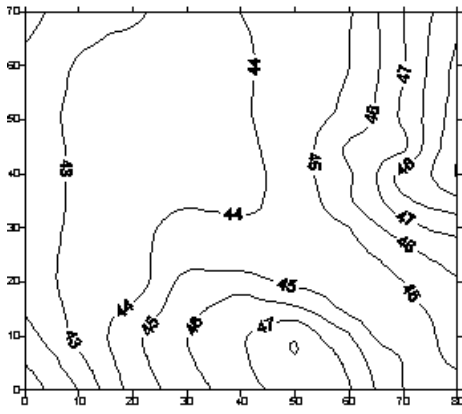


Fig. 4: Interpolador krigagem- dados regularmente distribuídos

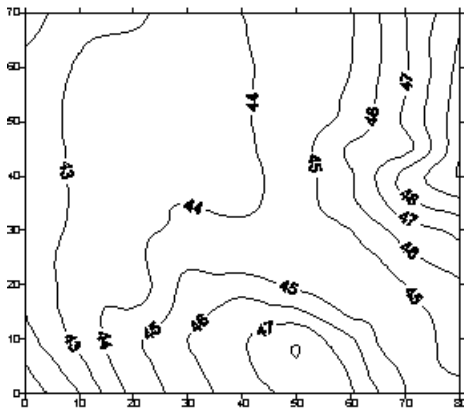


Fig. 5: Interpolador rede triangular- dados regularmente distribuídos

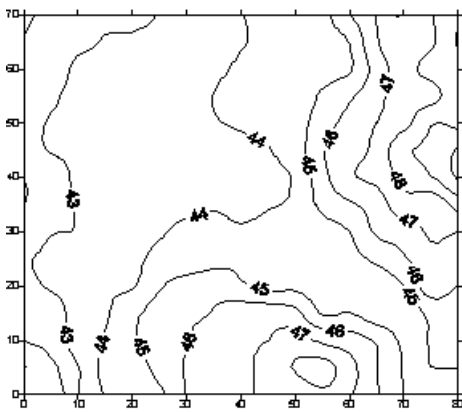


Fig. 6: Interpolador inverso da distância - dados irregularmente distribuídos

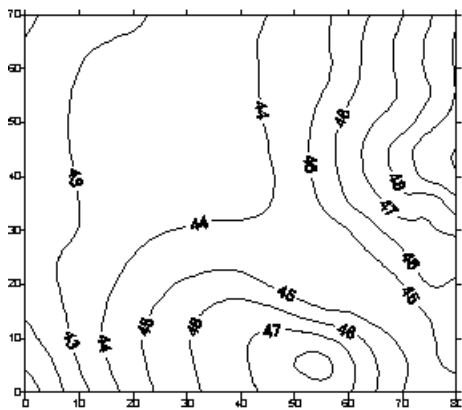


Fig. 7: Interpolador krigagem - dados irregularmente distribuídos

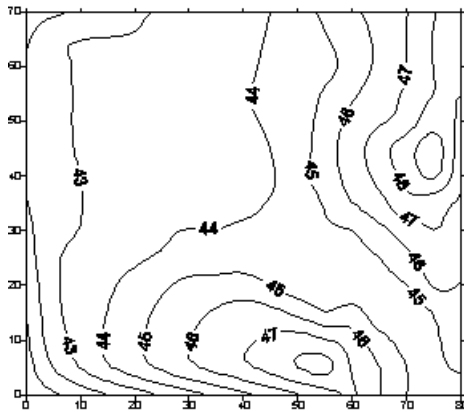


Fig. 8: Interpolador rede triangular - dados irregularmente distribuídos

5.3 O tratamento estatístico

Comparou-se os resultados dos grids interpolados dois a dois. Na primeira etapa foram comparados usando-se os dados coletados de forma irregular. E na segunda etapa foram comparados considerando-se os dados irregularmente distribuídos. Efetuou-se uma subtração entre os grids gerados pelos interpoladores de dados irregularmente e regularmente distribuídos.

5.3.1 O teste de hipóteses

Se os valores gerados nos grids são iguais então os interpoladores são iguais. Este fato faz gerar as seguintes hipóteses:

H_0 = (hipótese nula) os valores gerados nos grids pelos três processos de interpolação são iguais, assim sendo:

→ $H_0 = 0$, ou seja, as médias das diferenças entre os valores gerados nos grids considerados dois a dois pelos três tipos de interpoladores são nulas.

H_1 = (hipótese alternativa) os valores gerados nos grids pelos três processos de interpolação são diferentes, assim sendo :

→ $H_1 > 0$, isto é, as médias das diferenças entre os valores gerados nos grids pelos três processos de interpolação são diferentes de zero.

5.3.2 O intervalo de confiança

Para se construir um intervalo de confiança, quando a variância populacional σ^2 é desconhecida, utiliza-se um estimador de σ^2 . Obviamente usa-se a variância amostral S^2 como estimador. Assim a média populacional pode ser calculada com intervalo de confiança de 95 %, pela seguinte fórmula:

$$\mu = \bar{X} \pm t_{\alpha/2, n-1} (S / \sqrt{n})$$

A variável "t" de Student, que possui um parâmetro denominado grau de liberdade, é utilizada para inferências estatísticas, particularmente, quando temos amostras com pequeno número de dados.

$$t = (X - \mu) / (S / \sqrt{n})$$

Então o valor crítico de aceitação t tabelado com nível de significância de 5%, e com graus de liberdade:

$$(t_{\alpha}) = n - 1 = 254 \text{ é } \underline{1,650} \text{ (teste unilateral)}$$

Com os dados de campo, efetuou-se as diferenças entre os grids sendo os resultados a seguir apresentados:

Dados irregularmente distribuídos:

Média da diferença entre Inverso da Distância e Krigagem - t calculado = **2.51**

Média da diferença entre Inverso da Distância e Rede Triangular - t calculado = **5.52**

Média da diferença entre Krigagem e Rede Triangular - t calculado = **4.79**

Observa-se, portanto, que t tabelado é menor que o t calculado, e isto faz com que a Hipótese nula seja rejeitada, ou seja os grides são diferentes.

Dados regularmente distribuídos

Média da diferença entre Inverso da Distância e Krigagem - t calculado = **0.283**

Média da diferença entre Inverso da Distância e Rede Triangular - t calculado = **0.415**

Média da diferença entre Krigagem e Rede Triangular - t calculado = **0.102**

No caso de dados regularmente distribuídos, verifica-se que o t tabelado é menor que o t calculado, portanto aceita-se H_0 , ou seja, com nível de significância de 5 %, os grides gerados pelos interpoladores são iguais.

Uma terceira oportunidade de teste seria a comparação do mesmo interpolador em dados de distribuição diferentes, assim pode-se testar se o gride gerado pela krigagem com dados regularmente distribuídos é igual ao gride da krigagem gerado com dados irregularmente distribuídos. Os dados do teste são a seguir apresentados:

Média da diferença dos grids do inverso da distância de dados regular e irregularmente distribuídos - t calculado = **4.235**.

Média da diferença dos grides da krigagem de dados regular e irregularmente distribuídos - t calculado = **3.859**

Média da diferença dos grides da rede triangular de dados regular e irregularmente distribuídos - t calculado = **2.348**

Como o t calculado é maior que o t tabelado, rejeita-se a hipótese de igualdade dos grides gerados. Ou seja, um mesmo interpolador não produz o mesmo gride quando há diferenças entre a distribuição regular e irregular dos dados.

6. Conclusões

A elaboração de mapas de isotores com uso de métodos computacionais de interpolação é um processo freqüentemente utilizado em detrimento do processo tradicional. Isto se deve, principalmente, ao fato de que os processos computacionais oferecem diversos métodos de interpolação, inclusive paramétricos e não paramétricos, aliado ainda a grande rapidez na obtenção dos resultados.

Dados altimétricos irregularmente distribuídos provenientes de levantamentos topográficos são mais usuais devido a facilidades de execução, fidelidade e a critérios econômicos. Neste trabalho, foi verificado, mediante análise visual, que os mapas de curvas de nível gerados pelos três diferentes interpoladores são praticamente similares em dados irregularmente distribuídos. Baseando-se em análise visual poder-se-ia erroneamente julgar que os três métodos fossem iguais. Ou ainda, em outras palavras dir-se-ia que qualquer um dos métodos geraria o mesmo resultado. A despeito da similaridade visual, foi comprovado que neste local, os resultados não são iguais estatisticamente. Isto é, sempre que um método substitui o outro, o resultado será diferente. Pois a utilização de um ou outro interpolador acarreta diferenças significativas nos dados gerados.

Dados regularmente distribuídos exigem um levantamento topográfico mais detalhado, mas são comuns em prospecções na área de mineração. Foi comprovado, que os grides gerados pelos três interpoladores são iguais com nível de significância de 5%. Acreditamos que uma das razões para esta igualdade é o fato de trabalhar-se com interpoladores exatos. Nestes tipos de interpoladores o atributo do nó da malha do levantamento inicial é mantido pelo novo gride. Assim houve interpolação apenas para os pontos situados entre a malha existente. Isto perfaz uma interpolação apenas de 50% da área. Desta forma foram interpolado metade dos pontos e a outra metade foi mantida original. E isto explica a tendência de igualdade dos grides.

Na análise do interpolador no que concerne a utilização de uma grade regular e uma irregular, nota-se também que existe uma diferença. Isto deve-se ao fato, como já foi dito, que a malha regular original é tendenciosa quanto a interpolação, o que não ocorre com uma distribuição irregular, já que os nós da grade são interpolados de maneira a construir uma grade regular.

7. Bibliografia

Fonseca, J. S.; Martins, G. A.: *Curso de Estatística*. Atlas, São paulo, 1996, 320p.

Hoel. P. G.: *Estatística Elementar*. Atlas, São Paulo, 1977, 420p.

Wonnacott, T. H., Wonnacott, R. J.: *Introductory Statistics*. John Wiley & Sons, New York, 1977, 649p.

Sameshima, R. H; Yamamoto, J. K.: *Análise de Malhas de Amostras e Processos de Interpolação na Representação de Superfícies Topográficas por meio de MDTs*. Geociências. São Paulo, 15(1):67-92, 1996.

Cressie, N. A. C.: *Statistics for Spatial Data*. John Wiley & Sons. New York, 1991, 900p.