

# Confiabilidade da Estrutura Altimétrica Realizada para o Sistema Geodésico Brasileiro (SGB)

Alex Soria Medina <sup>1</sup>

Sílvio Rogério Correia de Freitas <sup>2</sup>

Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas  
Universidade Federal do Paraná

<sup>1</sup> ✉ [amedina@geoc.ufpr.br](mailto:amedina@geoc.ufpr.br)

<sup>2</sup> ✉ [sfreitas@cce.ufpr.br](mailto:sfreitas@cce.ufpr.br)

Conteúdo	
	<b>1 Introdução</b>
	<b>2 Redes Altimétricas</b>
	<b>2.1 Rede Altimétrica Brasileira</b>
	<b>3 Nivelamento geométrico e Geopotencial</b>
	<b>4 Considerações Finais</b>
	<b>5 Referência Bibliográfica</b>

**Resumo:** A atual rede vertical, do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), começou a ser realizada pelo IBGE a partir de 1945. Com observações do NMM entre 1949 e 1957, foi definido Datum Vertical Brasileiro de Imbituba. Esta primeira rede em seu ajustamento inicial, incorporou pontos existentes e algumas novas observações. Posteriormente, seguiram-se outros ajustamentos de novos segmentos, a partir de pontos de ligação com a estrutura existente. Na atualidade esta estrutura conta com mais de 180.000 km de linhas niveladas e cerca de 62.000 RRNN. A definição do Datum, a forma seqüencial de ajustamento empregada, assim como o significado físico das altitudes materializadas pelas RRNN são atualmente pontos de questionamento. No presente trabalho discute-se os aspectos limitantes da confiabilidade da Rede Altimétrica do SGB e apresenta-se proposta para o seu reajustamento global assim como para sua integração ao SIRGAS.

**Palavras chave:** Rede vertical; Datum vertical; Altitudes ortométricas.

**Abstract:** The current vertical network of the Brazilian Geodetic System (SGB), began to be accomplished by the IBGE in 1945. With observations of NMM between 1949 and 1957, it was defined the Imbituba Brazilian Vertical Datum. This initial net by its first adjustment, incorporated existent benchmarks and some new observations. Followed other adjustments on new segments, starting from connection points with the existent structure. Nowadays this structure bills with more than 180.000 km of leveled lines and about 62.000 RRNN. The vertical Datum definition, the sequential form of adjustment, as well as the physical meaning of the highs in the vertical network are under investigation. In the present work the aspects linked to the reliability of the SGB vertical network are discussed and it is proposed a form for its whole re-adjustment and integration to SIRGAS.

**Keywords:** Vertical network; Vertical Datum; Ortometric heighs.

## 1 Introdução

O estabelecimento de Sistemas Geodésicos de Referência (SGR) envolve a materialização de redes de controle fundamental, as quais são relacionadas com informações planimétricas, altimétricas e gravimétricas, associadas a marcos na superfície física da Terra. As inúmeras estações geodésicas de controle horizontal, vertical e gravimétrico existentes em nosso território e são mantidas pelo IBGE, representam a materialização do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB).

As redes geodésicas altimétricas, tem por objetivo fornecer referência para a determinação dos desníveis entre um ponto inicial (Datum) e outros pontos da superfície física da Terra. Os levantamentos são realizados na forma de linhas e circuitos, com implantação de referências de nível (RRNN) em locais predeterminados, os quais são materializados através de marcos de alvenaria ou chapas colocadas em local estável.

No Brasil, desde que se iniciou a tarefa de implantação da rede vertical do SGB, a qual continua até os dias de hoje, tem sido utilizado o nivelamento geométrico de primeira ordem. Este método consagrado, tem por finalidade a medida com precisão melhor que  $3\text{mm}\sqrt{K}$  (K é a média da distância nivelada e contra-nivelada em quilômetros) do desnível entre cada um dos pontos da rede em relação ao nível médio do mar (NMM).

A operação de nivelamento em um sistema de referência pressupõe a obtenção da altitude bruta, a qual deve passar por processo de ajustamento, visando uma solução unívoca e estimativa da precisão, após a eliminação de possíveis erros sistemáticos. Para tanto são aplicadas metodologias de controle do instrumental e do levantamento em si, e realizada aplicação de correções às observações com a finalidade de reduzir erros ou de eliminar inconsistências internas na determinação das altitudes de todas as RRNN dos circuitos.

## 2 Redes Altimétricas

As redes de controle vertical de alta precisão, são estabelecidas mediante nivelamento. O processo de medição utiliza níveis optomecânicos com placa plano-paralela ou níveis eletrônicos automáticos, cujo eixo horizontal da luneta é tangente à superfície equipotencial e cujo eixo vertical coincide com a direção do vetor gravidade do ponto. As leituras nas miras (ré e vante) permitem obter os desníveis que refletem as variações topográficas do terreno como também as alterações gravitacionais da Terra. O efeito destas alterações obtidas podem ser quantificadas e tratadas de conformidade com conceitos físicos considerados no processamento. Assim, as altitudes utilizadas em geodésia podem ser classificadas segundo sua determinação, sua aplicação e o modelo físico adotado em sua definição.

## 2.1 Rede Altimétrica Brasileira

No Brasil os órgãos que começaram a implantação da rede altimétrica nacional realizando os primeiros nivelamentos foram: Instituto Brasileiro de Geografia (IBG) hoje Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE); Diretoria do Serviço Geográfico do Exército (DSG); Instituto Geográfico e Geológico de São Paulo, da Secretária de Agricultura do Estado (IGCSP) e Serviços Aerofotogramétricos Cruzeiro do Sul S/A (SACS).

A DSG foi a pioneira em termos de nivelamento no Brasil. Os primeiros trabalhos tiveram início no Estado do Rio Grande do Sul, em 1908, pela Comissão da Carta Geral do Brasil (CCGB), e consistiram no transporte de altitudes desde referências de nível da estrada de ferro até os extremos de bases geodésicas, no total de 600 Km de linhas niveladas, vinculados ao marégrafo de Torres. Posteriormente em 1921 foram realizados nivelamento de 1ª ordem em todo o Estado do Rio Grande do Sul compreendendo 23 circuitos cujo desenvolvimento geral era da ordem de 8.000 km. A DSG estendeu as suas atividades de nivelamento para outros Estados da Federação principalmente aos de Santa Catarina e Paraná (IBGE, 1968).

O IGCSP em abril de 1940 iniciou os trabalhos de nivelamento partindo da cidade de Santos percorrendo todo o território do Estado de São Paulo, onde as linhas e circuitos compreendiam mais do que 10.000 Km.

A SACS órgão de iniciativa privada desenvolveu linhas de nivelamento ao longo do rio São Francisco, desde as proximidades de sua foz até Pirapora - MG, por ambas as margens do rio. Os fechamento dos circuitos foi obtido por travessias do rio em intervalos de 80 Km. A soma dos quilômetros nivelados foi da ordem de 4.000 Km (IBGE, 1968).

Os nivelamentos do IBG foram iniciados no dia 13 de outubro de 1945, pela extinta Seção de Nivelamento da Divisão de Cartografia do então Conselho Nacional de Cartografia (DC/SNI), onde os nivelamentos partiram da localidade de Cocal, município de Urussanga - SC, objetivando no início, apenas dar apoio altimétrico a triangulação geodésica projetada ao longo do meridiano 49°. Antes dos trabalhos se desenvolverem para o Norte, a preocupação inicial foi a de fazer escolha do nível fundamental de referência que daria o valor das altitudes. Assim foi também adotado como Datum provisório o valor do nível médio do mar fornecido pelo marégrafo do Torres - RS.

O nivelamento atingiu sucessivamente os Estados do Paraná, São Paulo, Minas Gerais e Goiás, com fechamento de 15 circuitos, tendo sido ocupados pontos das bases de triangulação da Comissão da Carta Geral do Brasil (CCGB) que passavam próximos as linhas de nivelamento, assim como todos os marégrafos encontrados ao longo da costa: Laguna; Imbituba; Florianópolis; Porto Belo; Itajaí; São Francisco do Sul e Paraná. Apenas o de Imbituba esta em funcionamento até hoje.

## 3 Nivelamento geométrico e Geopotencial

No processo de nivelamento geométrico com métodos de medição de desníveis, as diferença de altitude variam também como função do campo da gravidade, o qual determina a orientação da vertical em função das características físicas da crosta em cada região, como também das irregularidades topográficas.

A altitude ortométrica de um ponto é definida com a distância contada sobre a vertical, do Geóide ao ponto. Já os desníveis observados ( $\Delta H$ ) correspondem às distâncias existentes entre as superfícies equipotenciais do campo da gravidade em cada lance. Somando estas diferenças obtém-se a diferença de altitude entre pontos extremos de interesse, ou altitude nivelada. As superfícies equipotenciais ao longo das linhas de nivelamento não são paralelas devido as irregularidades na distribuição de massa. Em consequência, a altitude nivelada depende do trajeto seguido, não tendo caráter unívoco.

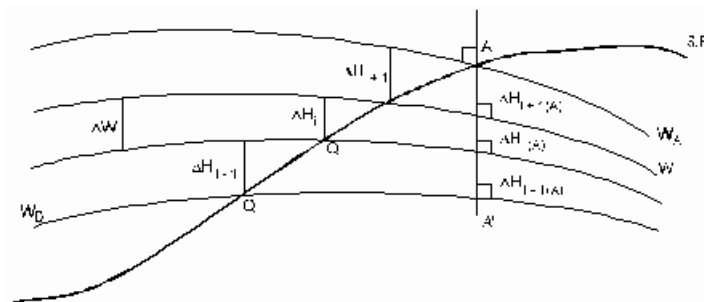


Fig. 1 : Altitude Niveladas

Desta maneira, quando deseja-se obter a altitude de um ponto univocamente devem ser considerados os aspectos físicos envolvidos. Uma forma de aplicar as correções físicas é associação do nivelamento geométrico com observações gravimétricas, obtendo-se assim o número do geopotencial de pontos sobre a superfície física da Terra. O número do geopotencial é uma função da posição e equivale à diferença de potencial entre a superfície que passa pelo ponto de interesse e o Geóide. Pelo fato de ser uma função unicamente da posição do ponto e não do trajeto, o número do geopotencial, se considerado na definição da altitude, torna os desníveis unívocos independentemente do trajeto percorrido. Da figura 1, designado  $\Delta W$  a variação do potencial entre as superfícies  $i$  e  $i'$  ou seja o trabalho desenvolvido para conduzir uma unidade de massa de uma superfície equipotencial para outra, obtém-se:

$$-\delta W \cong g\Delta H_i \cong g' \Delta H_{iA} \quad (1)$$

Onde  $g$  é a gravidade na estação de nivelamento  $Q$  e  $g'$  é a gravidade na mesma superfície equipotencial em um ponto determinado pela interseção com a vertical que passa em  $A$ . O sinal negativo decorre do sentido do vetor da gravidade ser oposto ao do incremento das altitudes. Assim como  $g \neq g'$ , então da equação (1) deduz-se que  $\Delta i \neq \Delta H_{iA}$ . Relacionando-se  $\Delta H_i$  com os desníveis parciais medidos ao longo de uma linha de nivelamento, observa-se que:

$$\sum_0^A \Delta H_i \neq \sum \Delta H_{iA} = \Delta H \quad (2)$$

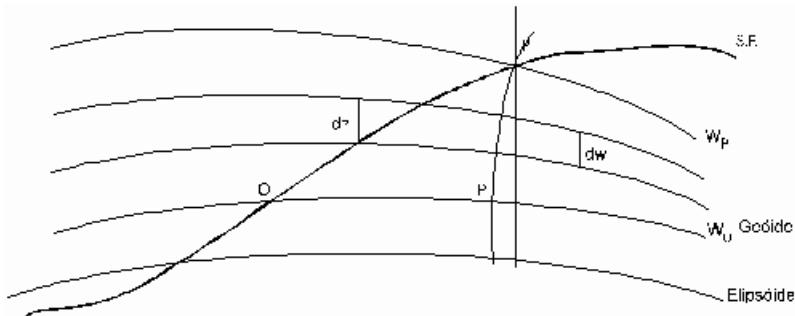
$\sum \Delta H_i$  não é unívoco, pois depende do trajeto seguido entre  $O$  e  $A$ , observando-se que não existe relacionamento geométrico entre o resultado do nivelamento geométrico e o desnível contado sobre a vertical de  $A$ . Medindo-se a gravidade junto com o nivelamento geométrico obtém-se diferenças de potencial:

$$W_A - W_O = C_A \cong -\sum_0^A g\Delta H \quad (3)$$

ou de uma forma mais rigorosa:

$$W_A - W_O = C_A = -\int_0^A g dH \quad (4)$$

onde  $C_A$  é número do geopotencial de  $A$ , equivalente a diferença de potencial entre os pontos de  $O$  e  $A$ , o qual representa uma grandeza com significado físico na definição de altitudes, o que não ocorre com ao nivelamento geométrico.



**Fig. 2 :** Altitude Ortométrica de um Ponto na Superfície da Terra

A distância contada desde a superfície do geóide até o ponto na superfície física da Terra ao longo da linha vertical é definida como altitude ortométrica de um ponto. A linha vertical é perpendicular a todas as superfícies equipotenciais entre  $P'$  e  $P$  conforme mostrado na figura 2.

Da figura 2 e equação 4 tem-se:

$$\int_0^P g dz = \int_{P'}^P g' dH \quad (5)$$

e pelo teorema do valor médio:

$$\int_0^P g dz = g_m \int_{P'}^P dh = g_m H_P \quad (6)$$

donde:

$$H_P = \frac{\int_P^O g dz}{g_m} \quad (7)$$

e pela (4), tem-se a altitude ortométrica definida como:

$$H_P = \frac{C_P}{g_m} \quad (8)$$

sendo  $g_m$  o valor médio da gravidade entre P e P' e  $H_P$  a altitude ortométrica.

A obtenção de  $g_m$  é impossível pois depende da influência da crosta e pressupõe a redução do valor da gravidade medida no ponto P ao Geóide P'. deste modo, altitude ortométrica é obtida mediante hipóteses simplificadoras quanto a composição da litosfera. Por esta razão adota-se diferentes aproximações para o cálculo do valor médio, obtendo-se diferentes altitudes científicas, onde o valor de  $g_m$  é substituído por um valor  $G_m$  que é um valor aproximado para a gravidade entre os pontos P e P' (Freitas, 1999).

#### 4 Considerações Finais

No Brasil a rede altimétrica oficial é estabelecida pelo IBGE, que vem conduzindo o nivelamento geométrico ao longo das principais rodovias, a correção aos desníveis observados é a de não paralelismo das superfícies equipotenciais segundo o modelo da Terra normal. O IBGE nas últimas décadas vem realizando observações gravimétricas sobre as referências de nível (RN) de modo sistemático o que permite que se obtenha o número do geopotencial em cada RN, mesmo assim a conversão dos mesmo em altitudes ortométricas ainda necessitaria do valor médio da gravidade entre a superfície topográfica e o Geóide.

O fato do Brasil e os outros países da América do Sul só adotarem a correção de o não paralelismo das equipotenciais, conduz a um sistema de altitudes não consistente, o que conduz a dificuldades em termos nacionais, e maior ainda a nível continental.

Uma solução seria adotar um outro sistema de altitude que atenda com um mínimo de inconvenientes todas as aplicações e que tenha consistência em todas as escalas, assim os novos valores altimétricos serão atribuídos às RRNN a partir dos números geopotenciais ajustados a nível continental.

A proposta de trabalho implícita neste artigo é a do ajustamento dos números geopotenciais pois sendo é uma função da posição, se considerado na definição da altitude, torna os desníveis unívocos independento do trajeto percorrido tendo de esta maneira um caracter unívoco. Mesmo que cada país adote um sistema de altitudes particular, torna-se possível a conexão das diferentes redes nacionais.

#### 5 Referência Bibliográfica

**ALENCAR, J.C.** *Sistema Nacional de Nivelamento de 1ª ordem Fundação IBGE*, Instituto Brasileiro de Geografia. Divisão de Geodésia e Topografia 1968.

**FREITAS, S.R.C.** *Altitudes e Geopotencial*, International Geoid Service, Bulletin N° 9, 1999.

**GEMAEL, C.:** *Introdução ao ajustamento das observações*. Curitiba: Editora UFPR, 1994.

**GEMAEL, C.:** *Introdução a Geodésia Física*. Curitiba: Editora UFPR, 1994.

**KRAKINSKY, E.J.,** *Heights – A Thesis*. The Ohio State University, Ohio, 1965.