

Aplicação do Método das Pseudo-Observações no Ajustamento de Rede GPS

Alessandro Salles Carvalho ¹
Rodrigo Mikosz Gonçalves ²
Ângela Cristina Cararo ³
Sydney de Oliveira Dias ⁴
Marcelo Soares Teles Santos ⁵

¹²³⁴ UFPR – Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas
Setor de Ciências da Terra
Caixa Postal 19.001, Curitiba PR
¹ ascufv@yahoo.com.br

UFRN - Departamento de Geologia
59078-970 Natal RN
⁵ msantos@yahoo.com.br

Resumo: Para a realização deste trabalho, foi utilizado dados de quatro estações da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo – RBMC, divididos em duas sessões de observações, com o intuito de se utilizar o conceito de linhas de base independentes e aplicação do ajustamento por mínimos quadrados caso paramétrico com a introdução de pseudo-observações no modelo. Foi realizado o pós-processamento dos dados da rede, onde em cada sessão foi gerado 3 linhas de base independentes, perfazendo um total de 6 nas duas sessões. Foi verificado que as precisões das linhas de base são muito otimistas e que a acurácia média alcançada para coordenadas das redes foram de 2,7 cm para as coordenadas em X, 1,8 cm para Y e 1,3 cm para Z. Para as componentes das linhas de base, as acurácias médias foram 3,6 cm para a componente DX, 18,4 cm para DY e 1,87 cm para DZ.

Palavras chaves: Vetores independentes, pseudo-observações, ajustamento.

Abstract: For the realization of this paper was used data from for different stations of the Brazilian continuum monitoring net called RBMC, divided into two sections of observation, with the proposed to use the concept of independent baselines e also applying the least squares adjustment using the parametric case with the pseudo observation in the model. The pos-processing of the net data was realized; where in each section was generated 3 independent baselines with the total of 6 in both sections. The precision of baseline showed good results and the average accuracy gotten for the coordinates of the net was 2,7 cm for the coordinate in X, 1,8 cm for Y and 1,3 cm for Z. For the baseline components the average accuracy was 3,6 cm for the component DX 18,4 cm for DY and 1,87 cm for DZ.

Keywords: Independent vectors, pseudo-observation, least square adjustment.

1 INTRODUÇÃO

Para a determinação de coordenadas de pontos na superfície da terra, abaixo ou fora dela é necessário realizar observações e por meio destas determinar as coordenadas destes. Deste modo para a determinação das coordenadas dos vértices da rede, foi utilizado o Sistema de Posicionamento Global – GPS.

As observáveis básicas fornecidas por este sistema são: pseudodistância pelo código ou fase e, fases da

portadora (L1, L2). Estas por sua vez, são pós-processadas, fornecendo em um posicionamento relativo às diferenças de coordenadas (linhas de base) entre as estações base e *rover*, bem como as precisões com que foram estimadas.

As linhas de base resultantes do pós-processamento são denominadas de dependentes e independentes, onde segundo Monico (2000), Wolf/Ghilani (2006) somente as independentes devem ser utilizadas para uma análise *a priori* das observações, bem como para a realização do ajustamento por mínimos quadrados.

As componentes das linhas de base são escritas explicitamente em relação aos parâmetros incógnitos (coordenadas). O modelo matemático é linear e, expresso por diferenças de coordenadas. Deste modo, pode-se utilizar com certa facilidade o caso paramétrico dos mínimos quadrados.

O modelo matemático funcional utilizado neste trabalho trata alguns parâmetros da rede como pseudo-observações, estes além de retirar a singularidade da matriz N irão fixar o sistema de referência e permitirão de acordo com o peso atribuído a eles, propagar as incertezas aos demais pontos da rede.

Irá ser utilizado para a realização deste trabalho, o modelo matemático que utiliza o conceito de pseudo-observações onde não é necessário tratamento diferenciado entre parâmetros e observações (Lugnani, 1983).

4 METODOLOGIA

4.1 Materiais

Para a aplicação do método paramétrico com a introdução de pseudo-observações, foram utilizados dados de 4 estações da RBMC pela facilidade de obtenção dos dados, que podem ser obtidos no sítio do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE; e por terem coordenadas confiáveis, as quais permitirão a verificação da acurácia do posicionamento (pós-processamento e ajustamentos). Os receptores de sinais GPS de dupla frequência que coletam dados 24 horas por dia, a uma taxa de gravação de 15s estão instalados em pilares estáveis com centragem forçada.

O pós-processamento dos dados foi feito com o *software* LEICA Geo Office e para a realização do ajustamento por mínimos quadrados, caso paramétrico foi utilizado o *Microsoft Excel 2003*.

4.2 Métodos

As estações que compõem a rede são denominadas de CHPI, UBAT, MGIN e POLI, e pertencem à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo - RBMC. A figura 1 mostra a estação MGIN localizada no estado de Minas Gerais na cidade de Inconfidentes; as estações POLI, UBAT e CHPI estão localizadas no estado de São Paulo, na capital paulista e nas cidades de Ubatuba e Cachoeira Paulista, respectivamente.



Figura 1 : croquis da área de estudo

Para a formação da rede procurou-se trabalhar com a formação de figuras geométricas, como triângulo e com a utilização de linhas de base independentes.

De acordo com (Leick 1995; Seeber 2003; Wolf/Ghilani 2006) somente os vetores independentes devem ser utilizados para uma pré-análise e ajustamento pelo método dos mínimos quadrados – M.M.Q. A pré-análise tem por finalidade análise de linhas de base repetidas; análise de linha de base observada entre pontos de controle, e análise de erros de circuitos (*closed loop*) das figuras geométricas, informações e aplicações destas análises podem ser encontrados em Wolf /Ghilani (2006).

O ajustamento por meio de injunção mínima garantirá não singularidade da matriz dos coeficientes das equações normais e a fixação de um referencial.

Segundo Hofmann-Wellenhof et. al (1994), o número de vetores possíveis de se formar em uma sessão de observação com r receptores coletando dados simultaneamente dos mesmos satélites, pode ser dado por pela equação 1; dos quais o número de vetores independentes são dados pela equação 2.

$$V_p = r(r - 1) / 2 \quad (1)$$

$$V_i = r - 1 \quad (2)$$

Devido à necessidade de utilização de vetores independentes para a formação da rede e ter disponível observações superabundantes, foi necessário utilizar dados de duas sessões.

Cada sessão de observação de acordo com a equação 2 forneceu 3 linhas de base independentes onde na primeira, estas, foram representadas em azul e na segunda em vermelho. Deste modo, a rede obtida teve a configuração apresentada na figura 2; o número I (azul) indica que a linha de base é proveniente da sessão I e, II (vermelho) da segunda sessão.

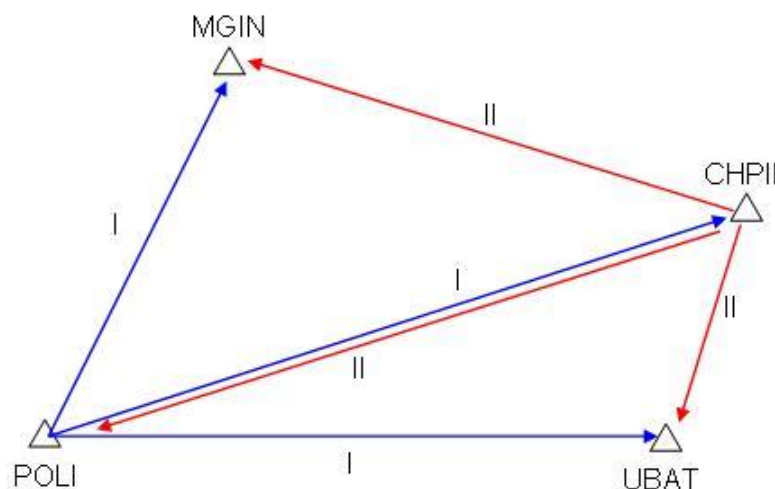


Figura 2 : rede formada com vetores independentes

Como resultado do pós-processamento e ajustamento das observáveis básicas foi obtido diferenças de coordenadas, linhas de base, $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ entre as estações da rede, bem como as respectivas precisões e correlações entre estas componentes de cada linha de base.

Como o rastreamento foi realizado de forma simultânea o *software* deveria fornecer as correlações entre as linhas de base e não somente as correlações entre as componentes das linhas de base; deste modo a matriz peso resultante será bloco diagonal, onde cada bloco contém na diagonal principal, informações de variância e fora dela, as covariâncias.

Foi utilizado para a realização do ajustamento o método paramétrico linear, pois as equações de observações que envolvem os parâmetros são lineares. O modelo matemático funcional do caso

paramétrico é dado pela equação 3

$$L_a = F(X_a), \quad (3)$$

A forma linearizada da equação 3 pode ser dada pela equação 4

$$L_b + V = AX_a, \quad (4)$$

onde L_a é o vetor das observações ajustadas; V é o vetor dos resíduos; A é a matriz projeto e X_a é o vetor dos parâmetros ajustados.

As equações de observações são da forma dada pela equação 5, onde para os pontos i e j , a equação pode ser assim escrita:

$$\begin{aligned} \Delta X_{ij} &= X_i - X_j \\ \Delta Y_{ij} &= Y_i - Y_j, \\ \Delta Z_{ij} &= Z_i - Z_j \end{aligned} \quad (5)$$

Os parâmetros considerados como observações, pseudo-observações, serão representadas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} X_i^{obs} &= X_i^{par.} \\ Y_i^{obs} &= Y_i^{par.}, \\ Z_i^{obs} &= Z_i^{par.} \end{aligned} \quad (6)$$

As pseudo-observações além de serem parâmetros são observações. Deste modo, o vetor das observações brutas L_b , será composto de observações propriamente ditas, mais um sub-vetor composto pelas coordenadas/ observações da estação de controle.

A matriz dos pesos é formada pelas MVC das observações e das pseudo-observações. É fácil ver a vantagem deste método, pois, se pode de maneira direta, inserir as flutuações probabilísticas da(s) estação(s) de controle, o que possibilitará a fixação, atribuindo um alto valor de peso ou inserindo a própria precisão com que as coordenadas das estações de controle foram obtidas. Esta matriz é dada pela equação 7

$${}_{n+1}P^{n+1} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} [\sum L_b^{-1}] & [0] \\ [0] & [\sum L_x^{-1}] \end{bmatrix}; \quad (7)$$

Onde o σ_0^2 refere-se ao fator de variância *a priori* geralmente é atribuído valor igual à unidade.

A matriz A , chamada também de matriz projeto é formada pelas derivadas parciais das equações de observação em relação aos parâmetros, no caso de rede GPS esta matriz será composta por elementos 0, 1 ou -1; na equação 8 ela é apresentada.

$${}_{n+1}A^u = \frac{\partial F}{\partial X_a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial XC} & \frac{\partial F_1}{\partial YC} & \frac{\partial F_1}{\partial ZC} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial F_1}{\partial XU} & \frac{\partial F_1}{\partial YU} & \frac{\partial F_1}{\partial ZU} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial XC} & \frac{\partial F_n}{\partial YC} & \frac{\partial F_n}{\partial ZC} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial F_n}{\partial XU} & \frac{\partial F_n}{\partial YU} & \frac{\partial F_n}{\partial ZU} \\ \frac{\partial F^{psobs}}{\partial XC} & \frac{\partial F^{psobs}}{\partial YC} & \frac{\partial F^{psobs}}{\partial ZC} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial F^{psobs}}{\partial XU} & \frac{\partial F^{psobs}}{\partial YU} & \frac{\partial F^{psobs}}{\partial ZU} \end{bmatrix} \quad (8)$$

A | linhas finais da matriz A correspondem aos coeficientes das pseudo-observações (pontos de controle). No caso em estudo | é igual a 3.

Os sistemas de equações normais são dados pelas equações 9 e 10 respectivamente.

$${}_u N^u = ({}_{n+1} A^u)^T P^{n+1} {}_{n+1} A^u, \quad (9)$$

$${}_{n+1} U^1 = ({}_{n+1} A^u)^T P^{n+1} {}_{n+1} L_b^1, \quad (10)$$

A solução do sistema de equações normais é dada pela equação 11. Pode ser observado que observações provenientes do pós-processamento são lineares; deste modo, não é necessário a utilização de parâmetros aproximados para o cálculo do vetor das observações aproximadas $L_0 = F(X_0)$; posteriormente o vetor dos termos independentes L , onde a solução da equação 11 fornecerá correções aos parâmetros aproximados.

Como as equações de observação são lineares, pode-se empregar diretamente o vetor das observações e obter pela equação 11 as coordenadas ajustadas dos pontos da rede.

$${}_u X_a^1 = ({}_u N^u)^{-1} {}_u U^1, \quad (11)$$

os resíduos podem ser obtidos a partir da equação 4, de onde vem a equação 12. Neste vetor terão valores de observações propriamente ditos e de pseudo-observações.

$${}_{n+1} V^1 = {}_{n+1} A^u {}_u X_a^1 - {}_{n+1} L_b^1, \quad (12)$$

As observações ajustadas são obtidas pela equação 13

$${}_{n+1} L_a^1 = {}_{n+1} L_b^1 + {}_{n+1} V^1 \quad (13)$$

5 RESULTADOS

Como resultado do pós-processamento dos dados utilizando a combinação livre da ionosfera (L3) e, solução flutuante (resolução da ambigüidade) para todas as linhas de base; foram obtidos os dados apresentados na tabela 1, mais a MVC das de cada linha de base.

A tabela 1 apresenta as componentes das linhas de base independentes em metros, no formato cartesiano, e os comprimentos da mesma.

Linhas de base	ΔX (m)	ΔY (m)	ΔZ (m)	Comprimento (m)
POLI-CHPI	154514,391	97470,435	88509,932	203000,470
POLI-MGIN	66780,422	-10463,594	126120,688	143092,765
CHPI-MGIN	-87733,977	-107934,021	37610,766	144088,769
CHPI-POLI	-154514,413	-97470,416	-88509,919	203000,472
POLI-UBAT	119468,221	113184,397	5922,292	164676,000
CHPI-UBAT	-35046,175	15713,941	-82587,640	91081,725

Na figura 3, pode ser visualizado as componentes das linhas de base, bem como os comprimentos destas (em metros).

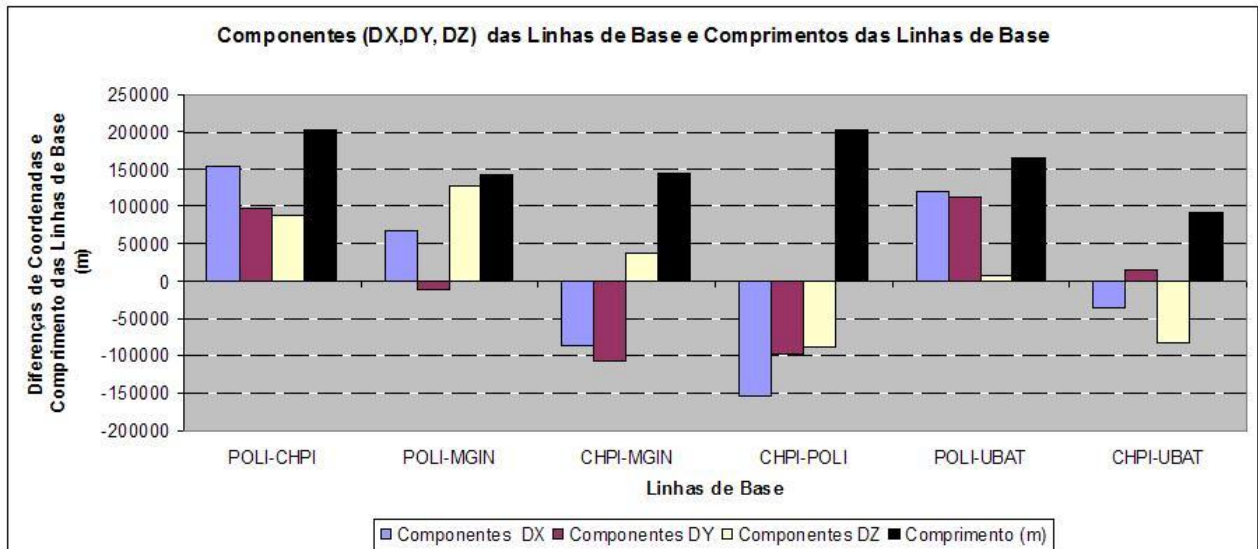


Figura 3 : componentes das linhas de base e os comprimentos desta.

Foi realizado o ajustamento com a inserção do vértice POLI como pseudo-observação, deste modo foi acrescentada 3 linhas no vetor das observações, 3 linhas na matriz projeto A. Foram considerados todos os vértices da rede como parâmetros, porém a introdução da pseudo-observação (parâmetros=observação) com peso grande permitiu a fixação do parâmetro considerado como pseudo-observação com o valor que foi inserido no vetor Lb.

Como o *software* não fornece as precisões e correlações entre as linhas de base, e somente entre as componentes de cada linha de base de forma individual, a matriz peso será bloco diagonal, onde cada bloco corresponde a uma linha de base; e as 3 últimas linhas e colunas tiveram as precisões da estação POLI, sendo uma sub-matriz 3x3, onde na diagonal estão as variâncias e fora da diagonal 0, pois não serão correlacionadas.

Os parâmetros ajustados da rede podem ser visualizados na tabela 2

Tabelas 2 – Coordenadas Cartesianas Geocêntricas ajustadas das estações da rede

Vértices	Coordenadas Cartesianas Geocêntricas		
	X (m)	Y (m)	Z (m)
CHPI	4164613,906	-4162456,875	-2445028,874
UBAT	4129567,728	-4146742,923	-2527616,512
POLI	4010099,503	-4259927,302	-2533538,799
MGIN	4076879,926	-4270390,896	-2407418,111

Na tabela 3 são apresentadas as coordenadas cartesianas geocêntricas oficiais das estações da rede em SIRGAS 2000.

Vértices	Coordenadas Cartesianas Geocêntricas		
	X (m)	Y (m)	Z (m)
CHPI	4164613,872	-4162456,858	-2445028,859
UBAT	4129567,682	-4146742,946	-2527616,499
POLI	4010099,503	-4259927,302	-2533538,799
MGIN	4076879,955	-4270390,93	-2407418,136

Na figura 4 foram comparadas as coordenadas ajustadas com as coordenadas oficiais (reais) da rede e pode-se, deste modo, verificar a acurácia do posicionamento. A estação (POLI) foi considerada como pseudo-observação e, foi atribuído à matriz MVC das observações suas variâncias que são da ordem de 3

mm permitiu que estes parâmetros permanecessem inalterados como pode ser visto comparando os dados da tabela 2 e 3 bem como a verificação da acurácia apresentada na figura 4.

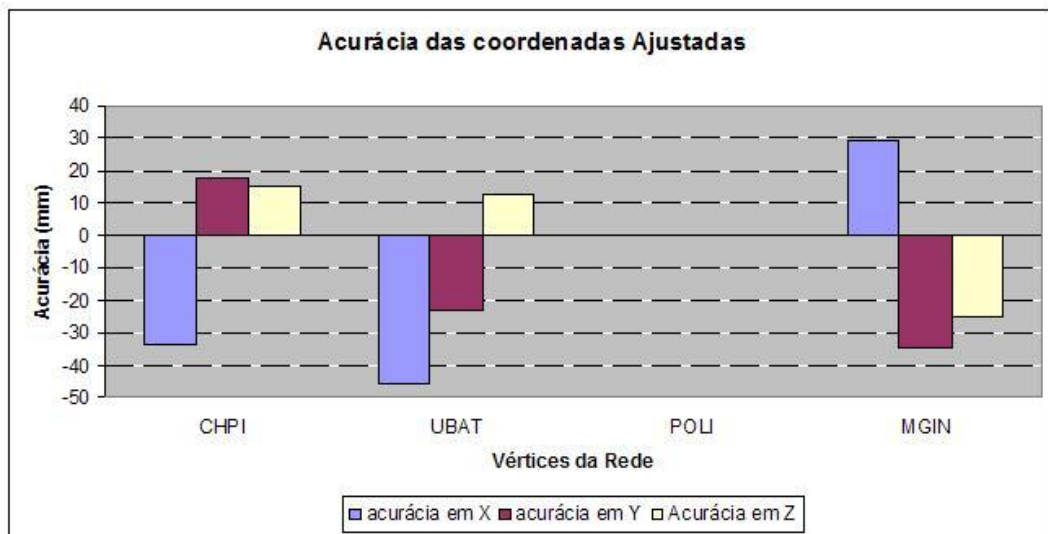


Figura 4 : acurácia das coordenadas obtidas no posicionamento

As observações ajustadas (componentes das linhas de base) podem ser visualizadas na tabela 4.

Tabelas 4 – Componentes das linhas de base ajustadas

Linhas de Base	Componentes das Linhas de Base Ajustadas		
	DX (m)	DY (m)	DZ (m)
POLI-CHPI	154514,403	97470,427	88509,925
POLI-MGIN	66780,423	-10463,594	126120,688
CHPI-MGIN	-87733,980	-107934,020	37610,764
CHPI-POLI	-154514,403	-97470,427	-88509,925
POLI-UBAT	119468,225	113184,379	5922,287
CHPI-UBAT	-35046,178	15713,952	-82587,637

As componentes das linhas de base obtidas por meio das coordenadas oficiais são apresentadas na tabela 5.

Tabela 5 – Componente das linhas de base oficial

Linhas de Base	Componentes das Linhas de Base Ajustadas		
	DX (m)	DY (m)	DZ (m)
POLI-CHPI	154514,369	97470,444	88509,940
POLI-MGIN	66780,452	-10463,628	126120,663
CHPI-MGIN	-87733,917	-107934,072	37610,723
CHPI-POLI	-154514,369	-97470,444	-88509,940
POLI-UBAT	119468,179	113184,356	5922,300
CHPI-UBAT	-35046,190	15713,912	-82587,640

A visualização da acurácia das linhas de base ajustadas podem ser visualizadas na figura 5 e estão apresentadas em partes por milhão (PPM)

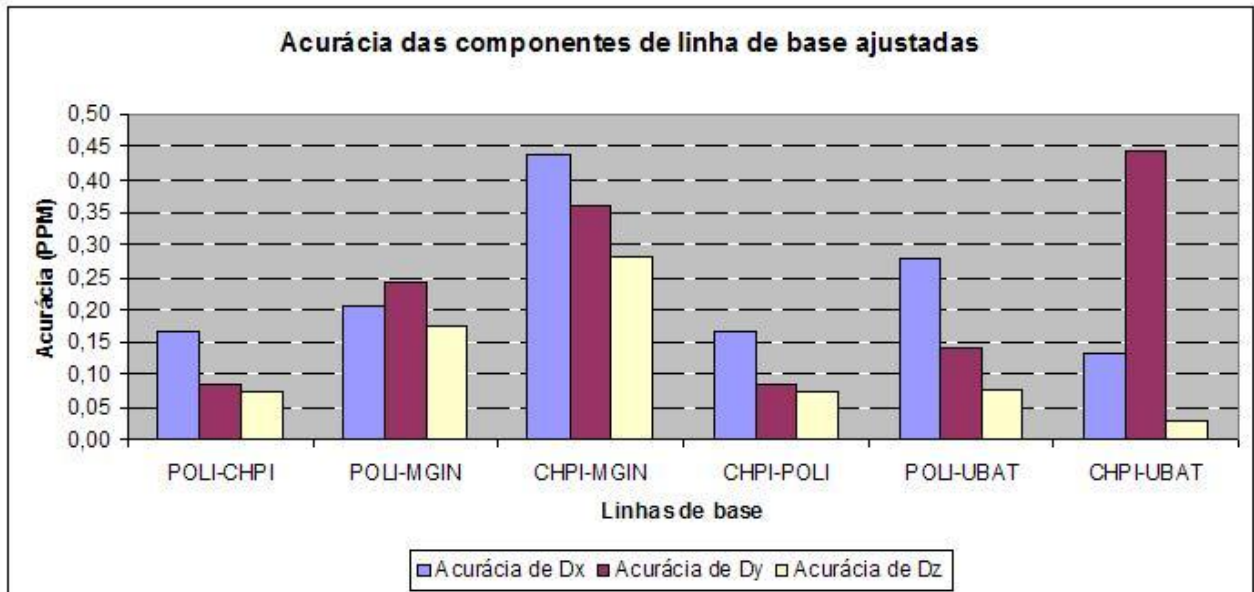


Figura 5 : acurácia das componentes das linhas de base ajustadas

Na figura 6 podem ser visualizados os vetores resultante na acurácia tridimensional, bidimensional e na coordenada Z.

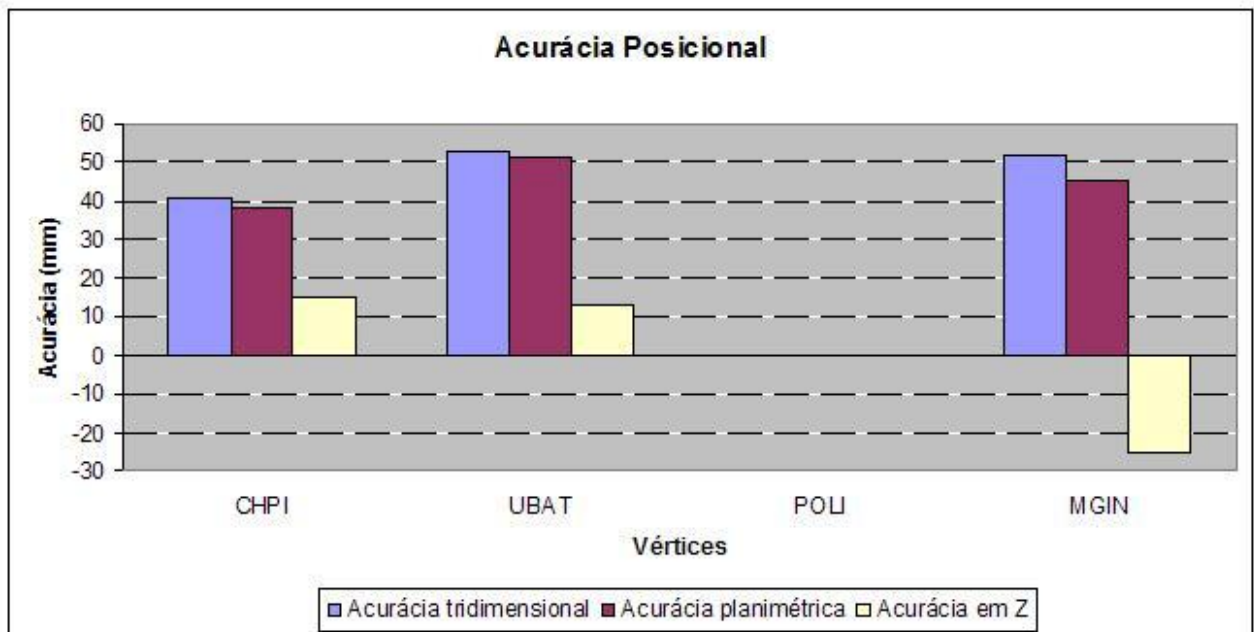


Figura 6 : acurácia posicional dos pontos da rede.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo de utilizar o conceito de pseudo-observações foi cumprido, verificando a fácil utilização e a não necessidade de um tratamento diferenciado entre observações e parâmetros.

Para retirar a singularidade da matriz N e fixar um sistema de referência foram utilizadas as coordenadas de um ponto como pseudo-observação. Geralmente em rede GPS, é necessário um mínimo de três pseudo-observações, ou seja, X, Y e Z de um ponto considerado como controle.

As componentes das linhas de base resultantes de um pós-processamento, geralmente se encontram com precisões maiores do que deveriam ser provocando deste modo uma falha do teste estatístico qui-quadrado ou F de Fischer.

É importante ressaltar que devem ser feitos estudos pertinentes a uma correta ponderação destas observações refletindo deste modo, mais a realidade.

Os valores de acurácia encontrados para as coordenadas estimadas foram menores que 5 cm.

As coordenadas da estação POLI que foram consideradas como pseudo-observações permaneceram inalteradas, ou seja, as variâncias atribuídas a elas foram suficientes para fixar a estação.

A acurácia encontrada para as componentes das linhas de base foi da ordem de 0,23 ppm para as componentes DX e DY e para a componente DZ foi da ordem de 0,12 ppm.

A acurácia média resultante para o posicionamento tridimensional foi de 3,6 cm; para o posicionamento no plano XY foi de 3,4 cm e para a coordenada Z foi de 0,06 cm.

Recomenda-se realizar um estudo comparativo das precisões com que os *softwares* comerciais estão fornecendo para as linhas de base, com os fornecidos por *softwares* científicos e, a influência destas discrepâncias na estimação dos parâmetros.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Monico, J.F.G. *Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: descrição, fundamentos e aplicações*. São Paulo: editora UNESP, 2000. 287 p.

Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H., Collins, J. *GPS: theory and practice*. 3. ed., 355 p., Springer Verlag, Wien 1994

Wolf, P. R., Ghilani, C. D. *Elementary Surveying: an introduction to geomatics*. 11. ed. New Jersey: Pearson prentice hall. 2006. 916 p.

Lugnani, J.B. *Introdução ao Ajustamento*, Editora da Universidade Federal do Paraná, Curitiba 1983